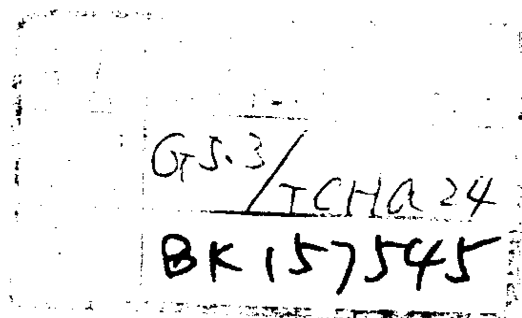


目　　次

第一章　导　　论

律学的研究范围和理论性质

§1. “律”①是构成律制的基本单位。当各律在高度上作精密的规定，形成一种体系时，就成为“律制”（tuning system）。例如，十二平均律就是一种律制。律制和音阶有不可分的关系；因此，许多理论书把律制和音阶在“乐制”（或称“音体系”）（tone system）的名称下，一起加以研究。例如，研究现代乐制时，一边研究大小音阶的构造，包括全音和半音的位置，主音（即音阶的一级音）和属音（即五级音）的功能等，一边研究音阶中各级音的由来和精密的高度。

粗略地说，“律学”（temperament）就是对乐制作系统、全面的研究。详细地说，律学是对构成乐制的各音，依据“声学”（acoustics）原理、运用数学方法来研究各音间相互关系的一门学科；并包括律学史（某一国或某一地区律学研究和实际应用的历史）和比较律学（从世界范围对各民族的乐制作比较研究）等。本书作为一本律学的专门著作，当然取律学的详细涵义进行阐述和探讨。

由于律制与音阶关系十分密切，因此律学不可能离开音阶而孤立地存在；特别是研究亚洲地区的民族乐制时，由于音阶构造多种多样，更须把律制和音阶并列提出，以便研究各地区的民族

---

① “律”和“音”二字涵义略有不同。在一种律制中，每一个单位称为“律”。在音阶中，每一个单位称为“音”。“音”、“律”二字合用而成为“音律”时，则涵义较广，除指二字原义的复合涵义或律制外，亦指与律学、乐学相关的音乐理论，又称“乐律”。

乐制。

§ 2. 律学既依据声学，也就意味着律学是声学的一个分支；又运用数学方法。因此为了便于初学者阅读，本书用一定的篇幅讲述声学——特别是“音乐声学”(musical acoustics) ——中有关各种乐器的发音原理，并阐述数学上如何计算音律的各种方法〔见第二章〕。须注意的是，律制不是孤立存在的，而是与音乐本身紧密联系。所以律学不可能只作数学的研究，而必然由于联系实际而涉及律学的应用和发展。

基于上述的律学的理论性质，本书在阐明律制的原理之外，还讲述律制在音乐各方面的应用；在阐述一种律制本身存在的矛盾和几种律制相互之间存在的矛盾时，列举解决这些矛盾的历史经验之外，还提出今日我们应当怎样以辨证的观点对待这些矛盾；在阐述国际间广泛应用的大小调体系之外，还举述亚洲地区几种主要的乐制。

音的类别和发音原理

§ 3. 音由物体振动而生。当该物体在一定时间内有规则地、周期地反复振动时，所发之音就有一定的高度；这种音称为“乐音”(musical sound 或 tone)。各种管、弦乐器所发之音，都属于乐音。如果物体振动毫无规则，所发之音就没有一定的高度；这种音称为“噪音” (noise)。街道的噪杂声和风雨声等，都属于噪音。音乐中所用的音，绝大部分是乐音，所以音乐理论中所讲的音，一般都是指乐音而言。音乐中偶尔也出现噪音，例如弦乐器由弓擦弦或指甲(或义甲）拨弦发音开始刹那所产生的“瞬间噪音”(momentry noise)；这种噪音不仅迅速消逝，且极其微弱，只有逼近演奏者的人方能察觉。音乐中另有一种音，它没有确定的高度，或高

度模棱两可，但有一定的"音色"（tone color）（音色即音的不同的特征，例如木鱼的音不同于梆子的音）；这种音称为"无高度音"（unpitched tone）。木鱼、梆子、锣、鼓（指一般不定音的鼓）和钹等所发之音，属于无高度音；由"非整数倍"振动所生〔见§13〕。

§4. 音由物体振动而生，因此，我们可以用振动次数的多寡来计算音的高度。每秒钟振动的次数，称为"频率"（frequency）。每秒钟振动一次，即振动体来回反复一次，或起伏一次，称为一"赫兹"。①赫兹是频率的单位。

物体振动越快，即每秒钟振动次数越多，亦即频率（数）越大，音就越高；反之，振动越慢，即每秒钟振动次数越少，亦即频率（数）越小，音就越低。人耳所能感受的音的高度范围，最低约16赫兹，最高约20000赫兹。超过20000赫兹的音，称为"次声波"（intrasonic wave）。低于16赫兹的音，称为"超声波"（ultrasonic wave）。音乐中所用的音，约自16赫兹（约C_2）至7000赫兹（约a^5）；包括倍音〔§7〕在内，可达到以至超出20000赫兹。

§5. 物体的振动，其状态根据振动物体（包括发音体和共鸣体）的性质和形状等而异。乐器依据振动的物体可以分为五大类。② 即：

（1）弦振发音（chordophone）——例如拉弦乐器（小提琴、二胡等）、拨弦乐器（竖琴、琵琶等）和击弦乐器（钢琴、扬琴等）。

（2）气振发音（aerophone）——例如吹口锐边振动（长笛、竖笛、竹笛等）、簧振动（单簧管、双簧管、唢呐、笙、口琴、手风琴、簧风琴等）和唇振动（小号、长号等）。

（3）膜振发音（membranophone）——例如蒙皮乐器（一般的鼓、定音鼓等）。

---

① 把频率的单位称为"赫兹"，是为了纪念德国物理学家赫兹（Heinrich Rudolph Hertz，1857～1894）。赫兹常记作Hz，例如440 Hz。

② 根据德国音乐学家萨克斯（Curt Sachs，1881～1959）的乐器分类法。

(4) 体振发音(idiophone)——例如平面板振动(锣)、隆起板振动(钹)、弯曲板振动(钟)和棒振动(三角铁、木琴、梆子、音叉〔测音工具〕等)。

(5) 电振发音 (electrophone)——例如电子琴、电子音响合成器。

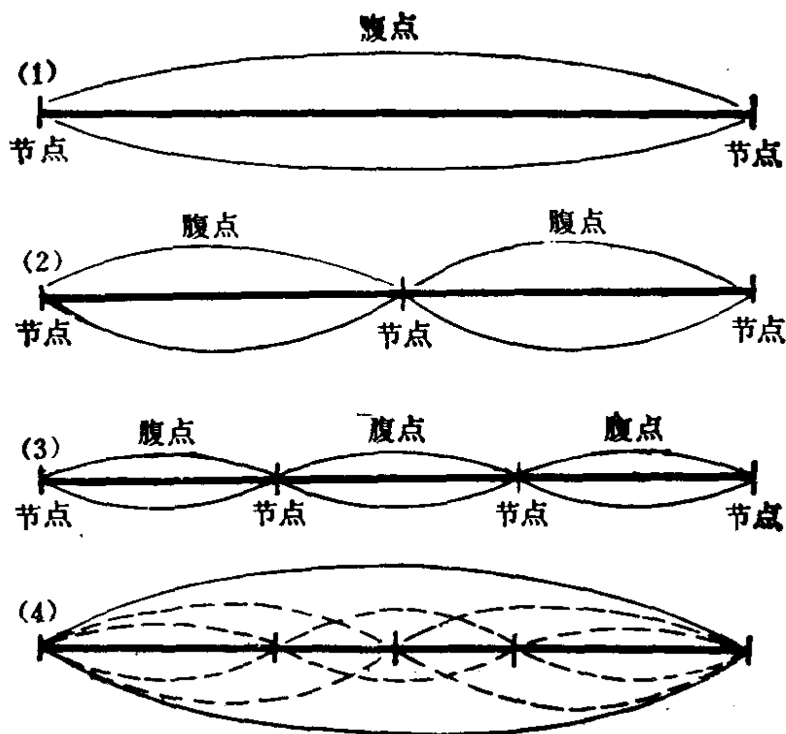
各种振动相互之间,虽有类似之处,但是各有各的特点。

§6. 弦振发音主要有两个特点。特点之一是: 一条两端紧系着的弦,在同样的张力下,弦的振动部分愈短,则频率愈大(即振动愈速)而音愈高。即弦的长度与频率(及高度) 成反比。把弦的长度减去一半,即弦的$\frac{1}{2}$部分起振动,则频率增大一倍; 所发之音比全弦所发之音高一个"八度"〔参见§7-例2〕。如果弦的$\frac{1}{3}$部分起振动, 则频率增大到三倍;所发之音比全弦所发之音高十二度,即"八度"加"纯五度"。如果弦的$\frac{1}{4}$部分起振动,则频率增大到四倍;所发之音比全弦所发之音高两个"八度"。以下类推。

弦振发音的另一特点是: 一条弦起振动时, 实际上不仅全弦(即弦的全长)振动,同时该弦均分为二节、三节、四节、五节……而振动。均分为二节时, 所发之音正与上面所述弦的$\frac{1}{2}$部分所发之音相同(高八度);均分为三节时,所发之音与弦的$\frac{1}{3}$部分所发之音相同(高十二度,即八度加五度);以下类推。所以, 一个音实际是混合着八度、十二度、十七度(即两个八度加三度)等许多音而成的一种"复合音"(compound tone)〔见§7-例2〕。

下例表示弦振动时的状态。(1)表示全弦振动的状态;(2)(3)表示均分为二节、三节振动时的状态(节数更多时不一一列举)。弦振动时截止或截断的地方,称为"节点"(亦称"结点") (node)。弦振动中心称为"腹点"(loop)。(4)表示全弦振动混合着分节振动时的部分状态(节点等不另写明)。

例 1

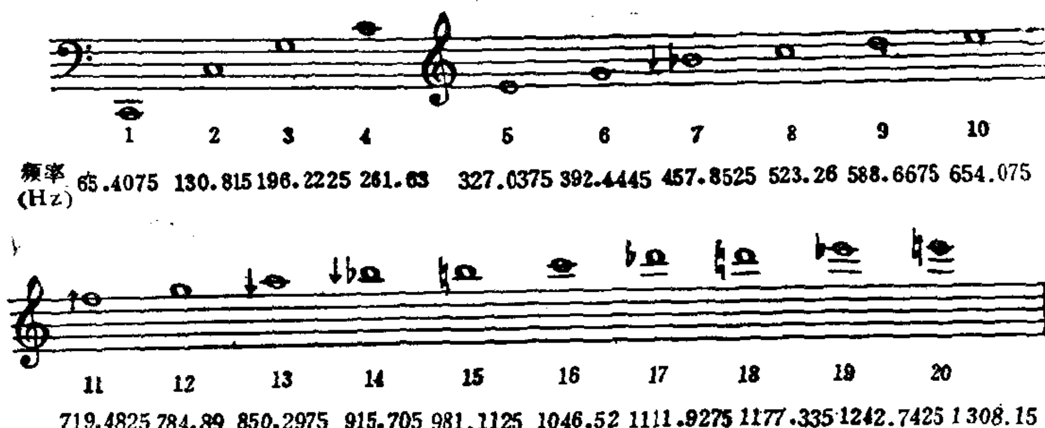


§7. 上面讲到，一个音实际混合着八度、十二度（八度加五度）、十七度（两个八度加三度）等许多音而成的一种复合音。这时，全弦振动发生"基音"(fundamentel tone)，分节振动发生各种"倍音"(overtone)，又称"分音"(partial)。下面例 2 表示形成复合音的"倍音列"(overtone series)。

复合音是同时发出的各音的纵向结合，现在倍音列作横向排列，只是为了便于说明而已。

例中第一个音为"基音"。第二个音起以后各音，总称为"倍音"；按次序分别称为"二倍音"、"三倍音"、"四倍音"等。基音一般最强，盖过所有的倍音；所以通常总是以基音为高度的标准。但基音较弱而倍音比基音较强的情况，也是存在的。

例 2



各倍音中高方的双数倍音，都是低方某倍音的高八度的音；例如四倍音是二倍音的高八度音，十倍音是五倍音的高八度音。这是因为，高方倍音的弦长（弦长即弦的长度，这里指分节振动的弦长），是低方倍音的弦长的$\frac{1}{2}$（前面讲过，弦的$\frac{1}{2}$部分所发之音，比全弦所发之音高八度）。

七倍音（包括十四倍音）和十三倍音，比谱上所记（不论根据五度相生律、纯律或十二平均律而记谱）稍低；在音符左面以向下箭头（↓）为记。十一倍音则比谱上所记稍高；在音符左面以向上箭头（↑）为记。这些稍低和稍高的音的精密高度，以后还会讲到〔见§84、§85、§179 -例84(3)、例85(4)、§226、§248〕。

上例中音符下面、频率上面的数字，有好几种作用：

（1）除“1”表示基音外，其余数字表示倍音的序数，“2”表示二倍音，“3”表示三倍音，等等。

（2）表示弦分为几节振动。例如“3”表示弦分为三节振动。

（3）表示频率的倍数。例如“3”表示三倍音的频率是基音频率的三倍，即g音的频率196.2225是C音的频率65.4075的三倍。

（4）表示倍音频率的比数（简称“频率比”）。例如，二倍音对基音的频率比为$\frac{2}{1}$，即：

$$\frac{\text{c 的频率}}{\text{C 的频率}}=\frac{130.815\ \text{Hz}}{65.4075\ \text{Hz}}=\frac{2}{1}$$

三倍音对二倍音的频率比为$\frac{3}{2}$，即：

$$\frac{\text{g 的频率}}{\text{c 的频率}}=\frac{196.2225\ \text{Hz}}{130.815\ \text{Hz}}=\frac{3}{2}$$

§8. 对于各倍音，我们的肉耳虽不能全部听出，却在某种情况下，确能听出一部分。试在钢琴上弹出一个稍低的音，任其延长，凝神谛听；先听到基音，然后微微听到高八度的音(二倍音)、高十二度的音(三倍音)和高两个八度的音(四倍音)，有时还可以听到两个八度加大三度的音(五倍音)。但是，我们所能听到的倍音，主要是影响音的音色。各种乐器所发之音所以各有特殊的音色，即由于其音内所含的倍音的数量和各倍音的强度的差异而起。

各种乐器构造不同，使弦振动或气柱振动所发之音的倍音，在数量和强度上发生各种变化。例如，有的音内，倍音只有几个，而另外的音内，倍音多至二十余个以至更多。又如，有的音内，某几个倍音特别强显；而另外的音内，某些倍音却消失了。音内倍音的多种多样的变化，就产生各种各样的音色。各种乐器音色不同，同一乐器其高音和低音的音色也有差异，都由音内所含倍音的数量和强度的不同而起。

有关倍音的发现和发展等，见§217。

§9. 关于弦的分节振动，还可以在小提琴上作实验，以资证明。把小提琴的d^1弦均分为三节、四节、五节等，然后把手指轻轻地按在弦的前方$\frac{1}{3}$处(相当a^1音位置)，用弓轻拉，就发生比原弦之音(d^1)高十二度的音(a^2)。同样，手指轻按在$\frac{1}{4}$处(相当g^1音位置)，就发生比原弦之音高两个八度的音(d^3)；轻按在$\frac{1}{5}$处(相当$\#f^1$音位置)，就发生比原弦之音高两个八度加大三度的音($\#f^3$)。如果手指不轻按在弦的前方部分，而轻按在弦的后方部分(即近琴

马部分)，也是$\frac{1}{3}$、$\frac{1}{4}$和$\frac{1}{5}$处，所发之音也是一样。这个实验，虽不能使我们听出倍音(因为所听到的已是基音)，但是这个实验可以证明弦的分节振动的事实。手指轻按在$\frac{1}{3}$处，促成弦分作三节振动。$\frac{1}{3}$处，照一般情形(手指重按)，应发a^1音，而现在却是高八度的音(a^2)，故为分节振动而无疑。又所以轻按在弦的前方和后方，结果却是一样，就因为两种按法所促成的分节振动原是相同的缘故。

以上的实验，就是小提琴等乐器上经常使用的"泛音"(harmonics)①奏法的根据。以上的实验表明，基音内某倍音在一定条件(轻按)下，可以转化为照该倍音高度的基音。

§ 10. 气振发音(吹口锐边振动和唇振动)中的气柱振动与弦振动相似。首先，气柱的长度与频率(及高度)成反比。例如气柱的$\frac{1}{2}$部分起振动时所发之音，比气柱全长所发之音高八度；气柱的$\frac{2}{3}$部分所发之音，比气柱全长所发之音高纯五度，等等。其次，气柱振动时不仅全长振动，同时分为二节、三节、四节、五节等振动，产生许多倍音，形成复合音。

此外，与弦振动时因运用轻按可以使基音内某倍音转化为基音[§ 9]的情况相类似，气柱振动如果运用"超吹"(overbrowing)(管乐器上缩紧嘴唇、使劲送入气息的吹奏法)，也可以使基音内某倍音转化为基音。例如，在某些铜管乐器上运用超吹，可以使同一长度的气柱产生高八度、高十二度以至高两个八度等较高的音。这说明，在气柱振动，基音内某倍音在一定条件(超吹)下，可以转化成倍音高度的基音。

① 如果把演奏上习惯所用的"泛音"和本书所用的"倍音"两个名词严格地加以区别，则泛音可以说是倍音的转化体。泛音是基音内某倍音因运用"轻按"而转化成的音；倍音是与基音同时发出的复合音中的音。因此，泛音与倍音既有紧密的关系，又有区别。又泛音所用序数名称，与倍音也有不同，除基音一词相同外，二倍音称为"第一泛音"，三倍音称为"第二泛音"，以下类推。

上面所讲的气柱振动的状态，都与弦振动相似。

§11. 气柱振动还有与弦振动不同的状态。首先，构造不同的管子，其气柱振动的状态也不同。管子有“开管”(open pipe)和“闭管”(closed pipe)两种。在开管，两端都是敞开的。在闭管，一端开口，另一端是封闭的。大多数的管乐器，如竹笛、双簧管和大管等的管子，都属于开管。中国的律管、排箫等的管子，都属于闭管；木琴的共鸣筒的管子，也是闭管。开管和闭管的气柱振动的状态是不相同的。下例表示开管和闭管的气柱振动的各种状态。

(1) 表示开管发生基音时气柱振动的状态；中心处为节点〔参见§6-例1〕，两端为腹点(与弦振动相反)。又，开管可以发生所有的倍音。

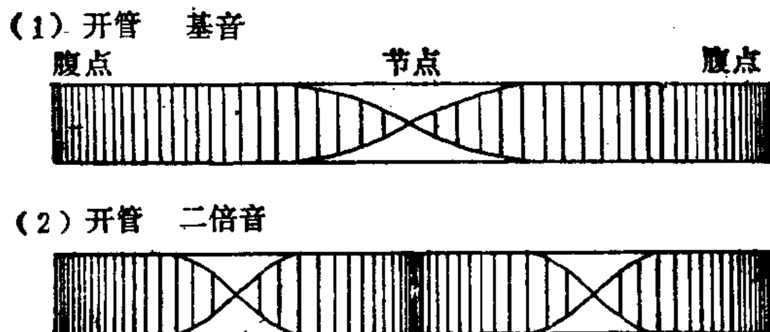
(2)、(3)表示开管发生二倍音和三倍音时气柱振动的状态(倍数更多时不一一列举)。

(4) 表示闭管发生基音时气柱振动的状态；一端为腹点，另一端为节点。又闭管只能发生单数的倍音。

(5)、(6)表示闭管发三倍音和五倍音时气柱振动的状态。

同样长度的管子，开管发出的音比闭管发出的音高八度。这从下例所示的气柱振动的状态也能理解到；例中(1)的腹点至节点的长度比(4)的短一半。

例 3



（3）开管　三倍音



（4）闭管　基音



（5）闭管　三倍音



（6）闭管　五倍音



§ 12. 气柱振动还有一点与弦振动不同，就是管内气柱振动时，气柱的一部分要突出在管口的外面，即气柱延伸到管口的外面；可见气柱的长度不等于管子的长度，而比管子稍长。因此，按照音的一定高度来计算管子的长度时，必须作“管口校正”(end correction)。俄罗斯音乐理论家兼音乐声学家加尔布佐夫(Nikolay Alexandrovich Garbuzov, 1880～1955) 所著《音乐声学》(1940年初版，1954年再版)中引用比利时声学家兼乐器研究家马容(Victor Mahillon, 1841～1924)提出的管口校正的简单公式，加以说明如下：

管子长度为管子直径(内径)八倍以上的细长管子，开管时：

管子长度＋直径≈气柱长度。①

即管口校正的数值大体相当于直径。例如一根细长的管子，长20厘米，直径2厘米，则其气柱长度约为22厘米，管口校正数约为2厘米。闭管时：

① ≈表示“约等于”。

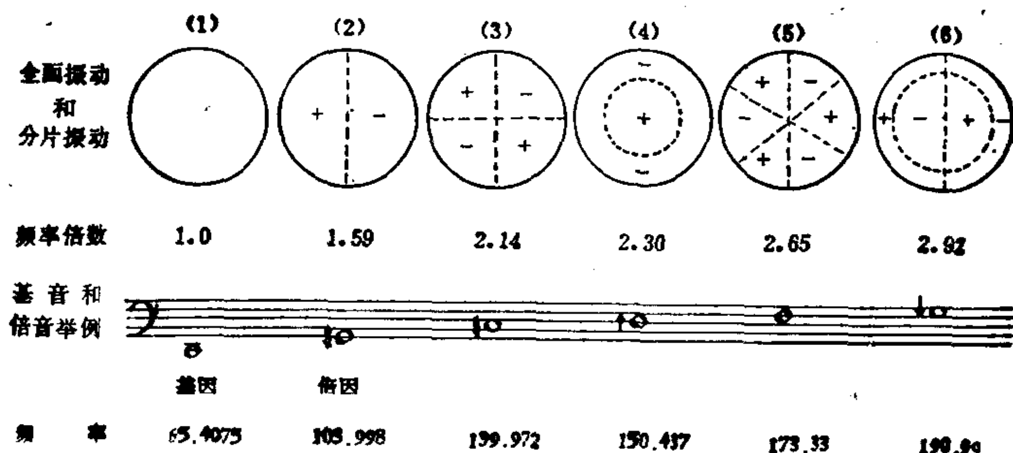
管子长度＋半径≈气柱长度。

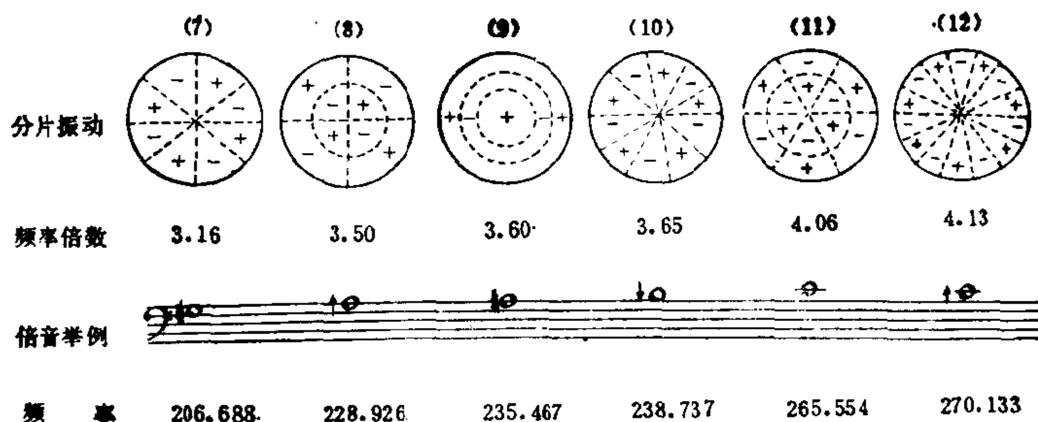
即管口校正的数值大体相当于半径。

管口校正的计算法是十分复杂的；除了管子长度、它与内径的比例、管壁的厚度(特别是管口的厚度)、管子的形状(特别是管子的各个部分的内径有大小时)之外，还有测验时室温、气温(送气温度)、送气力度等等，都会对校正数产生影响。

§13. 膜振发音的膜振动与弦振动及气柱振动比较，其不同处主要在于，膜振动所发生的倍音在性质上有所不同。弦振动和气柱振动在振动体全长振动的同时，分为二节、三节……而振动，在基音之外，同时发生频率比基音增二倍、三倍……等各种“整数倍”的倍音。膜振动则在全面振动的同时，作各种的分片振动；全面振动产生基音，分片振动产生各种“非整数倍”的倍音。即由分片振动所生的倍音的频率，都不是基音频率的“整数倍”，而是“非整数倍”(例如1.59倍、2.14倍……)。看下例。例中加号(＋)和减号(－)表示分片振动时此起彼伏的部分；虚线为“节线”，略似节点。乐谱上箭头(↑↓)表示稍高和稍低。

例 4





在弦振动等所发生的倍音列〔见§7-例2〕中，各整数倍的倍音与基音是协和的(除个别倍音外)；在上例的膜振动所发生的倍音列中，各非整数倍的倍音与基音是不协和的(除个别倍音外)。以膜振动为发音体的乐器(如一般不定音的鼓)所发之音，没有确定的高度，或高度模棱两可，其原因便在于此。

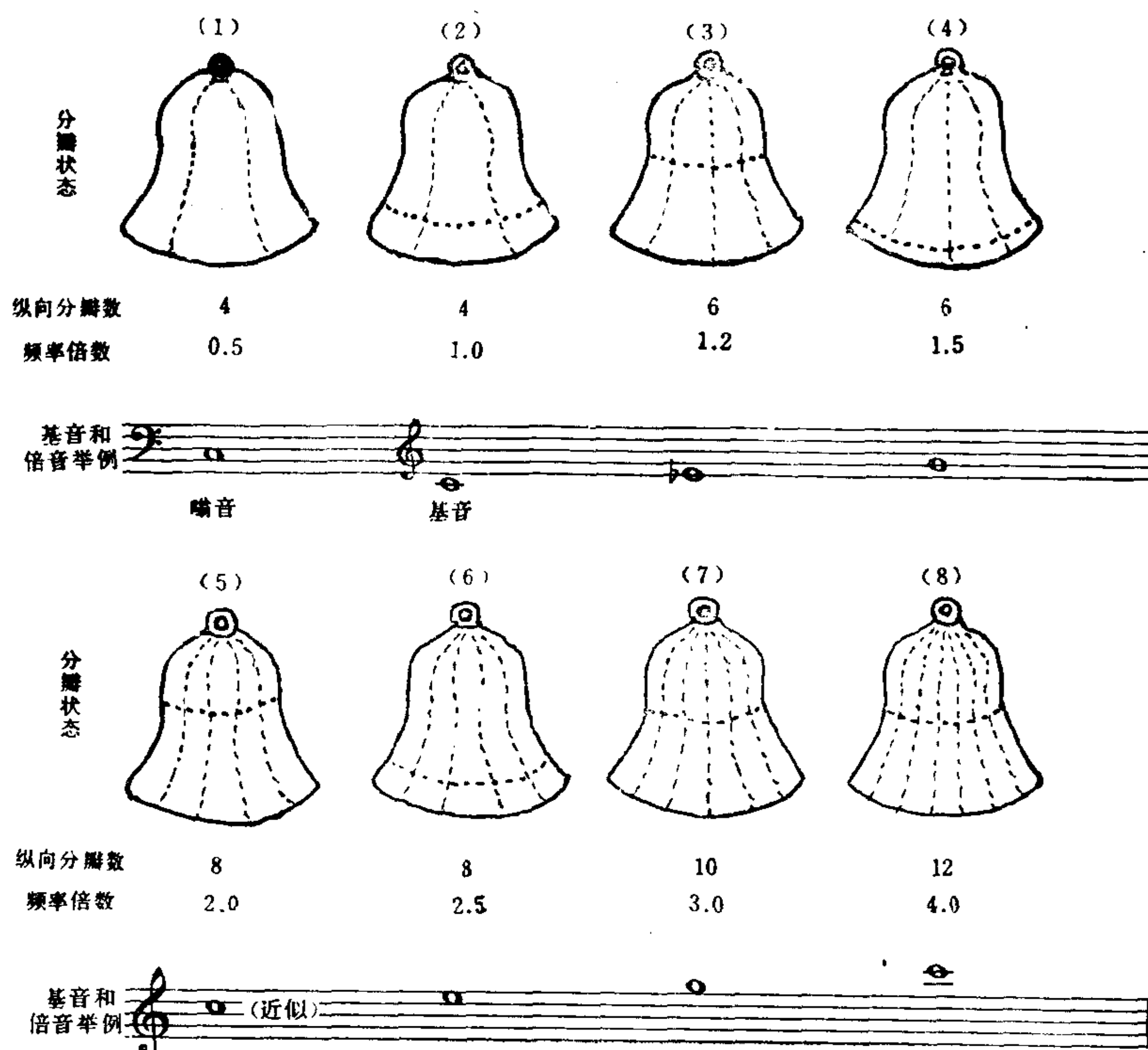
“定音鼓”(timpani)能发生确定高度的音，是由于它有特殊的形制所致。定音鼓的鼓膜紧张，富有弹性，能发生基音及其整数倍的二倍音、四倍音和五倍音，同时鼓的形体能与各倍音起共鸣，增强其音量。但是，因为膜振动本质上会发生非整数倍的不协和倍音，使定音鼓仍夹杂着某些非整数倍的倍音，不象弦振动发生全部整数倍的倍音。

§14. 体振发音中的板振动，依板的材料(金属、木质等)和形状(平面、隆起、弯曲等)而异其振动状态。圆形和方形的平面板的振动，与膜振动相似，在作全面振动的同时，作分片振动，分别产生基音和非整数倍的倍音，各倍音与基音是不协和的。以板振动为发音体的乐器(锣、钹等)，由于形状各异，使分片振动的状态和非整数倍倍音的倍数等各不相同；它们都没有确定的高度，却各具有特殊的音色。

§15. “钟”(bell)属于板(弯曲的板)振动，有其特殊的振动状

态。由于现代铸造技术的精巧，钟大多能发生基音和整数倍(或接近整数倍)的倍音。铸钟时常将钟壁先铸得较厚，以便发现基音高度不准或倍音不合时加以削凿。钟一般为圆形。敲击振动时，以分瓣振动为特点。各瓣由纵向的子午线和横向的圆周线划分而成。下例钟上所绘虚线表示分瓣的两种节线。纵向分瓣只有五种；由于横向圆周线使一瓣分成两瓣，或由于圆周线有高低位置不同，从而发生不同的倍音(包括基音)。例如(1)、(2)都分为四瓣，(1)没有圆周线，发生“嗡音”(hum)；(2)有圆周线，发生基音。(3)、(4)都分为六瓣，由于圆周线高下位置不同［(4)的圆周线接近钟的下

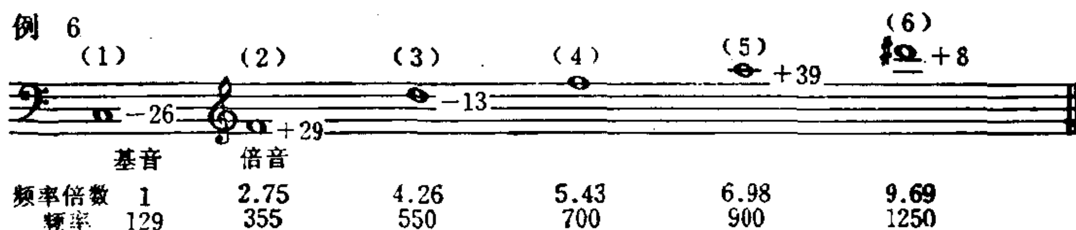
例 5



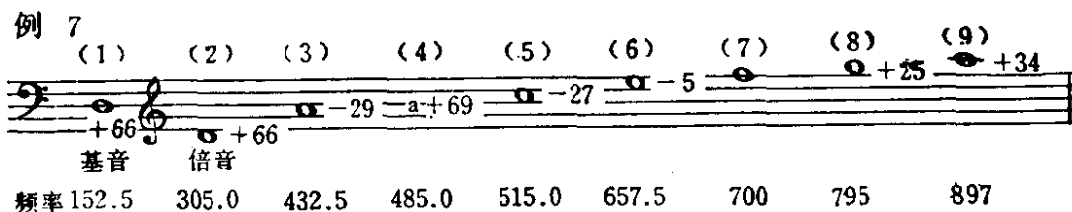
方边缘]而发生不同的倍音。(5)、(6)类推。钟发音时，其高八度音(5)、高五度音(7)和最高八度音(8)三个倍音特别明显，基音反而较弱。

§ 16. 寺院、教堂和学校等所用的单口钟，不一定按严格的基音和整数倍倍音而调音，其倍音常为非整数倍。

日本青木一郎(Aoki Ichirō) 将日本京都妙心寺一口“黄钟调”梵钟所发之音进行测算分析，得出结果如下例。钟音有基音和五个非整数倍的音(音符后面所附加减数值，表示与十二平均律相差的音分)。击钟开始刹那发出的音是二倍音 (2)；10 秒钟之后，所有的倍音全部消逝，只剩下基音鸣响。①



蔡秀兰等将北京大钟寺的大圆钟(铸于明代弘治年间，即公元1488～1505 年) 所发之音加以测算分析，得出结果如下例。击钟发音 0.4 秒时，(3)、(4)、(9) 三个倍音最强；一秒时此三个倍音开始衰减；二秒时基音开始加强，其它倍音继续衰减；四秒时基音明确，微闻(2)、(4)两个倍音。②



综观以上两钟的声音分析，可知击钟所发之音，基音并不明

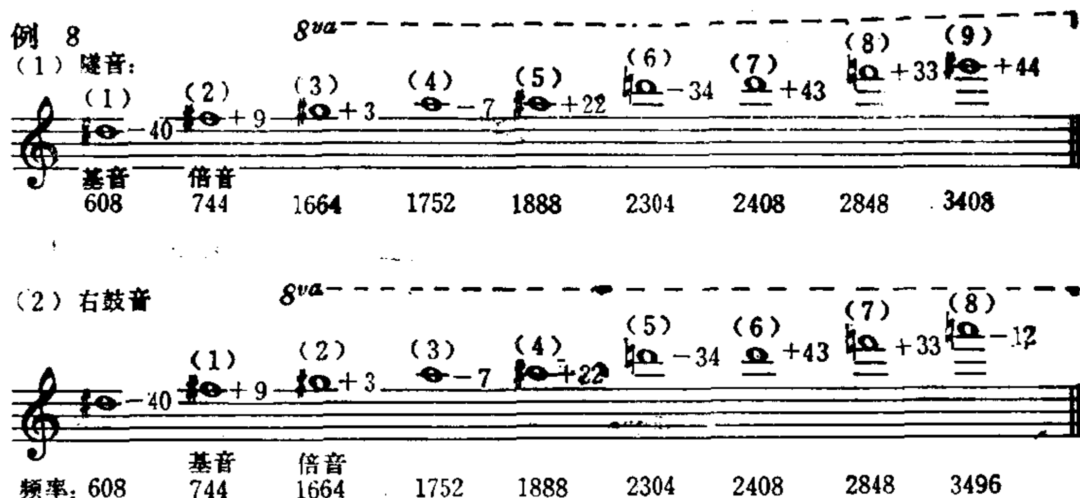
① 见日本小幡重一(Jûichi Obata)所著《实验音响学》(1933)。

② 见蔡秀兰等论文《古钟形状和特性》，载《声学学报》，第十二卷，第二期(1987年 3 月)。

显，倒是某些倍音更为明显；或者击钟后，某些倍音先出现，最后基音才明显起来。

§17. 中国早在西周中期（约公元前10世纪）起，就曾用青铜铸造双音钟，钟体呈扁圆形，设计精巧。击钟的正面部分（即隧部位），发“隧音”（亦称“正鼓音”）；击钟的侧面部分（即右鼓部位），发“右鼓音”（亦称“侧鼓音”、“鼓音”）。隧音和右鼓音的基音的音程关系，大多为大三度或小三度〔参见§133、§134〕。

韩宝强将中国春秋早期（约公元前8世纪）的鲁原钟①进行测算分析，得出结果如下例。在发隧音时，除基音外，（5）、（6）两个倍音较明显。发右鼓音时，除基音外，隧音和（2）、（4）两个倍音较明显。隧音和右鼓音两音的基音相距为 *349* 音分，大于纯律小三度（*316* 音分）*33* 音分，小于纯律大三度（*386* 音分）*37* 音分；较接近于纯律小三度。



§18. 体振发音中的棒作横振动时，有点象弦振动，作全长振动的同时，作分节振动；但是，分节振动所发生的倍音却是非整数倍的倍音。

棒振动有两种类型。一种是一端固定、另一端自由的棒的振

---

① 鲁原钟收藏在上海博物馆。

动；一种是两端都自由的棒的振动。前者可以用“音叉”(tuning fork)为例，后者可以用“木琴”(xylophone) 为例。音叉有两条叉股，每条叉股都是一端固定(固定在共鸣箱上)，一端自由振动。音叉振动时发生的倍音极高，二倍音是6.27倍；这个倍音的音量极弱，且易消逝，所以只能听到基音。只有基音而听不到倍音的音，称为“纯音”(pure tone)。

木琴由许多两端自由的棒(硬木条)组成。这种棒所发生的倍音是非整数倍的倍音；例如二倍音是2.76倍。由于木琴的每根木条下面都装有一个共鸣筒，这种共鸣筒的基音的高度与木条的基音相一致，使木条发音时基音获得共鸣而扩大，并使音的高度趋于确定。

综上所述，整数倍的倍音，连同基音集合而成有一定高度的音；非整数倍的倍音则连同基音集合而成无一定高度或高度模棱两可的音。无一定高度的音或乐器，在一定的条件(发音体质量特殊、有调节装置和共鸣作用等)下，可以转化为有一定高度的音或乐器。

音乐理论中一般所称倍音，是指弦振动和气柱振动所发生之音的整数倍的倍音而言。但是律学不仅接触到弦振动和气柱振动，而且接触到膜振动、板振动和棒振动，所以本章对钟、鼓等(特殊是钟)的非整数倍或于整数倍中掺入非整数倍的倍音现象，作了较详细的说明。

§ 19. 电振发音由电子振荡器产生的电振荡为声源，经过各种技术处理，使其音高发生变化(从微音〔§ 212〕至数个八度的变化)；又使其音量发生变化，最后通过扬声器发声。将几个电子振荡器产生的声音作不同方式的组合、加工，可以模仿各种乐器的音色，以至创造出新奇的音色。“电子琴”(electronic organ) 和“电子音响合成器”(electronic sound synthesizen)等，都属电振动

乐器。

§20. 音乐中所用的各种高度的音(或律)，视律制的不同，或多或少地根据于倍音原理。在这里，倍音转化(即基音内某倍音转化为照该倍音高度的基音〔§9、§10〕)起一定的作用。所有的律制，都是在八度内作各种高度的分划；而八度就是根据二倍音而成的。根据三倍音而成的五度，也极广泛地应用在各种律制中。

倍音原理属于自然法则。在律制中，自然法则是基础；但是必须看到，在律制中对自然法则在一定程度内进行调整，是完全可能的。所以，律制并非都是照原样地依照自然法则。例如纯五度，在五度相生律和纯律，固然照原样地依照自然法则(倍音原理)，但是在十二平均律，就有所调整，使音程稍为变狭〔见§110-例46〕。此外，在律制中，对自然法则也是有所选择的。例如纯律中的半音，是用倍音列中十五倍音至十六倍音的音程，既不用十四倍音至十五倍音的音程，也不用十六倍音至十七倍音的音程〔见§84〕。

在音乐艺术中应用自然法则(包括对自然法则进行调整或有所选择)时，既受民族爱好或当时的文化思潮的支配，并为当时的科学技术的力量所左右。

国际标准高度

§21. 音的标准高度，在不同时代和不同地区有所不同。在欧洲，音的标准高度，从17世纪起，总的趋向是逐渐升高。在17、18世纪时，a^1音的高度，其频率约从415到430。到19世纪，在1834年，德国斯图加特物理学家会议决定$a^1=440$。以后在1859年，法国巴黎音乐家和物理学家会议决定$a^1=435$。到20世纪，在1939年，英国伦敦国际会议恢复斯图加特会议的结果，又决定$a^1=440$。这个$a^1=440$的高度，称为“第一国际高度”；而巴黎

会议决定的 $a^1=435$ 的高度，称为“第二国际高度”。第一国际高度因通用于演奏会上，所以也称为“演奏会高度”(concert pitch)。现在国际上通用第一国际高度，即 $a^1=440$。

另外有一种标准高度，常用于物理学的计算上，即 $c^1=256$（依照五度相生律，$a^1=432$，依照纯律，$\underline{a}^1=426.66$）。这种高度称为“物理学高度”(physical pitch)或“理论标准高度”(philosophical standard of pitch)。这个高度用于物理学的计算上，有方便之处，即 $c^1=256$，每低一个八度，均可用 2 除净。

§ 22. 在欧洲，标准高度之所以随着时代逐渐升高，是由于欧洲近代管弦乐队追求乐器（主要是弦乐器）的明亮音色，以期获得乐队的辉煌效果所致。而乐器所以能获得明亮的音色，则有赖于较高的科学技术水平。

详言之，弦乐器为获得明亮的音色，乐器的弦就必须紧张，因为同样一条弦，张力越紧，则音色越明亮。但是，弦能经受强大的张力，就必须改进弦本身的质量和张弦的工具的耐力。举钢琴为例来说，18 世纪 10 年代，钢琴创制伊始，弦以铜丝为主，配用铁弦，同时以木框张弦。这种钢琴的弦（即铜丝等）不能尽量紧张，否则弦受不住，木框也要绷坏。所以当时的钢琴，发音纤弱，音量不大，音域不广。后来到 19 世纪 20、30 年代，冶金技术不断进步，钢琴改用钢弦，又用铁框张弦(1825 年才有人以铁铸框)。从此钢琴的弦就能尽量张紧，产生明朗的音色和强大的音量；同时音域也大为加宽，由五个八度增加到七个八度〔参见§302〕。

中国古代的标准音问题，见第六章。

§ 23. 本书将先讲述三种律制——五度相生律、纯律和十二平均律。这三种律制，除了八度都相同之外，其余各音几乎都有出入。所以把三种律制作比较时，用 c^1 音作为共同的起点。

本书为了便于实验，使理论与实际紧密结合，不采用把“物

理学高度"作为理论研究的高度($c^1=256$)的习惯，而以 $c^1=261.63$ 作为标准，即把 $c^1=261.63$ 作为三种律制的共同起点。

本书每逢音名与频率对照时均以 $c^1=261.63$ 为标准，此点务请读者注意。

律学的实验

§ 24. 律学联系实际，有两个方面，其一是联系音乐本身，另一是联系声音。律学开始研究时，必须联系声音，即须作律学的实验。如果读者不闻其声，尽在纸上看图例，演算式，则至多只能对律学获得一个肤浅的概念，而无助于对律学的深刻理解，除非是他对音的精密高度已有丰富的感性经验。

对于一个音乐工作者，要求能够听出"普通音差"（约等于十二平均律半音的五分之一〔§77〕）或"最大音差"(约等于十二平均律半音四分之一〔§69〕)。敏锐的耳朵能听出半个普通音差；半个普通音差以下是较难听辨的。要知道，律学的实验的过程，也就是锻炼听觉的过程；经过不断的实验，能不断提高听觉的能力。

做律学实验，各人的条件有异。没有现代仪器，由自己制作或安排实验工具，同样可以进行实验。可以自制"弦测音器"或"共鸣器"等实验器；也可以用乐器来代替，例如用小提琴、大提琴、扬琴或古琴。

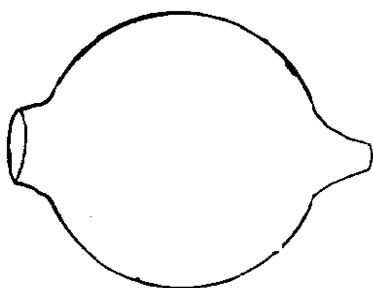
§ 25. "弦测音器"(monochord)曾以各种形式被古希腊毕达哥拉斯〔§175〕和中国古代京房〔§140〕、王朴〔§146〕、朱载堉〔§164〕等律学家使用过；中国近代仍有多人采用。今日常见的构造如下。在木板上紧张着一条或数条与板面平行的弦；沿着弦，放置一条与弦振动部分相同长度的测音尺。测音尺上刻出弦的长度和音分值〔§47〕等。弦与测音尺之间，装一活动马子；活马的高度正好是弦与

板面平行的高度。移动活马，可以改变弦的发音部分的长度，以调整发音的高度，同时在测音尺上指明度数。测音时，先借助音叉等定音器将弦调成可知的高度。然后对着被测定的音，使测音器上的弦发音，同时移动活马，使弦发生之音完全合于被测定的音为止。最后，查看活马在测音尺上所指示的度数，就可以知道音的高度或其它数值。弦测音器所用的弦，必须经过检查，一条弦的各个部分，其粗细和质量要一致，否则做出的实验不易准确。

§ 26. "共鸣器"(resonator) 为德国心理声学家兼生理和物理学家赫尔姆霍茨(Hermann Helmholtz，1821～1894) 所创用，由玻璃制成，状如下例(1)。用时大口朝音源方向，小口供耳听。在实验时，共鸣器能将复合音〔§6〕中某一与共鸣器频率相同的的倍音放大。但一个共鸣器只能测一个音，经后人加以改善，用两个圆筒做成套管式，内管可伸缩，以改变容积，并有刻度，如下例(2)，可用以测量不同高度各音的频率。

例 9

(1)



(2)



§ 27. 对本书所讲的内容，如果不能大部分作实验，可以选几个重点来作实验。例如，在纯律，先去熟悉纯五度，然后分别求出纯律大三度〔§74〕和五度相生律大三度〔§60〕，把两个大三度加以比较，以期听出两者的差异——普通音差〔§77〕。在五度相生律，则照五度相生法找出最大音差〔§69〕。再用调音准确的钢琴或风琴，把十二平均律的主要音程与五度相生律及纯律作比较，以期认

知十二平均律的特点。

拿一把小提琴和一把中提琴做实验。先把小提琴上四条弦照纯五度定弦，定准 $g—d^1—a^1—e^2$ 各音，然后对着小提琴上已定好的四条弦，把中提琴上的四条弦定准 $c—g—d^1—a^1$ 各音。现在我们试着用手指轻按中提琴的 c 弦的五分之一处，用弓拉奏，产生泛音。这个泛音就是五倍音 $\underline{e}^2$ 音——这是纯律的 $\underline{e}^2$ 音（在 e 下面加一短线，表示纯律的音）。拿这个 $\underline{e}^2$音与小提琴上e^2弦所发的e^2音相比较，$\underline{e}^2$ 音比 e^2 音稍低。这种微小的差异，就是所称“普通音差”。

把中提琴上 c 弦所发的 c 音移高八度，成为 c^1 音，又把中提琴上 c 弦所发的五倍音 $\underline{e}^2$ 音移低八度，成为 $\underline{e}^1$ 音；$c^1—\underline{e}^1$ 两音构成了纯律上的大三度。同样把中提琴上 c 弦所发的 c 音移高八度，成为 c^1 音，而把小提琴上 e^2 弦所发的 e^2 音移低八度，成为 e^1 音，则 $c^1—e^1$ 两音构成了五度相生律上的大三度。使两种律制上的大三度（$c^1—\underline{e}^1$ 和 $c^1—e^1$）分别同时发音，可以听出纯律大三度 $c^1—\underline{e}^1$ 比五度相生律大三度 $c^1—e^1$ 较为和谐。

§ 28. 再用扬琴作五度相生律的实验如下。先把第一、二两弦都定为中央C音（即 c^1 音），次把第二弦均分为三节（段），取其二节（可用马子），得 g^1 音。这时第一、二两弦 $c^1—g^1$ 构成纯五度。

再取第四弦(非第三弦)，先与第二弦一样，定为 g^1 音，然后把 g^1 的一节弦再均分为三节，取其二节，得 d^2 音。把第三弦先照新定的第四弦定为 d^2 音，然后把弦放长一倍，得 d^1 音（即作八度移动）。

把第四弦先改成与第三弦(d^1 音)一样，然后均分为三节，取其二节，得 a^1 音。

通过第六弦所得的 e^2 音，把第五弦定为 e^1 音。

如此继续相生，一直到#b¹音，如下例：

例 10

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
		(d^2)		(e^2)		(#f^2)	(#c^2)		(#d^2)		(#e^2)	
c^1	g^1	d^1	a^1	e^1	b^1	#f^1	#c^1	#g^1	#d^1	#a^1	#e^1	#b^1

最后的 #b^1 音比 c^2 音稍高，这种微小的差异，就是所称“最大音差”。这个实验比较难做。

通过实验，可以亲自感知一种律制的特点和它本身存在的矛盾，以及几种律制的区别和它们互相之间存在的矛盾。通过实验，对于感觉到的东西，对照理论，可以加深理解。

第二章　音律计算法

频　率　比

§29. 音律计算法就是音程的计算法。计算音程的方法有好几种，现在先研究根据频率来计算的方法。这个方法是其它计算法的基础,即使采用其它计算法，对于这种根据频率的计算法,也必须知道。

根据频率来计算,就是用“频率比”（即两个频率的比数）来表示两音的距离,即用频率比来表示音程的大小。

从§7-例2 中摘取构成八度音程的C和c两个音,查出C音的频率为65.4075 Hz，c音的频率为130.815 Hz,如下例:

例　11

音名	频　率
c	130.815Hz
C	65.4075Hz

则两音的频率比就是:

130.815 Hz:65.4075 Hz=2:1

比例式一般写成分数形式,而且表示频率比时,一般把较大的数作为分子,较小的数作为分母。因此上式可以写成:

$$\frac{130.815\ \text{Hz}}{65.4075\ \text{Hz}}=\frac{2}{1}$$

这就是说，构成八度音程的C和c两个音的频率比是2比1，即2:1,或$\frac{2}{1}$。

§ 30. 这里对初学者特别提出应该注意的一点，即频率比(两个频率的比数）与频率差（两个频率的差数）完全不同，切勿混淆。

C—c 两音的频率比是$\frac{130.815\text{ Hz}}{65.4075\text{ Hz}}=\frac{2}{1}$

C—c 两音的频率差则是$130.815\text{ Hz}-65.4075\text{Hz}=65.4075\text{Hz}$

频率比能够精确地表示音程的大小，而频率差则不能做到这一点。例如同一音程，不论它在低音方面或高音方面，其频率比都相同。但是同一音程的频率差在低音方面和在高音方面就不相同；从低方音到高方音，差数越来越大。从例 2 中抽出C音及其上方的第二、四、八、十六倍音共五个音，这些音的相邻两音都构成八度音程。这个八度音程不论在低音方面或高音方面，频率比都是$\frac{2}{1}$。根据同一频率比而形成的音程，不论在低音方面或高音方面，给我们听起来，其相对高度的感觉是完全一样的；即与频率比是一致的。但是，不同音位的各个八度音程的频率差，却是互不相同，音越高，差数就越大。看下面的算式：

例 12

音名	频率	频率比	频率差
c^3	1046.52Hz		
		$\frac{1046.52\text{Hz}}{523.26\text{Hz}}=\frac{2}{1}$	1046.52Hz－523.26Hz＝523.26Hz
c^2	523.26Hz		
		$\frac{523.26\text{Hz}}{261.63\text{Hz}}=\frac{2}{1}$	523.26Hz－261.63Hz＝261.63Hz
c^1	261.63Hz		
		$\frac{261.63\text{Hz}}{130.815\text{Hz}}=\frac{2}{1}$	261.63Hz－130.815Hz＝130.815Hz
c	130.815Hz		
		$\frac{130.815\text{Hz}}{65.4075\text{Hz}}=\frac{2}{1}$	130.815Hz－65.4075Hz＝65.4075Hz
C	65.4075Hz		

再举一例来说明。在五度相生律〔§ 57〕，c^1—d^1、d^1—e^1、f^1—g^1、g^1—a^1、a^1—b^1，都是全音(大全音〔§60〕)，不论它们在低音方面或高音方面，频率比都是$\frac{9}{8}$。但是这些大全音的频率差就互不相同，音越高，差数就越大。看下面的算式：

音名(五度相生律)	频率	频率比	频率差
b^1	496.69 Hz		
		$\frac{496.69Hz}{441.50Hz}=\frac{9}{8}$	496.69 Hz－441.50 Hz＝55.19Hz。
a^1	44.53 Hz		
		$\frac{441.50Hz}{392.45Hz}=\frac{9}{8}$	441.50 Hz－392.45 Hz＝49.05Hz。
g^1	392.45 Hz		
		$\frac{392.45Hz}{348.84Hz}=\frac{9}{8}$	392.45 Hz－348.84 Hz＝43.61Hz,
f^1	348.84 Hz		
e^1	331.13 Hz		
		$\frac{331.13Hz}{294.33Hz}=\frac{9}{8}$	331.13Hz－294.33Hz＝36.8 Hz。
d^1	294.33Hz		
		$\frac{294.33Hz}{261.63Hz}=\frac{9}{8}$	294.33Hz－261.63Hz＝32.7Hz。
e^1	261.63 Hz		

这就明示,只有频率比才能精确表示音程的大小,适合表达人们的听觉对相对高度的观念〔参见§219〕。

§31. 另外，频率比还可以换算成“音分值”〔§47〕)。音分值表示音程的方法比频率比更为明了,. 给音程的精密计算提供极大的方便。例如,现在有五度相生律中的大全音和小半音〔§61〕两个音程,它们用频率比来表示是这样:

$$\frac{9}{8}(\text{大全音}) \qquad \frac{256}{243}(\text{小半音})$$

根据这两个音程的频率比，我们固然能知道前者的音程大于后者的音程，但究竟大多少，却非经一番计算,就无法知道。现在把这两个音程的频率比$\frac{9}{8}$和$\frac{256}{243}$，换算成音分值，变为 *204* 音分 和 *90* 音分，我们一瞥即知前者（大全音,*204* 音分)大于后者（小半音,*90* 音分),且为后者的二倍强；此外，还很容易知道两个音程正确的倍数：

$$\frac{204\text{ 音分}}{90\text{ 音分}}=2.26(\text{即大全音有两个多点小半音那么大})$$

音分值在音程计算上比频率比还有其它的优点，以及由频率比换算为音分值的方法等，后文就要讲到,这里先不详述。不过,这里有必要说明一下，频率比以及频率比和音分值之间的换算法这两个问题,至为重要,读者必须掌握。本书以后各章讲到各种律

学问题时都采用这两种计算方法。频率比的概念，上面已经讲了，至于频率比与音分值之间的换算法将在§49 说明，如果初学者（特别是数学方面基础较差的读者）能够重点地掌握这两点，就能明白本书全书的阐述。当然，为了理解得更深入一些，还需要掌握更多的有关音律计算的问题。

§ 32. 现在回过头来，继续讲述用频率比计算音程的方法。

欲求两音程之和的频率比，则把两音程的频率比相乘，即得。例如，在§7-例2，四倍音 c^1 对三倍音 g（即纯四度 g—c^1）的频率比$\frac{4}{3}$，乘以五倍音 $\underline{e}^1$ 对四倍音 c^1（即纯律大三度 c^1—$\underline{e}^1$）的频频率比$\frac{5}{4}$，即得 $\underline{e}^1$ 对 g（即纯律大六度 g—$\underline{e}^1$〔详见第四章，§ 78〕）的频率比。如下：

$$\frac{4}{3}(\text{纯四度})\times\frac{5}{4}(\text{纯律大三度})=\frac{5}{3}(\text{纯律大六度})$$

§ 33. 欲求两音程之差的频率比，把较大音程的频率比，除以较小音程的频率比，即得。例如，在例 2，把六倍音 g^1 对四倍音 c^1（即纯五度 c^1—g^1）的频率比$\frac{3}{2}$，除以六倍音 g^1 对五倍音 $\underline{e}^1$（即纯律小三度 $\underline{e}^1$—g^1〔详见第四章，§ 88〕）的频率比$\frac{6}{5}$，即得 $\underline{e}^1$ 对 c^1（即纯律大三度 c^1—$\underline{e}^1$〔详见第四章，§ 77〕）的频率比。如下：

$$\frac{3}{2}(\text{纯五度})\div\frac{6}{5}(\text{纯律小三度})=\frac{5}{4}(\text{纯律大三度})$$

§ 34. 当我们已经知道某一音程中上方音与下方音的频率比（例如已知道纯五度上方音 g^1 与下方音 c^1 的频率比为$\frac{3}{2}$），欲求该音程中上方音与下方音构成同度音程（例如c^1音与下方纯五度 f 音）的频率比，只要用该音程原来频率比的“倒数”，即可。例如：

c^1 上方纯五度 g^1 与 c^1 的频率比为$\frac{3}{2}$

c^1下方纯五度f与c^1的频率比为$\frac{2}{3}$

§ 35. 欲求两音程中大的一个比小的一个大几倍（即较大音程内能容纳几个较小的另一音程）或大多少，只要求得较大音程的频率比是较小音程频率比的几次方，就可知道。例如，欲求五度相生律中的全音($\frac{9}{8}$)比半音($\frac{256}{243}$)大几倍〔详见第三章，§ 61〕，可以用这样的算式：

$$\left(\frac{256}{243}\right)^x=\frac{9}{8}$$

这个算式，实际与§32求数音程之和的算法正是一样，因为$\frac{256}{243}$自乘几次，就是几个半音之和。我们可以用对数来求得上面算式的结果(对数的算法下面还要详细讲到)：

先把上式中的分数化为小数

$$(1.05349)^x=1.12500$$

等式两边各取其对数

$$x\log_{10}1.05349=\log_{10}1.12500$$

$$x=\frac{\log_{10}1.12500}{\log_{10}1.05349}$$

从对数表中可以查得

$$\log_{10}1.05349=0.02263$$

$$\log_{10}1.12500=0.05115$$

故得 $x=\frac{0.05115}{0.02263}=2.26$

即这里全音比半音大二倍强。

上面的算法，与用“对数值”的计算法正是一样〔详见后文，§ 42〕。

§ 36. 计算音律时，一般限于八度之内。如果有某音超过一个八度时，就把该音移到一个八度之内。八度音程的频率比是$\frac{2}{1}$，

所以，要想把一个八度以外较高的音移(移低)到一个八度以内，就视其距离几个八度，除以 2 (即$\frac{1}{2}$)几次方，即得。例如:

$$\frac{(g^2 \text{ 的频率})}{2} = (g^1 \text{ 的频率})$$

$$\frac{(g^5 \text{ 的频率})}{2^4} = (g^1 \text{ 的频率})$$

上面用除数 2^4，即表示移低四个八度。

要想把一个八度以外较低的音移(移高)到一个八度以内，则视其距离几个八度，乘以 2 (即$\frac{2}{1}$)的几次方，即得。例如:

$$(f \text{ 的频率}) \times 2 = (f^1 \text{ 的频率})$$

$$(A_1 \text{ 的频率}) \times 2^3 = (a^1 \text{ 的频率})$$

§ 37. 从一音的频率(例如 c^1 的频率 $=261.63$)，根据频率比求其它相应各音的频率，则如下:

$$261.63(c^1) \times \frac{3}{2} = 392.45(g^1)$$

$$261.63(c^1) \times 2 = 523.26(c^2)$$

$$261.63(c^1) \times \frac{2}{3} = 174.42(f)$$

音　程　值

§ 38. 上面讲述频率比的运算方法和如何用频率比来表示音程的大小；讲到音分值的用途和优越性；还提到理解有关频率比和音分值的重要性。下面将详述由频率比换算为音分值的方法和音分值的运算法；同时将提到与音分值用途相类似的几种音程计算法。音分值和另外几种相类似的音程计算法，总称为“音程值”(interval value)；它们都应用“对数”的原理演绎而成。所以在讲述各种音程值(包括音分值)之前，有必要把对数的原理和用法

作一简单的说明。

在§35曾提出一种用对数来演算的方法；凡遇比较两音程的大小，都可以用这方法来计算。例如，欲求$\frac{9}{8}$比$\frac{256}{243}$大多少，就把两个分数化为小数，再从对数表查出这个小数的对数，最后拿两个对数加以比较，即得。当我们查到两个对数的时候，即使未经比较计算，对两音程的大小亦知其十之七八了。从这点看来，可知用对数，比用表示频率比的分数，更便于直接表示出音程的大小。所以，如果我们径用对数来代表音程，则对于音程的计算，将有极大的方便。

下面先讲对数的原理，再讲对数的用法。

§39. "对数"(logarithm)的定义是，若干乘幂的某数等于它数时，则表示若干乘幂的指数，各为以某数为"底"所成它数的"对数"。例如：

$$10^{a}=A$$

a就是以10为底所成的A的对数（A称为"真数"）。我们前曾查出$\frac{9}{8}$的小数1.125的对数为0.05115[§35]，这就是根据真数查出以10为底的对数：

$$10(\text{底})^{0.05115(\text{对数})}=1.125(\text{真数})$$

用数学的符号和表达式，亦可表示如下：

$$\log_{10}1.125=0.05115$$

$$\text{或}\lg 1.125=0.05115$$

§40. 对数有一种特殊的性质，即：

(1) 两真数相乘积的对数，等于该两真数的对数相加。如下：

$$10^{a}=A \quad 10^{b}=B$$

$$A\times B=10^{a}\times 10^{b}=10^{a+b}$$

即 $\log_{10}(A\times B)=a+b=\log_{10}A+\log_{10}B$

（2）两真数相除商的对数，等于该两真数的对数相减（以被除数的对数减去除数的对数）。如下：

$$10^a=A \quad 10^b=B$$

$$\frac{A}{B}=\frac{10^a}{10^b}=10^{a-b}$$

即 $\log_{10}\frac{A}{B}=a-b=\log_{10}A-\log_{10}B$

（3）一真数的若干乘幂的对数，等于该真数的对数和幂指数相乘。如下（n 为幂指数）：

$$10^a=A \quad A^n=(10^a)^n=10^{a\times n}$$

即 $\log_{10}A^n=a\times n=n\log_{10}A$

（4）一真数的方根的对数，等于以该真数的对数除以根指数。如下：

$$10^a=A \qquad \sqrt[n]{A}=\sqrt[n]{10^a}=10^{\frac{a}{n}}$$

即 $\log_{10}\sqrt[n]{A}=\frac{a}{n}=\frac{1}{n}\log_{10}A$

由上所述，可知对数把真数的乘除关系，变为加减关系，把真数的自乘变为乘，把真数的开方变为除。

§ 41. 因为对数有上举的特殊性质，所以，应用对数来表示音程的大小，有极大的方便。即对于音程的相加，不必再用乘式，而可以改用加法；对于音程的相减，不必再用除式，而可以改用减法；对一音程的递加若干次（如五度相生律上所见的），不用自乘，而可乘以递加次数之数；又对一音程均分为若干音程（如平均律所见的），不用开方，而可除以均分之数。总而言之，对数对音程的计算，方法比较简单；对表达音程的大小，方法比较直接。

音程值有四种，即对数值、八度值、音分值和平均音程值。现分述于下。

对 数 值

§ 42. 常用对数是以10为底的对数。这种对数应用在音程计算上，通称“对数值”（logarithmic value）。对数值以采用者的姓氏法国沙伐（Félix Savart，1791～1841）作为计算单位的名称；例如，八度的对数值为301沙伐〔详见后文〕。在§53-例18，各种音程值自右至左第四栏，我们可以看到发生在三种律制中的最普通的音程的对数值。各值小数点后有五位。实际除了作极精细的研究外，用小数点后三位即可，第四位四舍五入。一般可以把小数点略去，用其千倍的值。例如：

八　度＝0.30103　　可以用301

纯五度＝0.17609　　可以用176

大全音＝0.05115　　可以用51

§ 43. 欲求两音程之和，把两音程的对数值相加，即得；欲求两音程之差，把两音程的对数值相减，即得。例如：

176沙伐（纯五度）＋125沙伐（纯四度）＝301沙伐（八度）

要想递加一音程若干次，把该音程的对数值，乘以递加次数之数，即得。例如，在五度相生律，相生五次即乘以5：

176沙伐（纯五度）×5＝880

但是这个880已超出好几个八度，因此必须除以301（八度）：

880÷301＝2（即超出二个八度）余278

即所生之律278沙伐，为五度相生律大七度之值。

要想把一音程均分为若干音程，把该音程的对数值除以均分之数，即得。例如，要想把八度均分为十二个音程（即十二平均律）：

$$301\text{沙伐(八度)}\div 12=25\text{沙伐}$$

这个25沙伐即十二平均律半音之值。

§ 44. 音程值既然用以表示音程的大小，所以同度记作 0；而音阶的一级音也作 0。记各种律制时，出发之音都记作 0。

音阶中各音的音程值，一般指与主音的距离。但是音程值也常记示音阶中相邻两音的音程。

音程值中的对数值，有一个缺点，即不能明示八度，因此不为世所通用。

八　度　值

§ 45. “八度值”就是为免除对数值不能明示八度的缺陷，把八度改用 1。因其意义重在八度，所以通称“八度值”(octave value)。德国里曼〔§189，注①〕、德国音乐教育家兼语言学家爱兹(Carl Eitz，1848～1924)，都用这种音程值。

八度值是以 2 为底的对数(常用对数以 10 为底)，非如常用对数查表即知，但可以从常用对数换算而得。例如，欲求八度值的纯五度的音程值：

$$\begin{pmatrix}\text{常用对数的}\\\text{八度之值}\end{pmatrix}\quad\begin{pmatrix}\text{八度值的}\\\text{八度之值}\end{pmatrix}\quad\begin{pmatrix}\text{常用对数的}\\\text{五度之值}\end{pmatrix}$$

$$0.30103 : 1 = 0.17609 : x$$

则 $x=\frac{1}{0.30103}\times 0.17609=0.58496$

这等于把常用对数的纯五度之值乘以$\frac{1}{0.30103}$ (即 3.32193)。所以，我们可以把 3.32193 作为“比例常数”；各音程的常用对数之值乘以这个比例常数，即得各该音程的八度值。

八度值除由频率比换算而得外，也可以直接进行计算，以获得

各音程之值〔参看§43〕。例如，十二平均律可用1除以12，把所得之数作为半音之值，然后乘以各音程内所含的半音之数，以获得各该音程的八度值。

八度值与对数值一样，除作极精细的研究外，用小数点后三位即可，第四位四舍五入。一般用其千倍的值。所以这种千倍的八度值，称为“千分八度值”(millioctave value)，即：

八度 ＝1000

五度 ＝585

大全音＝170

看§53-例18自右至左第三栏。这种音程值的用法，与对数值完全相同。

§46. 八度之值既以1代表八度，因此超出1(在千分八度值，超出1000)，就表示超出一个八度；超出2，就表示超出两个八度；以下依次递加。这是这种音程值的最大的优点。例如在五度相生律，不必事先管它会超出几个八度，只要看纯五度的音程值乘以相生几次之数后的答数，其整数（在千分八度值为千位或万位）是何数，即知超出几个八度，而余下之数，就是相生若干次之后所得的音的音程值。例如，欲求五度相生律生到七次之后，结果怎样：

0.58496(纯五度)×7＝4.09472

整数4表示超出四个八度。去掉4，余下0.09472，就是所求之音（五度相生律大半音）的音程值。八度值的全音（大全音）之值是0.16992，则五度相生律半音（大半音）为全音的二分之一强。

音 分 值

§ 47. 自从十二平均律通行以来，理论家常用十二平均律为标准，以计算其它各种律制中的各种音程，于是有“音分值”(cent value)的产生和盛用。音分值为英国埃利斯〔§ 270〕所倡用；今日在国际间广泛使用。

音分值就是以 *1200* 为八度之值（*12* 代表十二平均律中十二个半音），以*100*为平均律半音之值，其它各音程视所含半音之数而递增。由于以一百分为半音之值，所以称每一分为“音分”(cent)。“音分值”便由此而得名。

各音程的音分值，都可以从常用对数换算而得。先求出比例常数；再把各音程的常用对数之值乘以比例常数，即得各该音程的音分值。比例常数是：

$$\frac{1200\ \text{(音分值的八度之值)}}{0.30103\ \text{(常用对数的八度之值)}} = 3986.313(7)$$

把常用对数的纯五度（指五度相生律或纯律的纯五度）之值乘以比例常数，即得音分值的纯五度之值：

$$0.17609 \times 3986.3137 = 701.950$$

看§53-例 18 自右至左第二栏。

音分值除作极精细的计算外，常把小数点后之数省去（用四舍五入法）。这样，上面的纯五度的音分值 *701.950* 就变成 *702* 音分了。

又，音分值除由频率比换算而得外，也可以直接进行计算，以获得各音程之值〔参见§43〕。

§ 48. 十二平均律纯五度包含七个半音，照音分值是 *700* 音分；现在五度相生律（或纯律）纯五度是 *702* 音分，比十二平均律纯

五度多 2 音分。这表示五度相生律纯五度比十二平均律纯五度高"半音(十二平均律半音)的百分之二"。所要注意者，音分值以十二平均律半音为标准，所以多 2 音分，就表示高"十二平均律半音的百分之二"。

再看音分值的普通音差，它是 21.506 音分，即 22 音分；仅及十二平均律半音的五分之一强。又最大音差是 23.460 音分，即 24 音分；仅及十二平均律半音的四分之一弱。又纯律大三度是 386.314 音分，即 386 音分。十二平均律大三度包含四个半音，是 400 音分；比纯律大三度多 14 音分。这表示十二平均律大三度比纯律大三度高"十二平均律半音的七分之一弱"。

由上所举各例可知，如果用十二平均律为标准来计算其它各种律制的音程，音分值有很大的方便。

音分值在运用上有很大方便，而且在国际间广泛使用，所以本书采用这种音分值，并在书后附《音分值和频率对照表》(附录一)，供读者查对之用。

§ 49. 这里讲述在音律测算上如何应用音分值问题，这可供一般音乐工作者测音时参考。

音分值应用问题可以分为两部分来讲。先讲已知两音频率，如何算出两音相距多少音分值的问题，亦即从频率比如何换算成音分值的问题。

设有两音，已知其频率各为 327 Hz 和 261.63 Hz，试求两音相距多少音分?

第一步，先求两音的频率比(把较大的数作为分子)，即：

$$\frac{327\ \text{Hz}}{261.63\ \text{Hz}}=1.25$$

第二步，从对数表上查出这一频率比 1.25 的对数值，如下图：

例 18

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
13	1	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732

上图中两个箭头所指的数为“0969”，只要在它前面加一小数点，写成“0.0969”，即为所求1.25的对数值。

第三步，再将0.0969乘以比例常数3986.313〔见§53-例18〕，即得音分值：

$$0.0969 \times 3986.313 = \mathit{386.3}\text{ 音分}$$

经过上面的三步运算，可知327 Hz和261.63 Hz两音之间相距*386.3*音分。

如果把上面的三步运算简化而成公式，就是：

$$\text{音分值} = 3986.313(7) \times \log_{10}\left(\frac{F_2}{F_1}\right)$$

上式中3986.313(7)是固定的比例常数〔§47〕，F_1、F_2代表两音的频率（其中F_2是较大的频率），$\log_{10}\left(\frac{F_2}{F_2}\right)$表示两音频率比的对数。

上面讲述的换算方法，对于任何频率的两音都可以适用，但是一般应用时，为了避免繁复的计算，可以采用查表的方法。本书后面附有一份从中央C音（频率为261.63）算起的《音分值和频率对照表》（附录一）。如果已经知道某音的频率，要想查出该音与中央C相距多少音分，可从表上很容易地查得。譬如上例，两音中

较低的音正好是中央C(频率为261.63 Hz)，只要从表中“频率”一栏中找到327 Hz，就可以查到该音与中央C相距的音分值〔见下例〕。当我们找327 Hz时会发现，表中有时没有该数，而只有它的近似值(326.97 Hz)。如果我们不要求更高的精确度时，可以根据近似值而查到它左边所记的“*386* 音分”作为答数。上面用公式计算出的答数是 *386.3* 音分，可见用公式计算比查表要精确一些，但不那么方便。查表方法见下例(这里频率只列小数点后二位)：

例 14

音分值	频率(Hz)
383	326.41
384	326.60
385	326.78
386 ⇦	326.97 ⇦
387	327.16
388	327.35

关于查表，还有一点要说明。如果有一个音其频率距中央C超过一个八度，就会查不到。例如求频率为551.85 Hz的一音与中央C相距多少音分？这就需要先把该音移低八度来查表，查到音分值后再移回原来的高度；这就是说，在查表前先把频率除以2，即$\frac{551.85}{2}=275.93$，根据275.93查表得 *92* 音分，然后把查得的音分值加上 *1200* 音分，即 $92+1200=1292$ 音分。这就得出，频率为551.85 Hz的音与中央C相距 *1292* 音分，即一个八度加一个半音左右。

§ 50. 下面讲述第二部分应用音分值的问题。设有一位音乐

工作者对一首乐曲进行了测音，已得出该乐曲所依据的调式内各音(设有七个音)的频率〔下例第二行〕，如何对这个测音结果进行整理，以得出各音之间的音程关系，弄清该调式的构造。

第一步，查表得出各音距中央C音为多少音分：

例 15

调式各音级		1	2	3	4	5	6	(7)	(8)
调式各音频率	中央C 261.63	327	367.89	399.77	435.98	490.51	552.45		654
查表得出各音距中央C的音分值		386	590	734	884	1088	1294		1586

第二步，把各个音分值都减去第一个音分值(386音分)，所得的一系列音分值就是各音距第一音的音分值：

例 16

调式各音级	1	2	3	4	5	6	(7)	(8)
调式各音频率	327	367.89	399.77	435.98	490.51	552.45		654
各音距中央C的音分值	386	590	734	884	1088	1294		1586
各音分值都减去386音分	386 -386	590 -386	734 -386	884 -386	1088 -386	1294 -386		1586 -386
各音距第一音的音分值	=0	=204	=348	=498	=702	=908		=1200

整理后的结果如下：

例 17

音级	1	2	3	4	5	6	(7)	(8)
频率	327	367.89	399.77	435.98	490.51	552.45		654
调式各音的音分值	0	204	348	498	702	908		1200
相邻两音间的音分值	204	144	150	204	206	292		

从上面的调式各音的音分值看来，可知该调式符合于带中立音的六声徵调式〔参见§245-例133〕。

这种测算法，在本书各章中经常可以看到，特别在第九章中可以看到详细的具体测算法。

音分值一般在八度(*1200* 音分)之内运算，但必要时也可超出 *1200* 音分〔见§249-例134〕。又音分值偶尔也用负数〔见§152-例67〕。

平 均 音 程 值

§51. 另外还有一种与音分值有同样的方便的音程值，它就是“平均音程值”(centitone)。平均音程值为日本田边尚雄〔§255〕所创用，发表于1909年。中国音乐学家王光祈〔§169〕曾一度采用这种音程值。

音分值以十二平均律的半音为标准，平均音程值则以十二平均律的全音为标准，全音作1，半音作0.5，其它各音程视所含半音之数而递增，八度作6。音乐理论家习惯用“全音”、“半音”这种称谓，所以用1代表全音(十二平均律全音)，用0.5代表半音(十二平均律半音)，在感觉上有便利之处。

平均音程值以6为八度之值，即为音分值之半，所以各音程都可以由音分值除以2而得。例如：

701.950(音分值的纯五度之值)÷2=350.975

把上面的答数的小数点移前二位，变为3.50975就是平均音程值的纯五度之值。但是平均音程值一般根据常用对数换算而得，即先求得比例常数，再把各音程的常用对数之值乘以比例常数，即得各该音程的平均音程值。比例常数是：

$$\frac{6\ (\text{平均音程值的八度之值})}{0.30103(\text{常用对数的八度之值})}=19.93156(8)$$

把常用对数的纯五度(指五度相生律或纯律的纯五度)之值乘以比例常数,即得平均音程值纯五度之值:

$$0.17609\times 19.93156=3.50975$$

看§53-例18自右至左第一栏。

平均音程值除作极精细的研究外,用小数点后二位即可(第三位四舍五入)。所以纯五度作3.51。

§52. 十二平均律纯五度包含七个半音,照平均音程值是3.50;现在五度相生律(或纯律)纯五度多0.01,这表示五度相生律纯五度比平均律纯五度高"十二平均律全音百分之一"。所要注意者,平均音程值以十二平均律全音为标准,所以多0.01,就表示高"十二平均律全音的百分之一"。

再看平均音程值的普通音差0.10753,即0.11;仅及十二平均律全音的十分之一强。又最大音差0.11730,即0.12;仅及十二平均律全音的八分之一弱。又纯律大三度1.93157,即1.93。十二平均律大三度包含四个半音,平均音程值是2.00;比纯律大三度多0.07。即十二平均律大三度比纯律大三度高"十二平均律全音的十四分之一弱"。

§53. 由上所述可知,对音程值首先要知道它是何种音程值。各种音程值各有其特殊的用处。仅为比较音程的大小,可以用对数值。研究纯律或五度相生律而且经常要与十二平均律作比较,则音分值和平均音程值有其便利处,而音分值最为方便。

有一点要加以说明。不论用频率比计算,或用音程值(音分值)计算,本书因有一般算法和精密算法两种算法,对于数值的尾数处理常不一致。例如小数点后保留尾数数位(一至五位)和四舍五入的尾数数位,都不尽一致,从而产生数值的尾数略有差异,有

时并影响其它某些数值。但是，这种差异不仅在听觉上无法分辨，在律学计算上也是极细微的差异。

下面把几种主要音程所用的各种音程值列表如下页例18。例中各音程值都用较精密的数值。

振动体长度与音分值的关系

§ 54. 中国古代用振动体的长度来计算音律，非如今日用频率的多寡来计算音律。但是两者有密切的关系。例如在五度相生律，音阶的属音（第五音）与主音（第一音）成纯五度时，这个属音与主音的频率比为$\frac{3}{2}$，其振动体的长度比则为$\frac{2}{3}$。即频率比与振动体长度比，互成“倒数”关系。从第一章 § 6 我们知道，弦的长度与频率成反比，例如，弦长占全弦的$\frac{1}{3}$时，频率为全弦的三倍。所以只要把振动体长度比颠倒过来，就是频率比；再由频率比经过换算，就可以获得音分值（由频率比换算为音分值，见 § 47）。我们所以能够知道中国古代律制的音分值，就是经过这种“倒数换算”而得。很多的实例可以在第六章《中国律学简史》中看到，这里就不举例说明了。

又，这里所指的振动体，是弦，而不是管（气柱）。关于这个问题，也将在第六章中〔§ 122〕加以研究。

例 18

各种音程值(一)

所在律			举例	频率比	化为小数	对数值	八度值	音分值	平均音程值
五度相生律	纯律	十二平均律							
	普通音差		$c'-\bar{c}'$	$\frac{81}{80}$	1.01250	0.00395	0.01792	*21.506*	0.10753
最大音差			$c'-\sharp b$	$\frac{531441}{524288}$	1.01364	0.00589	0.01955	*23.460*	0.11730
	小半音		$c'-\sharp\underline{c}'$	$\frac{25}{24}$	1.04166	0.01772	0.05886	*70.637*	0.35319
五度律小半音			$c'-\flat d'$	$\frac{256}{243}$	1.05349	0.02263	0.07518	*90.210*	0.45105
		平均律半音		$\frac{89}{84}$	1.05946	0.02508	0.08333	*100.000*	0.50000
	大半音		$c'-\flat\bar{d}'$	$\frac{16}{15}$	1.06666	0.02802	0.09308	*111.696*	0.55848
五度律大半音			$c'-\sharp c'$	$\frac{2187}{2048}$	1.06787	0.02851	0.09471	*113.650*	0.56825
	小全音		$c'-\underline{d}'$	$\frac{10}{9}$	1.11111	0.04575	0.15198	*182.374*	0.91187
		平均律全音		$\frac{449}{400}$	1.12256	0.05017	0.16666	*200.000*	1.00000
大全音	大全音		$c'-d'$	$\frac{9}{8}$	1.12500	0.05115	0.16992	*203.900*	1.01950
五度律小三度			$c'-\flat e'$	$\frac{32}{27}$	1.18519	0.07379	0.24513	*294.151*	1.47075
		平均律小三度		$\frac{44}{37}$	1.18920	0.07525	0.25000	*300.000*	1.50000
	纯律小三度		$c'-\flat\bar{e}'$	$\frac{6}{5}$	1.20000	0.07918	0.26303	*315.636*	1.57818
	纯律大三度		$c'-\underline{e}'$	$\frac{5}{4}$	1.25000	0.09691	0.32193	*384.314*	1.93157
		平均律大三度		$\frac{63}{50}$	1.25992	0.10034	0.33333	*400.000*	2.00000
五度律大三度			$c'-e'$	$\frac{81}{64}$	1.26562	0.10230	0.33983	*407.800*	2.03900
备注：1. 十二平均律音名的记法，一般与五度相生律同；为免混乱，不举实例。2. 十二平均律的频率比，用习惯的近似数值，非准确数值。							比例常数 3.32193	比例常数（7）3986.313	比例常数（8）19.93156

各种音程值(二)

所在律：五度相生律	所在律：纯律	所在律：十二平均律	举例	频率比	化为小数	对数值	八度值	音分值	平均音程值
纯四度	纯四度		c^1—f^1	$\frac{4}{3}$	1.33333	0.12493	0.41501	*498.010*	2.49005
		平均律纯四度		$\frac{303}{227}$	1.33480	0.12542	0.41666	*500.000*	2.50000
		平均律纯五度		$\frac{433}{289}$	1.49827	0.17559	0.58333	*700.000*	3.50000
纯五度	纯五度		c^1—g^1	$\frac{3}{2}$	1.50000	0.17609	0.58496	*701.950*	3.50975
五度律小六度			c^1—$\flat a^1$	$\frac{128}{81}$	1.58025	0.19872	0.66013	*792.160*	3.96086
		平均律小六度		$\frac{100}{63}$	1.58730	0.20066	0.66666	*800.000*	4.00000
	纯律小六度		c^1—$\flat\bar{a}^1$	$\frac{8}{5}$	1.60000	0.20412	0.67807	*813.686*	4.06843
	纯律大六度		c^1—$\underline{a}^1$	$\frac{5}{3}$	1.66666	0.22184	0.73694	*884.321*	4.42162
		平均律大六度		$\frac{37}{22}$	1.68182	0.22578	0.75000	*900.000*	4.50000
五度律大六度			c^1—a^1	$\frac{27}{16}$	1.68750	0.22724	0.75488	*905.850*	4.52925
五度律小七度			c^1—$\flat b^1$	$\frac{16}{9}$	1.77778	0.24988	0.83008	*996.10*	4.98050
		平均律小七度		$\frac{98}{55}$	1.78182	0.25086	0.83333	*1000.000*	5.00000
	纯律小七度		c^1—$\flat\bar{b}^1$	$\frac{9}{5}$	1.80000	0.25527	0.84799	*1017.586*	5.08793
	纯律大七度		c^1—$\underline{b}^1$	$\frac{15}{8}$	1.87500	0.27300	0.90689	*1088.263*	5.44132
		平均律大七度		$\frac{168}{89}$	1.88776	0.27592	0.91666	*1100.000*	5.50000
五度律大七度			c^1—b^1	$\frac{243}{128}$	1.89844	0.27839	0.92479	*1109.750*	5.54875
纯八度	纯八度	纯八度	c^1—c^2	$\frac{2}{1}$	2.00000	0.30103	1.00000	*1200.000*	6.00000
备注：1. 十二平均律音名的记法，一般与五度相生律同，为免混乱，不举实例。 2. 十二平均律的频率比，用习惯的近似数值，非准确数值。							比例常数 3.32193	比例常数（7） 3986.313	比例常数（8） 19.93156

第三章　五度相生律

§55. 在讲述五度相生律之前，先来简单地说明三种律制——即“五度相生律”、“纯律”和“十二平均律”的构成。五度相生律，就是由一律出发，每隔五度(纯五度，即§7-例2中二倍音与三倍音的距离)产生一律，继续相生，而得各律。纯律是于五度相生律的纯五度之外加入大三度(纯律大三度，即例2中四倍音与五倍音的距离)，作为生律的基础，其各律多符合于倍音列〔见第四章，§83、§84〕。十二平均律是八度均分为十二律，即十二个比例相等的半音；合两个半音为一个全音〔详见第五章〕。

为什么着重讲这三种律制呢？——这是因为，这三种律制在今日国际间广泛应用，影响较大。此外，把这三种律制搞清楚之后，对于理解其它民族律制和乐制，有很大的方便。

§56. 关于五度相生律及其特有音程的名称问题，有稍加说明的必要。五度相生律，在欧洲因为最初由古希腊哲学家兼数学家毕达哥拉斯〔见§175〕所提出，因此通常称为“毕达哥拉斯律制”；同时对这种律制所特有的音程，都冠以“毕达哥拉斯”之名。

毕达哥拉斯早在公元前6世纪时提出五度相生律，中国在此前或此后也提出同一体系的律制〔见§127〕；古代阿拉伯人也很早提出类似的律制〔见§222〕。所以有人对这种律制所特有的音程和音阶，都冠以“古代”二字。

本书增订版①对本律制及其特有音程，既不冠用“毕达哥拉

① 指1983年第二次修订的增订版。

斯"之名(特定地区在外),也不冠用"古代"二字，因为这种律制既非由毕达哥拉斯一人所发现,同时这种律制源远流长,至今并未消声匿迹,相反,在今日弦乐器(如小提琴、二胡之类)上,这种律制还有很大势力。本书增订版根据该律制生律的特点,采用"五度相生律"这一名称。同时对这种律制所特有的音程,冠以"五度律"三字("五度相生律"的简称),以区别于它种律制;必要时用国际通用的名称作为副名，以便于参考对照。例如,"五度律大音阶";"五度律小半音"(或"林马半音")。另有一些音程则袭用国际通用的名称,例如"最大音差"。

五度相生律和五度相生法

§ 57. "五度相生律"(circle-of-fifths system) 是应用倍音列〔§ 7-例 2〕中三倍音(即纯五度)而构成的一种律制。即由一律出发,根据三倍音对二倍音的距离(纯五度)产生次一律,再由此律依同理产生再次一律;如此继续相生，产生许多律;最后作八度移动,纳入一个八度之内。

这种每隔五度产生一律,继续相生而得各律的做法，称为"五度相生法"。当五度相生法严格按照纯五度的高度而获得的律制,称为"五度相生律"。在一般的情况(如在本章所述的)，五度相生律和五度相生法是一致的,由五度相生法而获致五度相生律。但是在个别情况,五度相生法也可以用于别的律制上,例如在十二平均律上也可以用五度相生法〔详见第五章,§ 105〕；这时五度相生法就不获致五度相生律了。

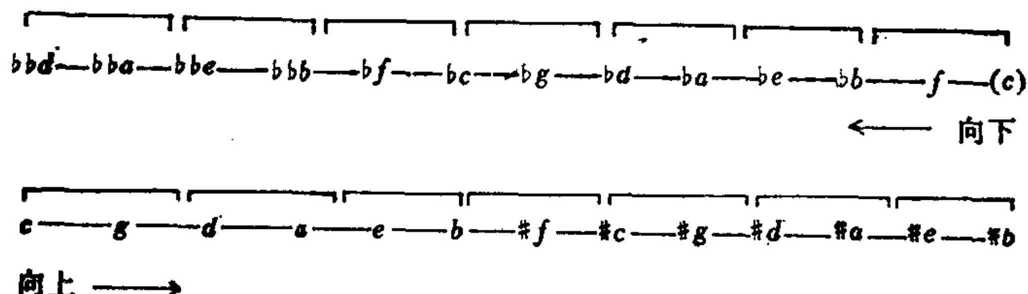
从本章起,音名只在需要区别高低音的位置时,才用分组记法(例如第一、第二章所用的 c^1、d^1、e^1……)，一般都用不分组的记法;即不分组别,一概以斜体小写字母 *c*、*d*、*e*、*f*、*g*、*a*、*b* 为记（如下

例所记)。

下例明示五度相生法。第二行从 *c* 音起,向上每隔五度,产生一律。第一行则从 *c* 音起,向下每隔五度,产生一律。向上向下,实际都是一样。下例也可以看作由第一行左端 ♭♭*d* 音起一直向上生,至第二行右端 #*b* 音为止。不过,从 *c* 音起,一向上生,一向下生,较便于说明(有时也出现在实际应用上〔如§59、§190-例97〕)。这种据以相生的五度,称为"五度级"(fifth degree); *c*—*g* 相隔一个"五度级",*c*—*d* 相隔两个"五度级"。例中各律间的横线,即表示一个五度级。上方的方括弧┌─┐表示一"组"① (octave)。这种五度级的连续,称为"五度音列"。

例19

五度音列



五度律大音阶及其特有音程

§58. 在五度音列〔例 19〕中,从主音 *c* 起,向上连取五律,向下取一律,可以构成一种音阶,这种音阶称为"大音阶"(major scale),即"五度律大音阶",如下例20:

下例中的一级音 c^1,是"中央 C"音。例中有的音其频率与§7-例 2 中的不同;例如 e^1 音,在例 2 (五倍音)频率是 327.0375; 在

---

① "组"和"八度"(英语均用 octave)两词含义稍有区别,例如用在分组音名记法,"小字一组"c^1—b^1 只有七个音,而作为音程称谓时,"八度"则包含八个音。两词在使用上有时相同(例如"移低八度"即"移低一组"〔§59〕。

例 20

音级	1	2	3	4	5	6	7	8
音名	c^1	d^1	e^1	f^1	g^1	a^1	b^1	c^2
产生法	1	$\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^2}{2}$	$\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^4}{2^2}$	$\frac{2}{3}\times 2$	$\frac{3}{2}$	$\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^3}{2}$	$\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^5}{2^2}$	2
与主音的频率比	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{81}{64}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{27}{16}$	$\frac{243}{128}$	$\frac{2}{1}$
音分值	*0*	*204*	*408*	*498*	*702*	*906*	*1110*	*1200*
频率	261.63	294.33	331.13	348.84	392.45	441.50	496.69	523.26

例20，频率是331.13。即上例中的e^1音，比例 2 中的$\underline{e}^1$音稍高。两个e^1（有一个是$\underline{e}^1$）的高度所以有不同，由于它们的产生法各异所致。这个问题是本书的重要论题之一，以后会详细讲述〔见第五章，§ 109〕。

§ 59. 现在把上例中的“产生法”和“音分值”两栏，加以说明。

先讲产生法。欲求一律的上方五度的另一律，乘以$\frac{3}{2}$；生律一次，乘以$\frac{3}{2}$一次；生律二次，乘以$\frac{3}{2}$二次方，即乘以$(\frac{3}{2})^2$，多则递加。再作八度移动。移低一个八度，除以 2；移低两个八度，除以 2 的二次方(即除以 2^2)〔§ 36〕。其余类推。例如e^1音，由c^1向上生四次，移低两个八度而得；所以作：

$$\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^4}{2^2}$$

欲求一律的下方五度的另一律，乘以$\frac{2}{3}$〔§ 34〕；生律一次，乘以$\frac{2}{3}$一次，多则递加。再作八度移动。移高一个八度，乘以 2；移高两个八度，乘以 2 的二次方（即乘以 2^2）。余类推。例如f^1音，由c^1向下生一次，移高一组而得，所以作：

$$\frac{2}{3}\times 2$$

"与主音的频率比"一栏，即由产生法的公式演算而得。例如e^1音：

$$\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^4}{2^2}=\frac{81}{64}$$

音分值除由频率比换算而得外，也可以直接计算〔参见§47〕。五度相生律用音分值直接计算时，即以纯五度的音分*702*为基础，向上生律二次，乘以2，多则递加；然后除以*1200*音分，所得的商就是移低几组之数，余数就是所求的音分。例如，欲求b^1音距c^1音的音分）：

702×5÷*1200*=2（移低两个八度）……余数*1110*（即b^1音的音分）

上面是求一律的上方五度的另一律（包括递加五度的各律）的音分的算式。欲求一律的下方五度的另一律的音分，则先照上式计算，再从*1200*音分减去照上式求得的音分，即得下方五度递加的各律的音分。例如，欲求$\flat e^1$音距c^1音的音分：

702×3÷*1200*=1（移低八度）……余数*906*

1200—*906*=*294*（即$\flat e^1$音的音分）

§60. 五度律大音阶中的各种音程，各有其特点，并有一定的名称：

c—*d*（$\frac{9}{8}$，计*204*音分）称为"大全音"(major tone)（在五度音列上，相距两个五度级）；

c—*f*（$\frac{4}{3}$，计*498*音分）称为"纯四度"（相距一个五度级）；

c—*g*（$\frac{3}{2}$，计*702*音分）称为"纯五度"（相距一个五度级）；

c—*c*①（$\frac{2}{1}$，计*1200*音分）称为"纯八度"（等于同度，无距离）。

这些音程并见于纯律大音阶，即这些音程同时存在于五度相

---

① 在*c*—*c*，后面的*c*音比前面的*c*音高八度。

生律和纯律两种律制中。此外，五度律大音阶中有三种音程，都为五度相生律所特有，亦即为五度律大音阶所特有。这三种音程就是：

c—*e*（$\frac{81}{64}$，计 *408* 音分）称为“五度律大三度”（相距四个五度级）；

c—*a*（$\frac{27}{16}$，计 *906* 音分）称为“五度律大六度”（相距三个五度级）；

c—*b*（$\frac{243}{128}$，计 *1110* 音分）称为“五度律大七度”（相距五个五度级）。

§ 61. 现在来看五度律大音阶中相邻两音间的音程。欲求相邻两音间的音程，用音分值直接计算，较为简便，即由较大音程的音分，减去较小音程的音分而得。如下例：

例 21

音级	1		2		3		4		5		6		7		8
音名	c^1		d^1		e^1		f^1		g^1		a^1		b^1		c^2
相邻两音间的频率比		$\frac{9}{8}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{256}{243}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{256}{243}$	
相邻两音间的音程		大全音		大全音		五度律小半音		大全音		大全音		大全音		五度律小半音	
相邻两音间的音分值		*204*		*204*		*90*		*204*		*204*		*204*		*90*	

从上例可知，五度律大音阶有一个特点，即构造单纯。各相邻两音间的音程仅有两种，一种是全音，即大全音（$\frac{9}{8}$，计 *204* 音分）〔§ 60〕；一种是半音，这种半音称为“林马半音”（limma）。五度相生律中共有两种半音，而以这一种半音较小，可以称为“五度律小半音”（$\frac{256}{243}$，计 *90* 音分）。

大全音由两个五度级构成〔§ 60〕，而五度律小半音则由五个五度级构成。即前者由向上“相生两次，移低一个八度”而成；后者

由向下"相生五次，移高三个八度"而成。在五度音列上，凡"相距两个五度级"的两律，都可以构成大全音，例如 *c*—*d*、*d*—*e*，*f*—*g*、*g*—*a*、*a*—*b*；凡"相距五个五度级"的两律，都可以构成五度律小半音，例如 *e*—*f*、*b*—*c*。

大全音的产生公式已见§58-例20。五度律小半音的产生公式如下：

$$\left(\frac{2}{3}\right)^5 \times 2^3 = \frac{256}{243}\text{(即五度律小半音)}$$

大全音比五度律小半音大多少呢？根据十二平均律，"全音"是"半音"的二倍，半音为全音之半。但是，在五度律大音阶中，全音（大全音）是半音（五度律小半音）的二倍强〔详见§61-例21〕。即在五度律大音阶，全音格外大，半音格外小。关于这，以后还会讲到〔见§70〕。

§62. 在五度律大音阶的各音之间，还有两种音程要加以说明。这两种音程就是"五度律增四度"和"五度律减五度"。增四度发生在大音阶的四级音和七级音之间（例如 f^1—b^1）。减五度发生在七级音和高八度的四级音之间（例如 b^1—f^2）。两种音程互为转位音程。产生公式如下：

$$\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^6}{2^3} = \frac{729}{512}\text{(五度律增四度，例如 }f^1\text{—}b^1\text{)}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^6 \times 2^4 = \frac{1024}{729}\text{(五度律减五度，例如 }b^1\text{—}f^2\text{)}$$

两种音程都由六个五度级构成。在五度音列上，凡"相距六个五度级"的两律，都可以构成五度律增四度或减五度。

用音分值直接计算，则如下：

1110 音分〔c^1—b^1〕－*498* 音分〔c^1—f^1〕

＝*612* 音分（即五度律增四度 f^1—b^1）

(*498* 音分＋*1200* 音分)〔c^1—f^2〕－*1110* 音分〔c^1—b^1〕

＝*588* 音分(即五度律减五度 b^1—f^2)

即在五度律大音阶,增四度比减五度大一个“最大音差”(comma maxima):

612 音分 (增四度)－*588* 音分(减五度)

＝*24* 音分(最大音差)

所称“音差”(comma),即一种微小的音程。

五度律小音阶及其特有音程

§ 63. 在五度音列〔§ 57-例 19〕中，从主音 *c* 音起，向上连取二律,向下连取四律,可以构成一种音阶，这种音阶称为“小音阶”(minor scale),即“自然小音阶”;这是“五度律自然小音阶”,如下例。从例中可知,这个小音阶与五度律大音阶〔§ 61-例 21〕一样,构造单纯，各相邻两音间仅有两种音程，即大全音和五度律小半音;只是全音和半音的位置与大音阶不同罢了。

例 22

音级	1		2		3		4		5		6		7		8
音名	c^1		d^1		$^be^1$		f^1		g^1		$^ba^1$		$^bb^1$		c^2
与主音的频率比	1		$\frac{9}{8}$		$\frac{32}{27}$		$\frac{4}{3}$		$\frac{3}{2}$		$\frac{128}{81}$		$\frac{16}{9}$		$\frac{2}{1}$
从主音起的音分值	*0*		*204*		*294*		*498*		*702*		*792*		*996*		*1200*
相邻两音间的频率比		$\frac{9}{8}$		$\frac{256}{243}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{256}{243}$		$\frac{9}{8}$		$\frac{9}{8}$	
相邻两音间的音程		大全音		五度律小半音		大全音		大全音		五度律小半音		大全音		大全音	
相邻两音间的音分值		*204*		*90*		*204*		*204*		*90*		*204*		*204*	

§ 64. 小音阶除自然小音阶之外，还有“和声小音阶”，这是在自然小音阶的基础上换用大音阶的“导音”（音阶的七级音）而成。在和声小音阶中，六级音和七级音（$\flat a$—b）之间发生一种特殊的音程“增二度”。这是和声小音阶特有的音程，它使音阶构造变得复杂化。

这个增二度音程，由大全音加五度律大半音〔§ 67〕而成：

$$\frac{9}{8}(\text{大全音})\times\frac{2187}{2048}(\text{大半音})=\frac{19683}{16384}(\text{即五度律增二度})$$

用音分值计算，即：

$$204\text{ 音分(大全音)}+114\text{ 音分(大半音)}$$
$$=318\text{ 音分(即五度律增二度)}$$

在五度音列上，增二度由九个五度级构成；凡“相距九个五度级”的两律，都可以构成增二度。产生公式如下：

$$\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^9}{2^5}=\frac{19683}{16384}(\text{五度律增二度})$$

在十二平均律，增二度与小三度是相同的，因为两种音程都由三个半音构成。但是在五度相生律，增二度大于小三度，增二度比小三度大一个最大音差：

$$318\text{ 音分(五度律增二度)}-294\text{ 音分(五度律小三度)}$$
$$=24\text{ 音分(最大音差)}$$

增二度转位后成为减七度。减七度和大六度都由九个平均律半音构成。但是在五度相生律，大六度（频率比是$\frac{27}{16}$，计 *906* 音分）比减七度（频率比是$\frac{32768}{19683}$，计 *882* 音分）大一个最大音差。

增五度（这音程也常发生在和声小音阶中）和小六度都由八个平均律半音构成。但是在五度相生律，增五度（频率比是$\frac{6561}{4096}$，计 *816* 音分）比小六度（频率比是$\frac{128}{81}$，计 *792* 音分）也是大一个最大音差。

在五度律自然小音阶的基础上换用大音阶的导音而成的五度律和声小音阶，如下例：

例 28

音级	1	2	3	4	5	6	7	8
音名	c^1	d^1	$\flat e^1$	f^1	g^1	$\flat a^1$	b^1	c^2
与主音的频率比	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{32}{27}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{128}{81}$	$\frac{243}{128}$	$\frac{2}{1}$
从主音起的音分值	*0*	*284*	*294*	*498*	*702*	*792*	*1110*	*1200*

	1–2	2–3	3–4	4–5	5–6	6–7	7–8
相邻两音间的频率比	$\frac{9}{8}$	$\frac{256}{243}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{256}{243}$	$\frac{19683}{16384}$	$\frac{256}{243}$
相邻两音间的音程	大全音	五度律小半音	大全音	大全音	五度律小半音	五度律增二度	五度律小半音
相邻两音间的音分值	*204*	*90*	*204*	*204*	*90*	*318*	*90*

习惯把小音阶分为三种；即在自然小音阶与和声小音阶之外，还加一种“曲调小音阶”，如下：

上行　　　　　　　　　　　　　　下行

c^1 d^1 $\flat e^1$ f^1 g^1 a^1 b^1 c^2　　c^2 $\flat b^1$ $\flat a^1$ g^1 f^1 $\flat e^1$ d^1 c^1

把五度律大音阶中的各音，轮流作为主音，可以构成各种音阶，这种音阶一般称为“调式”。各种调式都与五度律大音阶或自然小音阶一样，构造单纯，只是全音和半音的位置不同罢了。又在五度音列上，从 *c* 音起，向上连取四律，把各律轮流作为主音，可以构成各种“五声调式”。关于这些调式，详见第六章〔§ 154 起〕和第七章〔§ 177、§ 180〕。

五度律大半音和最大音差

§ 65. 在五度音列〔§ 57-例 19〕上，从任何一音起，向上连取

五律，向下取一律，都可以构成以起音为主音的各调大音阶（五度律大音阶）。§61-例 21 所示的大音阶，以 *c* 音为起音，所以是 C 调大音阶。以别的音为起音而构成的各调大音阶，其构造都与 C 调大音阶完全相同。例如，在五度音列上，从 g 音起，向上连取五律，向下取一律，可以构成五度律 G 调大音阶。从 *e* 音起，向上连取五律，向下取一律，可以构成五度律 E 调大音阶。从♭*a* 音起，向上连取五律，向下取一律，可以构成五度律 ♭A 调大音阶。各音阶合并作图如下例：

例 24

音级	1	2	3	4	5	6	7	8
音名 (G 调大音阶)	*g*	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	♯*f*	*g*[1]
(E 调大音阶)	*e*	♯*f*	♯*g*	*a*	*b*	♯*c*	♯*d*	*e*
(♭A 调大音阶)	♭*a*	♭*b*	*c*	♭*d*	♭*e*	*f*	*g*	♭*a*
相邻两音间的频率比	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{256}{243}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{256}{243}$	
相邻两音间的音程	大全音	大全音	五度律小半音	大全音	大全音	大全音	五度律小半音	
相邻两音间的音分值	204	204	90	204	204	204	90	

§66. 上例各调大音阶中的升降音（♯*c*、♭*d*、♯*d*、♭*e* 等），对C调大音阶来说，除了作为转入它调的“转调音”(modulating note)之外，也可以作为借自它调的临时“变化音”(chromatic note)。一个升音或降音，作为转调音和作为变化音，在音程上是相同的。

在五度律 C 调大音阶，*c*—*d* 之间有两个升降音，即♯*c* 音和 ♭*d* 音。♯*c* 音由 *c*“上生七次，移低四个八度”而得，♭*d* 音由 *c*“下生五

[1] 这个 *g* 音比音阶的一级音 *g* 音高八度。下面的 *e* 音和 ♭*a* 音同此。当音名采用不分组记法时，大音阶和小音阶中的八级音都比一级音高八度。

次，移高三个八度"而得。即：

$$c—\#c: \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^7}{2^4} = \frac{2187}{2048}(\text{音分值是 } 114 \text{ 音分})$$

$$c—\flat d: \left(\frac{2}{3}\right)^5 \times 2^3 = \frac{256}{243}(\text{音分值是 } 90 \text{ 音分})$$

$\frac{256}{243}$是五度律小半音，其产生公式已见§61，与这里正相同。

§67. $\frac{2187}{2048}$是什么呢？这称为"阿波托美半音"(apotome)。这是一个比五度律小半音(*90* 音分)稍大的半音 (*114* 音分)，可以称为"五度律大半音"。五度律大半音在五度音列上是由七个五度级(比五度律小半音多二级)构成。即凡是"相距七个五度级"的两律，都可以构成五度律大半音；例如 $\flat d—d$、$f—\#f$ 等等。

这种五度律大半音，在形式上就与前述的五度律小半音有所不同。五度律小半音，是不同音名的半音，例如，$c—\flat d$、$e—f$、$b—c$，两个音的音名是不相同的；而构成五度律大半音的两音，音名却是相同的，例如 $c—\#c$、$\flat d—d$。

§68. 在近代音乐理论上，不同音名的半音称为"自然半音"(diatonic semitone)；同音名的半音称为"变化半音"(chromatic semitone)。五度律小半音相当自然半音，五度律大半音相当变化半音。即在五度相生律上，变化半音大于自然半音：

五度律小半音（即林马半音）（相距五个五度级）
（如 $c—\flat d$ 或 $e—f$）（相当自然半音）$=\frac{256}{243}$计 *90* 音分

五度律大半音（即阿波托美半音）（相距七个五度级）
（如 $c—\#c$）（相当变化半音）$=\frac{2187}{2048}$计 *114* 音分

要注意的是，这只在五度相生律中是如此，——即只在五度律大小音阶中是如此，如果在纯律或根据纯律构成的音阶中，就适得其反了〔详见第四章，§101〕。

§69. 既然 $c—\#c$(五度律大半音) 大于 $c—\flat d$ (五度律小半

音)，可见 #c 音高于 ♭d 音。我们倘能求出五度律大半音比五度律小半音大多少，就可以知道#c 音比 ♭d 音高多少了。

我们知道，五度律大半音的频率比除以五度律小半音的频率比，即得两种半音的频率比差数〔§ 33〕:

$$\frac{2187}{2048}(\text{五度律大半音})\div\frac{256}{243}(\text{五度律小半音})=\frac{531441}{524288}$$

用音程值计算，即:

114 音分(五度律大半音)－*90* 音分(五度律小半音)＝*24*音分

这个$\frac{531441}{524288}$频率比(计 *24* 音分) 就是"最大音差"(comma maxima)。五度律大半音比五度律小半音大一个最大音差，亦即 #c 音比 ♭d 音高一个最大音差。

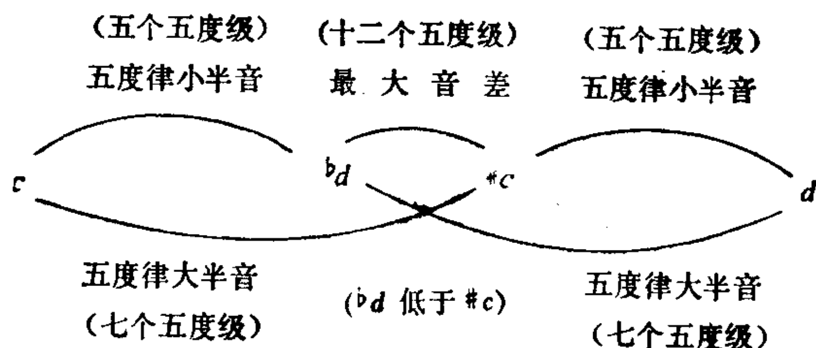
试在五度音列〔§ 57-例 19〕上，查看#c 和 ♭d 两音的位置: #c 和 ♭d(向下)相距十二个五度级。凡"相距十二个五度级"的两律，都可以构成最大音差。所以，不仅 #c—♭d 构成最大音差，他如 b—♭c、#e—f、#b—c 等，都可以构成最大音差。①在近代音乐理论(即十二平均律〔§ 104〕)上，#c—♭d、b—♭c 等称为"等音"〔§ 115〕。在五度相生律中，——亦即在五度律大小音阶中，#c—♭d 实际是不等的，而相差一个最大音差；#c 音比 ♭d 音高一个最大音差，b 音比 ♭c 音高一个最大音差，#e 音比 f 音高一个最大音差，#b 音比 c 音高一个最大音差，等等。

§ 70. 现在试在 c—d 的大全音之间，把五度律大小半音和最大音差的关系，作图示之如下例:

---

① 对于这里所说的最大音差，再用音名分组记法加以说明，会更为清楚。例如，从 c^1 起上生十二次，到#b^1，这个#b^1 高于c^2 一个最大音差(*24* 音分)。可见从 c^1 到 #b^1 应该有 *1224* 音分；只是由于在律学上计算音分时，一般都在一个八度之内进行，因此从 *1224* 音分减去 *1200* 音分，成为 *24* 音分。又，c^1—#b^1 构成的音程称为"增七度"，——严格地说，是"五度律增七度"。

例 25



上例不仅明示大全音内五度律大半音和五度律小半音的高度关系，而且明示五度律大小半音和最大音差的高度关系。五度律大半音和五度律小半音合成一个大全音；两个五度律小半音和最大音差也合成一个大全音。

c—*d* 大全音之间的两个升降音#*c* 和♭*d* 的关系是如此，五度律大小音阶中其它所有大全音之间的两个升降音的关系，都是如此。例如在 *d*—*e* 之间，*d*—#*d* 是五度律大半音，*d*—♭*e* 是五度律小半音，#*d* 音比 ♭*e* 音高一个最大音差；在*f*—*g* 之间，*f*—#*f*是五度律大半音，*f*—♭*g* 是五度律小半音，#*f* 音比 ♭*g* 音高一个最大音差。

明白了大全音之间的升降音的高度关系之后，我们对于前述的在五度律大音阶中增四度比减五度大一个最大音差〔§ 62〕；五度律小音阶中增二度比小三度大一个最大音差；增五度比小六度大一个最大音差〔§ 64〕的原因，也就可以理解了。下面算式中加入从 *c* 出发的音程(例如增四度 *c*—#*f*)，可以帮助理解这个问题。

612 音分(增四度 *f*—*b* 或 *c*—#*f*)－588 音分 (减五度 b^1-f^2 或 *c*—♭*g*)＝24 音分(最大音差)

318 音分(增二度 ♭*a*—*b* 或 *c*—#*d*)－294 音分(小三度*c*—♭*e*)＝24 音分(最大音差)

816 音分(增五度 ♭*e*—*b* 或 *c*—#*g*)－792 音分(小六度 *c*—♭*a*)＝24 音分(最大音差)

§ 70

§ 71. 现在查看大全音比最大音差大几倍，又五度律大半音和小半音比最大音差大几倍。

先求大全音比最大音差大几倍：

204 音分（大全音）÷*24* 音分（最大音差）＝8.5（即 9 弱）

即大全音比最大音差大九倍弱；一个大全音约等于九个最大音差。

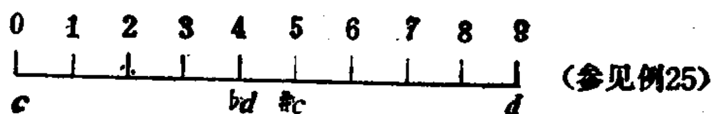
再看五度律大半音和小半音比最大音差大几倍：

114 音分（五度律大半音）÷*24* 音分（最大音差）＝4.75（即5弱）

90 音分（五度律小半音）÷*24* 音分（最大音差）≒3.75（即4弱）

即一个五度律大半音约等于五个最大音差；一个五度律小半音约等于四个最大音差。今日演奏弦乐器（例如小提琴）的人，有主张把全音（这应当是大全音，例如 *c*—*d*）分作九个音差（这应当是最大音差），下方音的升音（例如 ♯*c*）占五个音差，上方音的降音（例如 ♭*d*）占四个音差，如下例：

例 26



这不消说就是五度律大小音阶——亦即五度相生律的遗制了。

§ 72. 由于上面 §70 和 §71 的说明，我们对于五度律大小音阶中大全音之间两个升降音的高度关系，一定非常清楚了。这种在大全音之间两个升降音的差别，是五度相生律本身存在的矛盾，是五度相生律的主要问题之一。在五度相生律，♯*c* 高于 ♭*d*，♯*d* 高于 ♭*e*……最后♯*b* 高于 *c*。从 *c* 起上生十二次，到♯*b*，这♯*b* 不等于

c_1——高于 c 一个最大音差。即由 c 出发，生律十二次，不能回到原来的 c；即使再继续生律，也不能回到 c。

这个"不能回到 c"的矛盾，给"十二律周而复始"，想在十二律上循环构成各调音阶的理想，造成很大的障碍。历代音乐家和律学研究者为了音乐实践的需要，力求解决这个矛盾，做过大量的探索工作。关于这，本书将在第六章和第七章中加以详述。

§ 73. 现在把五度相生律C调大音阶和c调小音阶所包含的音和较常见的升降音(即C大调、c小调的转调音或变化音）照音的高低次序列表如下页例27。

例中所列各音(各律)，既然都是C大(c小) 调本身的音或基于C大(c小)调的关系调的音，所以一概视为 c 音的某种音程。这种音程凡有专名的，都把专名记在音名下面。例中共有二十六律，除了重复 c 音的八度音之外，实际是二十五律。

例中各律，分上下两栏排列。上下两栏同一位置的两律，互成"转位"(inversion) 关系。例如第三律 $\flat d$ 与第二十四律 b 互成转位关系；$\flat d$ 由 c 下生五次而得，b 由 c 上生五次而得。即生律的次数相同，只是上下方向相反。与转位音程一样，互成转位的两律相加，正是八度；看两律的频率比和音分值，可以明白。频率一栏表示中央C开始的一个八度内各音的频率。各律的产生法不另列，参看 § 59。

例27

序数	1	2	3	4	5	6
音名	c^1	$\sharp b$	$\flat d^1$	$\sharp c^1$	$\flat\flat e^1$	d^1
音程名（从c^1出发）		最大音差	五度律小半音	五度律大半音	五度律减三度	大全音
与c^1的频率比	1	$\frac{531441}{524288}$	$\frac{256}{243}$	$\frac{2187}{2048}$	$\frac{65536}{59049}$	$\frac{9}{8}$
音分值	*0*	*24*	*90*	*114*	*180*	*204*
频率	261.63	265.20	275.63	279.39	290.37	294.33
序数	26	25	24	23	22	21
音名	c^2	$\flat\flat d^2$	b^1	$\flat c^2$	$\sharp a^1$	$\flat b^1$
音程名（从c^1出发）	八度		五度律大七度	五度律减八度	五度律增六度	五度律小七度
与c^1的频率比	$\frac{2}{1}$	$\frac{1048576}{531441}$	$\frac{243}{128}$	$\frac{4096}{2187}$	$\frac{59049}{32768}$	$\frac{16}{9}$
音分值	*1200*	*1176*	*1110*	*1086*	*1020*	*996*
频率	523.26	516.22	496.69	490.00	471.47	465.12

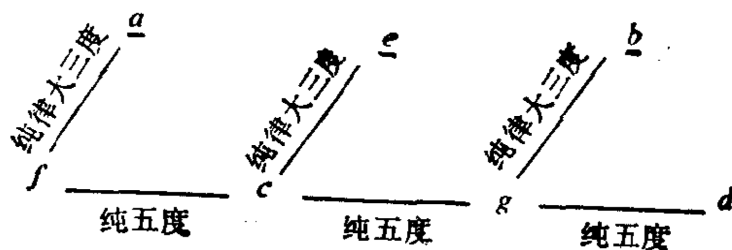
序数	7	8	9	10	11	12	13
音名	$\flat e^1$	$\sharp d^1$	$\flat f^1$	e^1	f^1	$\sharp e^1$	$\flat g^1$
音程名（从c^1出发）	五度律小三度	五度律增二度	五度律减四度	五度律大三度	纯四度	五度律增三度	五度律减五度
与c^1的频率比	$\frac{32}{27}$	$\frac{19683}{16384}$	$\frac{8192}{6561}$	$\frac{81}{64}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{177147}{131072}$	$\frac{1024}{729}$
音分值	*294*	*318*	*384*	*408*	*498*	*522*	*588*
频率	310.08	314.31	326.67	331.13	348.84	353.60	367.50
序数	20	19	18	17	16	15	14
音名	a^1	$\flat\flat b^1$	$\sharp g^1$	$\flat a^1$	g^1	$\flat\flat a^1$	$\sharp f^1$
音程名（从c^1出发）	五度律大六度	五度律减七度	五度律增五度	五度律小六度	纯五度	五度律减六度	五度律增四度
与c^1的频率比	$\frac{27}{16}$	$\frac{32768}{19683}$	$\frac{6561}{4096}$	$\frac{128}{81}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{262144}{177147}$	$\frac{729}{512}$
音分值	*906*	*882*	*816*	*792*	*702*	*678*	*612*
频率	441.50	435.56	419.08	413.44	392.45	387.16	372.52

第四章　纯　律

纯律的产生法

§ 74. "纯律"(just intonation)(亦称"自然律"〔natural temperament〕)是于五度相生律用以构成的倍音列〔§ 7-例 2〕中的二倍音(即八度)和三倍音(即纯五度)之外，再加入五倍音而构成的一种律制。五倍音可以构成"纯律大三度"(频率比是$\frac{5}{4}$，计 *386* 音分)。在纯五度 *c*—*g* 之间插入纯律大三度 $\underline{e}$ 音，就构成三和弦形式的三音列 *c*—$\underline{e}$—*g* (音名下面的短线，表示低一个普通音差〔详见下文 §77〕)。依同理，在 *f*—*c* 之间插入 *f* 上方的纯律大三度 $\underline{a}$ 音，就构成 *f*—$\underline{a}$—*c*；在 *g*—*d* 之间插入 *g* 上方的纯律大三度 $\underline{b}$音，就构成 *g*—$\underline{b}$—*d*。把这三个三和弦形式的三音列连接起来，各音照五度音列排成二行，如下例:

例 28



§ 75. 上述的三个三和弦形式的三音列，与大音阶中三个"正三和弦"(即主音、属音和下属音三个音上构成的大三和弦)有密切的联系。三个正三和弦构成了大音阶，同样，上述的三个三和弦形式的三音列构成了纯律大音阶，如下例:

例 29

音级	1	2	3	4	5	6	7	8
音名	c^1	d^1	$\underline{e}^1$	f^1	g^1	$\underline{a}^1$	$\underline{b}^1$	c^2
产生法	1	$\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^2}{2}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{2}{3}\times 2$	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{3}\times\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}\times\frac{5}{4}$	$\frac{2}{1}$
与主音的频率比	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	$\frac{2}{1}$
音分值	*0*	*204*	*386*	*498*	*702*	*884*	*1088*	*1200*
频率	261.63	294.33	327.04	348.84	392.45	436.05	490.56	523.26

	1–2	2–3	3–4	4–5	5–6	6–7	7–8
相邻两音间的频率比	$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{16}{15}$
相邻两音间的音分值	*204*	*182*	*112*	*204*	*182*	*204*	*112*

看上例中产生法一栏。由于$\underline{a}$音是f音的纯律大三度，所以用$\frac{4}{3}$(f)乘以$\frac{5}{4}$(纯律大三度)；由于$\underline{b}$音是g音的纯律大三度，所以用$\frac{3}{2}$(g) 乘以$\frac{5}{4}$(纯律大三度)。

再看音分值一栏。用音分值直接计算时，可以参见五度相生律的音分值计算法〔§ 59〕；即于f音和g音的音分各加入纯律大三度的音分(*386*)，就获得$\underline{a}$和$\underline{b}$的音分值：

$$498(f)+386(\text{纯律大三度})=884(\underline{a})$$

$$702(g)+386(\text{纯律大三度})=1088(\underline{b})$$

纯律大音阶和普通音差

§ 76. 把上例的纯律大音阶与五度律大音阶〔§ 61-例 21〕相比较，是一件极有意义又极其重要的事。纯律大音阶的二(d)、四(f)、五(g)、八(c)各级音，与五度律大音阶完全相同，但是，三($\underline{e}$)六($\underline{a}$)、七($\underline{b}$) 各级音就不相同了。两种律制的分歧，就从这里开始。三、六、七这三个音，在五度相生律上都由五度相生而得，而在

纯律上则凭倍音原理，加入纯律大三度而成。这说明，由于律制不同，这三个音（即大音阶中三、六、七各级音）的生律法就不同，它们的高度也就不同。由于这三个音的高度不同，就在两种律制上产生了同度数而不同高度的各种音程，同时使两种律制的音阶构造起了变化。

§ 77. 纯律大音阶上的 $\underline{e}$、$\underline{a}$、$\underline{b}$，都比五度律大音阶上的同名音稍低；低的程度，三个音亦各一致。

纯律大音阶上的 $\underline{e}$，究竟比五度律大音阶上的 e 低多少呢？

$\frac{81}{64}$（五度律大三度）$\div\frac{5}{4}$（纯律大三度）$=\frac{81}{80}$〔计算法见§33〕

即：*408*音分（五度律大三度）－*386*音分（纯律大三度）＝22音分

这个$\frac{81}{80}$（计 22 音分）称为“普通音差”（common comma），或称“谐调音差”（syntonic comma）。一般所称“音差”（comma），常即指这个音差而言。我们在 e 下面加一短线（如 $\underline{e}$），即表示该音比五度相生法所生之同名音低一个普通音差。

把普通音差与大全音比较：

*204*音分（大全音）÷22音分（普通音差）＝*9.3*（*10*弱）

即普通音差约等于大全音的十分之一。我们已知，最大音差（*24* 音分）约等于大全音的九分之一〔§ 71〕。普通音差比最大音差稍小一点。两种音差，差异极微，相差只有 2 音分，2 音分等于“小微音差”〔§ 216(1)〕，不易为人耳所察觉；但是，在音程值的计算上，仍须加以区别，因为遇到累进时，差数就越来越大了。

§ 78. 纯律大音阶中二、四、五、八各级音，与五度律大音阶中的相应各级音完全相同；因此采用与五度律大音阶中同样的名称，分别称为大全音、纯四度、纯五度和纯八度〔§ 60〕。纯律大音阶中三、六、七各级音，与五度律大音阶中的相应各级音不同，因此

分别称为“纯律大三度”、“纯律大六度”和“纯律大七度”。

我们已知，纯律大三度比五度律大三度低一个普通音差。同理，纯律大六度比五度律大六度低一个普通音差，纯律大七度比五度律大七度低一个普通音差：

$\frac{27}{16}$(五度律大六度)÷$\frac{5}{3}$(纯律大六度)＝$\frac{81}{80}$(普通音差)

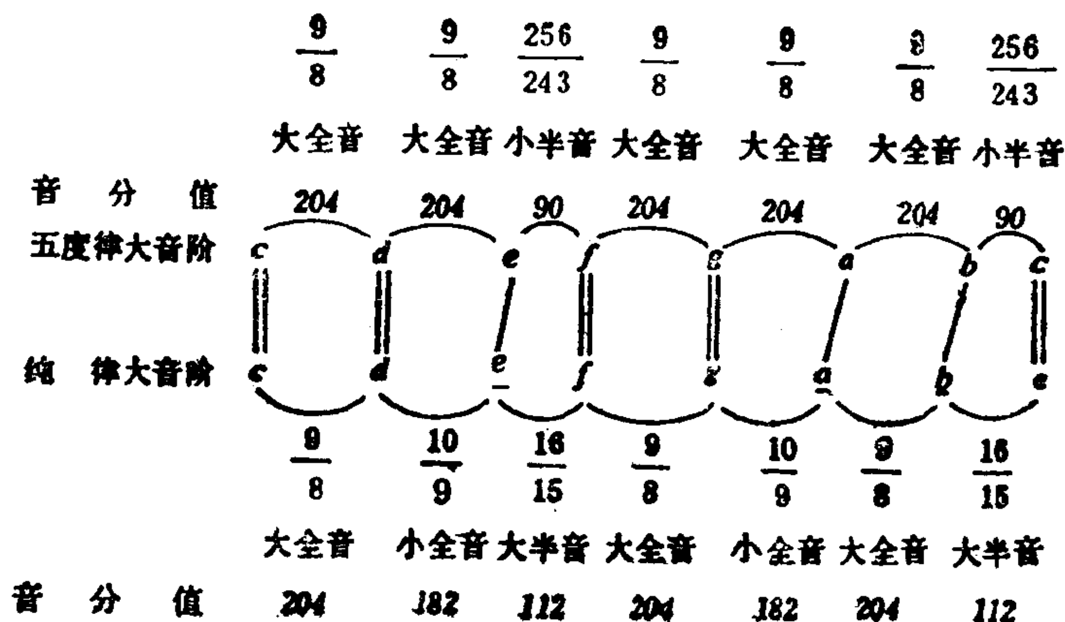
即：*906*音分(五度律大六度)－*884*音分(纯律大六度)＝*22*音分(普通音差)

$\frac{243}{128}$(五度律大七度)÷$\frac{15}{8}$(纯律大七度)＝$\frac{81}{80}$(普通音差)

即：*1110*音分(五度律大七度)－*1088*音分(纯律大七度)＝*22*音分(普通音差)

§79. 五度律大音阶构造单纯，只有大全音和小半音两种音程〔§61〕。现在纯律大音阶，因为e̱、a̱、ḇ三个音比五度律大音阶的相应各音为低，就使音阶在构造上趋于复杂化。现在把两种律制的大音阶，作图比较如下例：

例 80



上例中“‖”表示两音阶中相等之音，“/”表示一高一低。

纯律中由于 $\underline{e}$ 音的降低，就使 d—$\underline{e}$ 的音程变狭，成为一种较小的全音，称为“小全音”(minor tone)（$\frac{10}{9}$，计 *182* 音分）。同时使 $\underline{e}$—f 的音程放大，成为一种较大的半音；这种半音却又不是五度律大半音（$\frac{2187}{2048}$，计 *114* 音分）〔§ 67〕，而比五度律大半音稍小；这种半音称为“纯律大半音”，简称“大半音”(major semitone)（$\frac{16}{15}$，计 *112* 音分）（纯律中还有一种较小的半音〔§ 96〕）。

$\underline{a}$ 音的降低，使 g—$\underline{a}$ 成为小全音（与 d—$\underline{e}$ 一样）。$\underline{b}$ 音的降低，使 $\underline{b}^1$—c^2 成为大半音（与 $\underline{e}$—f 一样）。但是，$\underline{a}$—$\underline{b}$ 由于两个音都降低了，因此仍保持大全音的音程。

这样就使纯律大音阶中发生两种全音，一种稍大（$\frac{9}{8}$，计 *204* 音分），一种稍小（$\frac{10}{9}$，计 *182* 音分）。而大全音比小全音大一个普通音差：

*204*音分（大全音）－*182*音分（小全音）＝*22*音分（普通音差）

又大半音（纯律大半音）比五度律小半音〔§ 61〕也是大一个普通音差：

*112*音分（大半音）－*90*音分（五度律小半音）＝*22*音分（普通音差）

§ 80. 我们已知，在五度律大音阶中的半音（五度律小半音）特别小，不及全音（大全音）之半〔§ 61〕；反之，在纯律大音阶，半音（大半音）却特别大，超过全音（大全音）之半。大全音与大半音之比，约如 9∶5：

$$\frac{204\text{音分（大全音）}}{112\text{音分（大半音）}}\approx\frac{9}{5}\text{（≈表示“近似”）}$$

§ 81. 在五度律大音阶，增四度大于减五度〔§ 62〕；而在纯律大音阶则相反，减五度大于增四度。纯律中的这两种音程的产生

公式和音分值计算法如下:

$\left(\frac{4}{3}\times 2\right)(c^1-f^2)\div\frac{15}{8}(c^1-\underline{b}^1)=\frac{64}{45}$(纯律减五度 $\underline{b}^1-f^2$)

即: 498音分(c^1-f^2)+1200音分-1088音分($c^1-\underline{b}^1$)=610音分(纯律减五度 $\underline{b}^1-f^2$)

$\frac{15}{8}(c^1-\underline{b}^1)\div\frac{4}{3}(c^1-f^1)=\frac{45}{32}$(纯律增四度 $f^1-\underline{b}^1$)

即: 1088音分($c^1-\underline{b}^1$)-498音分(c^1-f^1)=590音分(纯律增四度 $f^1-\underline{b}^1$)

即在纯律大音阶,减五度比增四度大 20 音分:

610音分(纯律减五度)-590音分(纯律增四度)=20音分

§ 82. 五度律大音阶,其各音照五度音列〔§ 57-例 19〕排列时,均成纯五度;但是纯律大音阶,其各音如果也照五度音列排列,就不全是纯五度,如下例:

例 31

五度律大音阶 *f*——*c*——*g*——*d*——*a*——*e*——*b*

纯律大音阶 *f*——*c*——*g*——*d*~~~~$\underline{a}$——$\underline{e}$——$\underline{b}$

即在纯律大音阶,*d*—$\underline{a}$(例中记有"~~~"之处)不是纯五度,而是比纯五度少一个普通音差的"狭五度"(频率比是$\frac{40}{27}$,计 680 音分)。转位后 $\underline{a}$—*d* 是比纯四度大一个普通音差的"宽四度"(频率比是$\frac{27}{20}$,计 520 音分)。

§ 83. 我们已知,一音内包含着许多的倍音〔§ 7〕。倍音列中最初五个倍音(到六倍音为止),是构成大三和弦的基础。所以,当我们把 *c*—*e*—*g* 三个音同时结合起来——即构成和弦时,势必倾向于纯律。就是说,在大音阶的主音 *c* 上构成大三和弦 *c*—*e*—*g* 时,其三音 *e* 与其用五度律大音阶(亦即五度相生律)中的 *e*,不如用纯律大音阶中的 $\underline{e}$(这是纯律大三度)较为和谐。因为 *c* 本身中

就含有 $\underline{e}$（五倍音），所以加入 $\underline{e}$ 比加入 *e*，较为和谐。同理，在 f 音和 *g* 音上分别构成大三和弦 *f*—*a*—*c* 和 *g*—*b*—*d* 时，其三音分别用 $\underline{a}$、$\underline{b}$ 比 *a*、*b* 较为和谐。

纯律由于构成和弦时声音较为和谐，即较纯，所以这种律制称为“纯律”或“纯正律”。又因为这种律制根据自然法则（倍音原理）而成，所以也称作“自然律”〔§ 74〕；同时称纯律大音阶为“自然音阶”。

§ 84. 一般认为，纯律大音阶和根据纯律的其它音阶（如纯律小音阶），其各音都发源于倍音列。这可以理解为，纯律大音阶中的各音符合于倍音列中某些音程。例如，大半音是十五倍音到十六倍音的音程；小全音是九倍音到十倍音的音程；大全音是八倍音到九倍音的音程；小三度是五倍音到六倍音的音程；大三度是四倍音到五倍音的音程；纯四度是三倍音到四倍音的音程；小六度是五倍音到八倍音的音程；大六度是三倍音到五倍音的音程，等等。如果理解为，纯律大音阶中所有的音都符合于倍音列中音阶式的一列音（如八倍音起到十六倍音止的一段音列），那就不确切了。因为八倍音到十六倍音的一段音列中若干倍音，并不用在纯律大音阶中。例如，十一倍音并不用作纯律大音阶中的四级音（*f*），十三倍音并不用作纯律大音阶中的六级音（$\underline{a}$）。

十一倍音的 ↑*f*（频率比是 $\frac{11}{8}$，计 *551* 音分）比纯四度的 *f*（*498* 音分）高，不能在主音 *c* 下方构成纯五度。（十一倍音另有用处〔见 § 248〕。

十三倍音的 ↓*a*（频率比是 $\frac{13}{8}$，计 *841* 音分），比纯律大音阶中的 $\underline{a}$（*884* 音分）低，不能在 *f* 上作为三音，构成和谐的和弦。

十四倍音（七倍音）有特殊的用法，下文另述〔§ 85〕。

总而言之，纯律大音阶并不用倍音列中八倍音起到十六倍音止的一列音，而是如德国音乐理论家兼小提琴家豪普特曼（Moritz

Hauptmann, 1792～1868）所归纳的说法①那样，纯律大音阶实际"只有三种立即明了的音程，即八度、大三度和纯五度"。凭这三种音程，不仅可以通过三个三和弦形式的三音列，构成纯律大音阶，而且运用这三种音程的加减，还能获得与倍音相一致的其它各种音程。例如，从纯五度减去纯律大三度，即得纯律小三度：

$$\frac{3}{2}(\text{纯五度})\div\frac{5}{4}(\text{纯律大三度})=\frac{6}{5}(\text{纯律小三度})(\text{五倍音到六倍音})$$

又如，从纯四度减去纯律大三度，即得大半音：

$$\frac{4}{3}(\text{纯四度})\div\frac{5}{4}(\text{纯律大三度})=\frac{16}{15}(\text{大半音})(\text{十五倍音到十六倍音})$$

综上所述可以证明，根据自然法则的纯律，也是对自然法则有所选择的〔参见 §20〕。

此外，不能忽视，不用于纯律大音阶的十一倍音等，却作为重要的特征用于民族乐制——特别是"四分之三音"体系的乐制中。关于这，将在第八章§ 225 和第九章§ 245 中讲述。

§ 85. 有人主张在纯律中用七倍音，作为大小音阶的属七和弦（V^7）的七音〔见§ 213〕。七倍音的↓*bb* 音有"自然七度"之称（频率比是$\frac{7}{4}$，计 *969* 音分）。这个自然七度，是指 *c* 音上的自然七度。用作属七和弦中七音的自然七度，是 *g* 音上的自然七度的音，其产生法和结果如下：

$$\frac{\frac{3}{2}(\text{属音})\times\frac{7}{4}(\text{自然七度})}{2(\text{降低一个八度})}=\frac{21}{16}(\text{计}471\text{音分})$$

上面的 *f* 音（*471* 音分），比纯四度的 *f* 音（*498* 音分）低 *27* 音分。

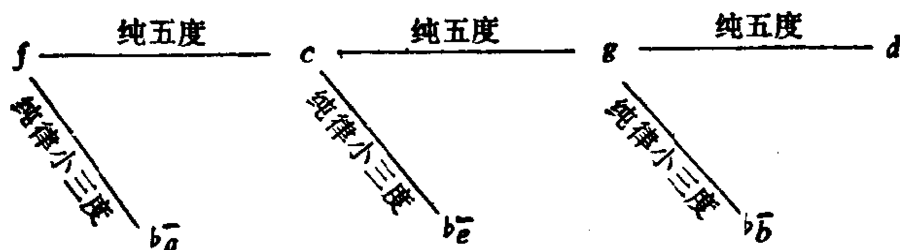
① 见里曼〔§ 189，注①〕所著《简易和声学》（1893 年）所引的豪普特曼的话。

§ 86. 在纯律大音阶的一、四、五各级音上构成三个正三和弦时，声音是完全和谐的，但是在二级音上构成 d—f—$\underline{a}$ 和弦时，就不完全和谐。因为 d—$\underline{a}$ 不是纯五度，而是狭五度〔§ 82〕。如果把 d 音改为 $\underline{d}$ 音，使 $\underline{d}$—$\underline{a}$ 成为纯五度，则在 g 音上构成 g—b—$\underline{d}$ 和弦时，又出现狭五度。这是纯律本身存在的矛盾之一。历代音乐家为了解决这个矛盾，作过各种探索。

纯律小音阶

§ 87. 仿照纯律大音阶的构成方式，在二倍音（八度）和三倍音（纯五度）之外，加入五倍音到六倍音的音程（这音程是"纯律小三度"，频率比是$\frac{6}{5}$，计 316 音分），作为生律的基础，可以构成纯律小音阶。即在纯五度 c—g 之间插入 ♭$\bar{e}$ 音（音名上面的短线，表示高一个普通音差，详见下文，§ 88），构成小三和弦形式的三音列 c—♭$\bar{e}$—g；在 f—c 之间插入 ♭$\bar{a}$ 音，构成 f—♭$\bar{a}$—c；在 g—d 之间插入 ♭$\bar{b}$ 音，构成 g—♭$\bar{b}$—d；再把这三个三音列连在一起，各音照五度音列排成二行，如下例：

例 82



上述的三个小三和弦形式的三音列，与小音阶中三个正三和弦（即主音、属音和下属音上构成的三个小三和弦）有密切的联系。这三个小三和弦形式的三音列，构成了纯律小音阶，如下例：

例 33

音　级	1	2	3	4	5	6	7	8
音　名	c^1	d^1	$\flat\bar{e}^1$	f^1	g^1	$\flat\bar{a}^1$	$\flat\bar{b}^1$	c^2
产生法	1	$\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^2}{2}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{2}{3}\times 2$	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{3}\times\frac{6}{5}$	$\frac{3}{2}\times\frac{6}{5}$	$\frac{2}{1}$
与主音的频率比	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{9}{5}$	$\frac{2}{1}$
音分值	*0*	*204*	*316*	*498*	*702*	*814*	*1018*	*1200*
频　率	261.63	294.33	313.96	348.84	392.45	418.61	470.93	523.26

相邻两音间频率比	$\frac{9}{8}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$
相邻两音间的音程	大全音	大半音	小全音	大全音	大半音	大全音	小全音
相邻两音间音分值	*204*	*112*	*182*	*204*	*112*	*204*	*182*

上面的纯律小音阶，是自然小音阶。

关于产生法一栏，看 §75 可以明白。

再看相邻两音间的音程，可知纯律小音阶与纯律大音阶一样，共有大全音、小全音和大半音三种音程，只是各种音程所在的位置与大音阶不同罢了。

§ 88. 音名上面的短线(如 $\flat\bar{e}$)，表示比五度律小音阶中的 $\flat e$ 高一个普通音差。

把上面例 33 中的 $\flat\bar{e}$ 与五度律小音阶中的 $\flat e$〔§ 57〕比较一下，就可知道 $\flat\bar{e}$ 比 $\flat e$ 高一个普通音差：

*316*音分(纯律小三度)－*294*音分(五度律小三度)＝*22*音分(普通音差)

同样，纯律小音阶中的 $\flat\bar{a}$ 和 $\flat\bar{b}$，比五度律小音阶中的 $\flat a$ 和 $\flat b$ 各高一个普通音差：

*814*音分（纯律小六度）－*792*音分（五度律小六度）＝*22*音分（普通音差）

*1018*音分（纯律小七度）－*996*音分（五度律小七度）＝*22*音分（普通音差）

在小音阶的主音 *c* 上构成小三和弦 *c*—♭*ē*—*g* 时，以纯律小三度 ♭*ē* 代替 ♭*e*，发音较为和谐。同样，在 *f* 音和 *g* 音上分别构成小三和弦 *f*—♭*ā*—*c* 和 *g*—♭*b̄*—*d* 时，用 ♭*ā* 音和 ♭*b̄* 音分别代替 ♭*a* 音和 ♭*b* 音，发音较为和谐。

从 § 83 我们知道，大三和弦 *c*—*e̲*—*g* 之所以发音较为和谐，是由于和弦中各音合于倍音的原理。那么，现在小三和弦 *c*—♭*ē*—*g* 发音较为和谐，是根据什么呢？——我们试将大三和弦 *c*—*e̲*—*g* 加以分析，就会发现它由纯律大三度（*c*—*e̲*）和纯律小三度（*e̲*—*g*）叠置而成；而现在的小三和弦 *c*—♭*ē*—*g* 也是由纯律大三度（♭*ē*—*g*）和纯律小三度（*c*—♭*ē*）叠置而成，只是两个三度的上下位置与大三和弦有所不同（在大三和弦，大三度在下方；在小三和弦，大三度在上方）。小三和弦 *c*—♭*ē*—*g* 之所以发音较为和谐，原因便在于此。其它小三和弦 *f*—♭*ā*—*c* 和 *g*—♭*b̄*—*d* 发音较为和谐，原因同此。〔参见 § 189〕。

§ 89. 小音阶中除自然小音阶之外，还有“和声小音阶”。要构成和声小音阶，只要把自然小音阶的七级音 ♭*b̄* 改为 *b̲*，即得。构成和声小音阶后，产生 ♭*ā*—*b̲* 的特殊音程。这个音程称为“纯律增二度”。

纯律增二度由大全音加小半音〔§ 97〕而成：

$\frac{9}{8}$（大全音）$\times\frac{25}{24}$（小半音）$=\frac{75}{64}$（纯律增二度）

即：*204*音分（大全音）＋*71*音分（小半音）＝*275*音分（纯律增二度）

在五度相生律，增二度大于小三度〔§ 64〕，而在纯律则相反，小三度大于增二度。小三度比增二度大 41 音分：

316音分（纯律小三度）－275音分（纯律增二度）＝41音分

在五度相生律，大六度大于减七度〔§ 64〕，而在纯律则相反，减七度大于大六度。减七度（频率比是$\frac{128}{75}$，计 925 音分）比大六度（频率比是$\frac{5}{3}$，计 884 音分）大 41 音分。

又，纯律小六度（频率比是$\frac{8}{5}$，计 814 音分）比纯律增五度（频率比是$\frac{405}{256}$，计 794 音分）大 20 音分。

§ 90. 有人以为纯律小音阶中的三级音 $\flat\bar{e}$ 音，起源于倍音列〔§ 7—例 2〕中的十九倍音。这是不确切的。十九倍音 $\flat e^3$ 音与 c^3 音的频率比是$\frac{19}{16}$，计 298 音分。它稍高于五度相生律中的 $\flat e$ 音（294 音分），而低于纯律中的 $\flat\bar{e}$ 音（316音分）。纯律中的 $\flat\bar{e}$ 音——即纯律小三度（频率比是$\frac{6}{5}$，计 316 音分），源出于倍音列中五倍音到六倍音的音程〔§ 87〕。

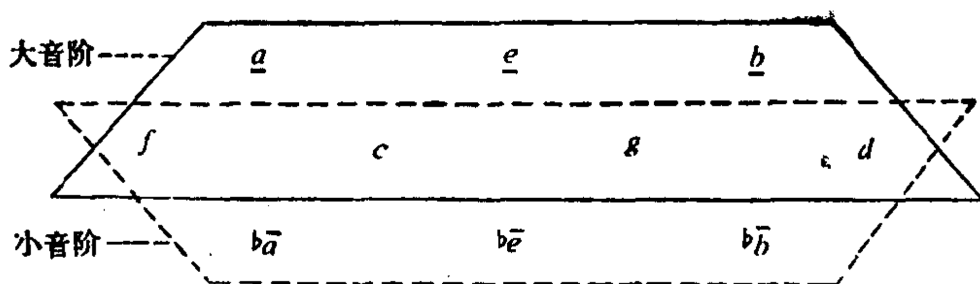
类似的情况是，纯律小音阶中的七级音 $\flat\bar{b}$ 音，无关于七倍音的 $\downarrow\flat b$ 音。七倍音 $\downarrow\flat b$ 音作为自然七度，经过演变可以用入纯律中〔§ 85〕，但是不能直接作为纯律小音阶的七级音——纯律小七度。纯律小七度有 1018 音分；七倍音只有 969 音分，少 49 音分，显著低于纯律小七度。纯律小七度是于 g 音上加入纯律小三度而得。

上面事实说明，纯律小音阶中的各级音，尽管根据于倍音列，但还是有所选择的〔参见 §20、§ 84〕。

§ 91. 现在把C大调与c小调两个音阶中的各音，照§74-例28与§87-例32的图式，合成一个有系统的图式，如下页例34。

如果加入 G 大（g 小）调，就要增加三律；加入D大（d 小）调，就要增加六律。调不断地加多，律数就随之无限地增加。照下例的图式，不仅在左右增加律数，而且在上下增加律数。可以想象，如

例 84



果在 $\underline{c}$ 音上构成大三和弦形式，势必产生 $\underline{\underline{e}}$ 音（比 e 低两个普通音差）；同样，如果在 $\bar{c}$ 音上构成小三和弦形式，势必产生 $\flat\overline{\overline{e}}$ 音（比 $\flat e$ 高两个普通音差。律数这样扩张的结果，就构成一幅“纯律音系网”。

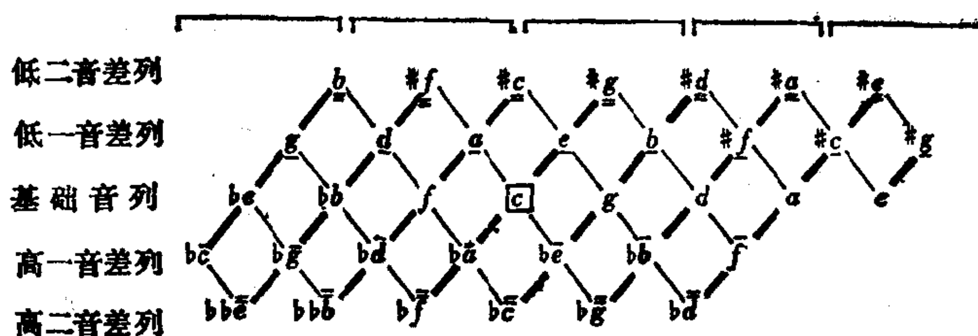
纯 律 音 系 网

§ 92. “纯律音系网”的作用，就是把纯律中各律排列成有系统的图式，以便于计算音程，也有助于明示各调音阶的相互关系。

在纯律音系网中，横向各行的音列都是五度音列〔§57-例19〕；同行音列上相邻两律的关系，都是纯五度。中间一行就是五度相生律的五度音列。上下相邻两行音列上邻近两律的关系，都以“斜向”成三度音程；每一律距斜向右上或斜向左下的另一律，都是纯律大三度（以粗斜线为记）；每一律距斜向左上或斜向右下的另一律，都是纯律小三度（以细斜线为记）。例如 c—$\underline{e}$（斜向右上）、c—$\flat\bar{a}$（斜向左下），都是纯律大三度；c—$\underline{a}$（斜向左上）和 c—$\flat\bar{e}$（斜向右下），都是纯律小三度。如下例：

例 85

纯律音系网



上下相邻两行音列上的同名律，都相距一个普通音差；而每行音列上的某一律，都比相邻的上一行音列上的同名律，较高一个普通音差。例如“低一音差列”上的#$\underline{c}$，比“低二音差列”上的#$\underline{\underline{c}}$，较高一个普通音差；“高一音差列”上的$\bar{f}$，比“基础音列”上的$f$，较高一个普通音差。

图例上方的方括弧┌──┐，表示组；上例约为五组〔参见§57注①〕。

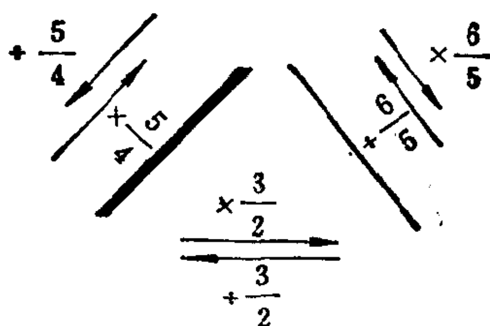
§93. 照上项所述，根据一律，欲求同行音列（横向）右方的另一律（即纯五度），乘以$\frac{3}{2}$即得；欲求左方的另一律（即下方纯五度），除以$\frac{3}{2}$即得。

根据一律，欲求斜向左下（粗斜线）的另一律（即大三度），除以$\frac{5}{4}$即得；欲求斜向右上（粗斜线）的另一律（也是大三度），乘以$\frac{5}{4}$即得。

根据一律，欲求斜向右下（细斜线）的另一律（即小三度），乘以$\frac{6}{5}$即得；欲求距斜向左上（细斜线）的另一律（也是小三度），除以$\frac{6}{5}$即得。

连续求律，则连续乘除。最后作八度移动。作图示之如下：

例 36



如果直接用音分值计算，则根据一律，欲求同行音列右方的另一律(即纯五度)，照上例把乘法改为加法，即得；如果所得的音分超出 *1200* 音分，则除以 *1200*，所得的商就是移低几个八度之数，余数就是所求的音分〔参见§59〕。

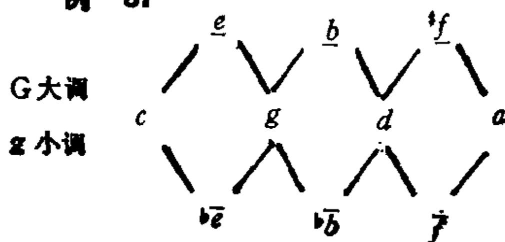
根据一律，欲求同行音列左方的另一律(即下方纯五度)，则先照上式(求右方另一律的方式)计算，再从 *1200* 减去照上式求得的音分，即得〔参见§59〕。

求频率比和直接求音分值的实例，看§96-例 39 和§97。

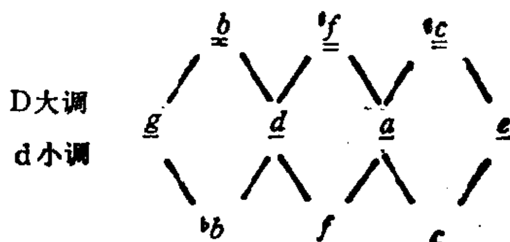
§94. 在§92-例35的纯律音系网上，不消说，除C大(c小)调之外，还包含与C大(c小)调有近关系或远关系的其它各调。这些调的构成，形式都与§91-例 34 一样，不过所用的律不同，即在纯律音系网中的位置不同。各调举例如下例：

例 37

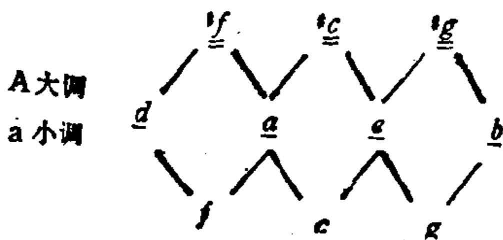
G大调
g小调



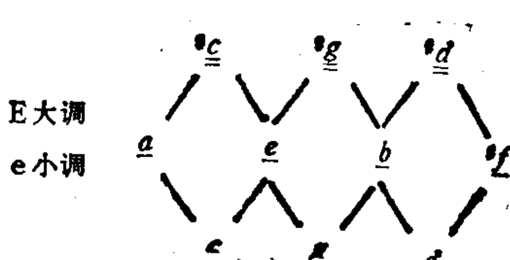
D大调
d小调

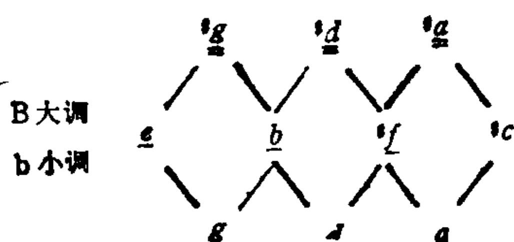


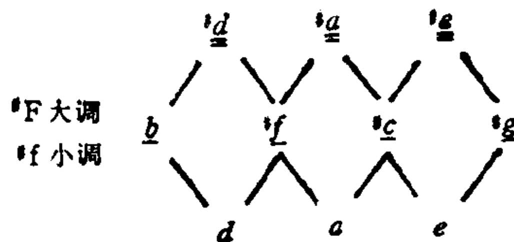
A大调
a小调

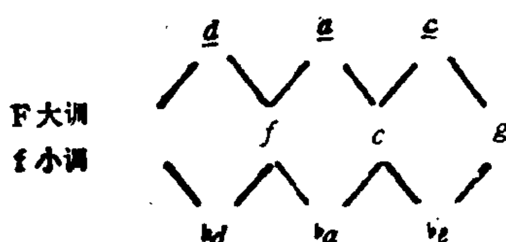


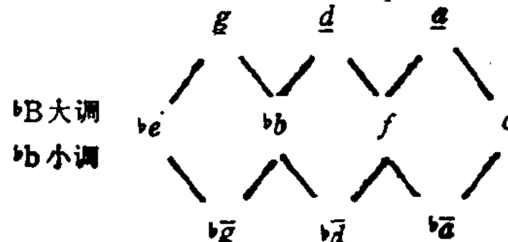
E大调
e小调

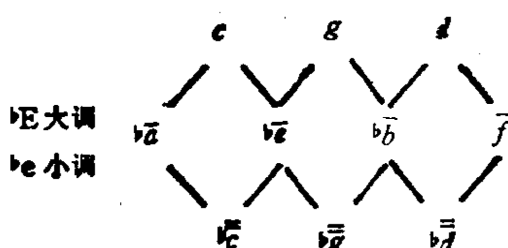


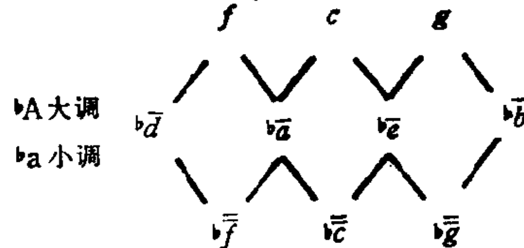


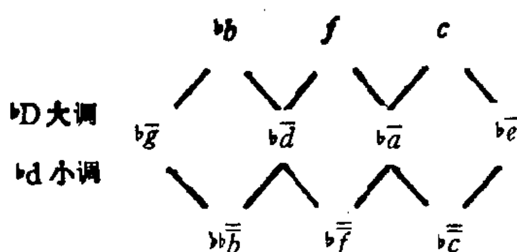


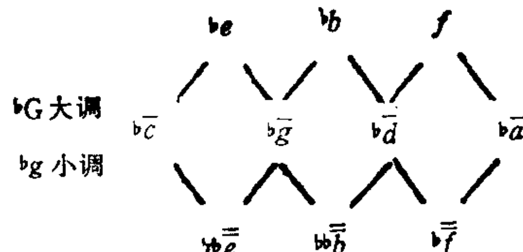








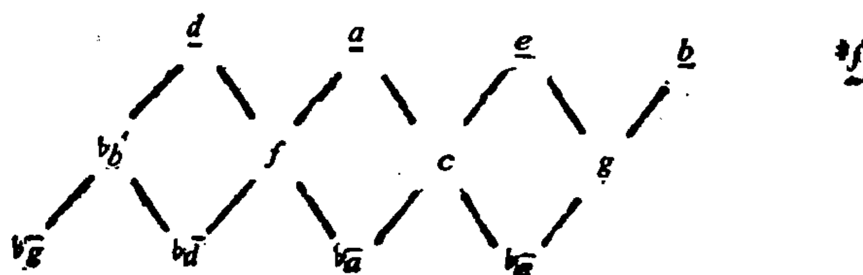




丹麦近人科纳鲁普(T. Kornerup) 主张将纯律音系网中纵向部份划出一个“中央带”，使纯律各音尽量向纵向发展，而不向横向扩充，以免重现五度相生律的缺陷。

§ 95. 上例各调的主音，在纯律音系网中的位置，如下例：

例 88



D(d) 调的主音为什么用 $\underline{d}$ 音而不用 d 音呢？这是因为C大调和 D(d) 调的关系主要是 d 小调（d 小调是C大调的下属调关系小调）。用 $\underline{d}$ 音作为 d 小调的主音，与C大调有 c、$\underline{e}$、$\underline{a}$ 和 f 四个共同音；如果用 d 音作为主音，则与C大调只有和 d 和 g 两个共同音。两调之间有较多的共同音，显示出两调的关系较近。

大半音和小半音

§ 96. 纯律大小音阶中相邻两音之间，有非常复杂的升降音，远超过五度律大小音阶。例如，c—d 之间，有 $\sharp\underline{\underline{c}}$、$\sharp\underline{c}$……$\flat d$、$\flat\overline{\overline{d}}$……等音；其他相邻两音之间，也是这样。这种升降音对本调的关系的远近，常不相同；那些发生在与本调关系较近的调上的升降音，对本调关系自然较近，反之则较远。我们对于这种升降音的选择，不论用作转调音或变化音，一般选用与原调关系较近的调内的音。

在C大调中，c—d 之间一般用 $\sharp\underline{\underline{c}}$ 和 $\flat\overline{d}$ 两个升降音。因为 $\sharp\underline{\underline{c}}$ 音是C大调的下属调关系小调——d 小调的大七度，$\flat\overline{d}$ 音是下属调同名小调——f 小调的小六度。现在把这两个升降音，加以计算：

例 39

音名	$\sharp\underline{\underline{c}}$	$\flat\overline{d}$
产生法	$\frac{5}{4}\div\frac{6}{5}$	$\frac{2}{3}\div\frac{5}{4}\times 2$
与 c 的频率比	$\frac{25}{24}$	$\frac{16}{15}$
距 c 的音分值	71	112

§ 97. 上面计算法是根据纯律音系网〔§92-例 35〕和§93

所述。

c—$\#\underline{\underline{c}}$的计算法——

先求c—$\underline{e}$(斜向右上)，乘以$\frac{5}{4}$；再求 $\underline{e}$—$\#\underline{\underline{c}}$(斜向左上)，除以$\frac{6}{5}$。所以 c—$\#\underline{\underline{c}}$的产生法是:

$$\frac{5}{4}\div\frac{6}{5}=\frac{25}{24}$$

c—$\flat\bar{d}$的计算法——

先求 c—f (同行音列从右向左)，除以$\frac{3}{2}$；再求f—$\flat\bar{d}$ (斜向左下)，除以$\frac{5}{4}$；最后乘以 2 (移高一个八度)。所以 c—$\flat\bar{d}$ 的产生法是:

$$\frac{2}{3}\div\frac{5}{4}\times 2=\frac{16}{15}$$

c—$\flat\bar{d}$ 的计算法，也可以先求 c—$\flat\bar{a}$(斜向左下)，除以$\frac{5}{4}$；再求 $\flat\bar{a}$—$\flat\bar{d}$(同行音列从右向左)，除以 $\frac{3}{2}$，最后乘以 2。结果是相同的。

如果直接用音分值计算，则如下:

c—$\#\underline{\underline{c}}$的计算法——

386音分(大三度c—$\underline{e}$)－315音分(小三度$\underline{e}$—$\#\underline{\underline{c}}$)＝71音分($c$—$\#\underline{\underline{c}}$)

c—$\flat\bar{d}$的计算法——

386音分(大三度$\flat\bar{d}$—f)＋702音分(纯五度f—c)＝1088音分(c—$\flat\bar{d}$)

1200音分－1088音分＝112音分(c—$\flat\bar{d}$)

我们已经知道，$\frac{16}{15}$(112 音分)是纯律大小音阶中的半音 (大半音)〔§79、§87〕。至于$\frac{25}{24}$(71 音分)，我们还没有看见过。这称为“纯律小半音”、简称“小半音”(minor semitone)。

这里应当提起，在纯律音系网上，凡"相距一个大三度和一个小三度"的两律，都可以构成小半音；凡"相距一个纯五度和一个大三度"的两律，都可以构成大半音。

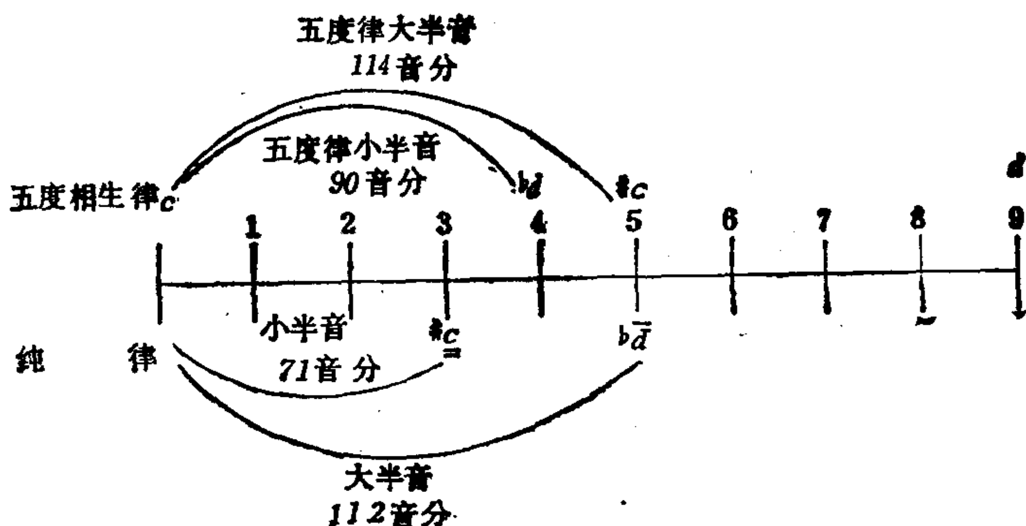
§ 98. 大半音超过大全音之半；大全音与大半音之比，约如9:5〔§ 80〕，而小半音却只有大全音的三分之一光景：

204音分（大全音）÷71音分（小半音）=2.873（即3弱）

即大全音与小半音之比，约如3:1。

既然大全音与大半音之比约如$\frac{9}{5}$，现在大全音与小半音之比约如$\frac{3}{1}$（即$\frac{9}{3}$），这就给我们一个绝好机会，可以仿照§71所述，把大全音分作九个音差（最大音差），来安置 #$\underline{\underline{c}}$ 和 b$\overline{d}$ 两音。下例把§70-例25并在一起，以事比较：

例 40



上例只是大体的情形，#c 音并不等于 b$\overline{d}$ 音，不过所差极微，只有2音分，等于小微音差〔§ 214$_{(1)}$〕不易为人耳所察觉。

至于#$\underline{\underline{c}}$—b$\overline{d}$的相差则是：

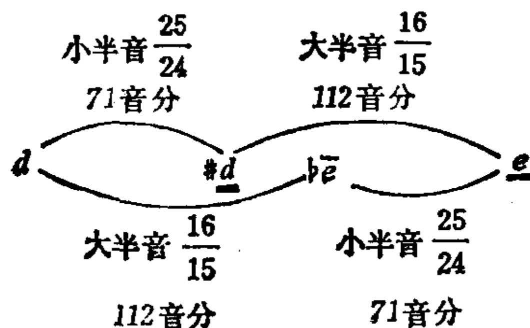
$$\frac{16}{15}(\text{大半音})\div\frac{25}{24}(\text{小半音})=\frac{128}{125}\text{，计41音分}$$

这个差距称为"大第西斯"〔§ 185〕。

§ 99. 现在来看 d—$\underline{e}$ 之间的升降音是怎样的情形。d—$\underline{e}$ 是

小全音，情形当然不同；但是从纯律升降音的规律看来，仍然与 c—d 之间相同。把 $\sharp\underline{\underline{d}}$ 音（C大调的属调关系小调 e 小调的大七度）和 $\flat\bar{e}$ 音(c 小调的小三度)插入于 d—$\underline{e}$ 之间，如下例：

例 41



试在纯律音系网〔§ 92-例 35〕上查看，这里的小半音也是相距一个大三度和一个小三度，大半音也是相距一个纯五度和一个大三度〔参见§ 97〕。

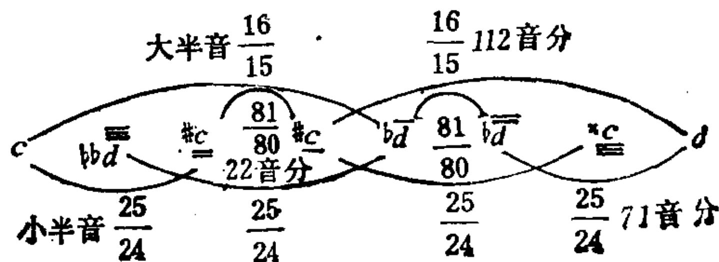
上面的升降音($\sharp\underline{\underline{d}}$ 音和 $\flat\bar{e}$ 音)是从 d 音出发来计算，即指距离 d 音的音程。如果从 c 音出发来计算，则如下：

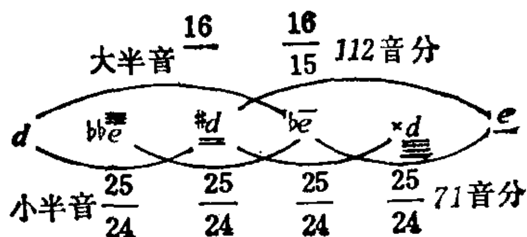
c—$\sharp\underline{\underline{d}}$的频率比为$\frac{3}{2}\times\frac{\left(\frac{5}{4}\right)^2}{2}=\frac{75}{64}$，计275音分(纯律增二度)

c—$\flat\bar{e}$的频率比为$\frac{6}{5}$，计316音分(纯律小三度)

§ 100. 如果把较多的升降音，分别插入 c—d 和 d—$\underline{e}$之间，则如下例：

例 42





这种升降音是很复杂的，但是仍有一定的规律，即各升降音之间的音程，有其统一性。

§ 101. 以上二例〔例 41、例42〕表明，所称自然半音（异音名半音）和变化半音（同音名半音）的音程大小，在五度相生律和在纯律正好相反。在五度相生律中，变化半音（c—#c）大于自然半音（c—♭d）〔§ 68〕；而在纯律中适得其反，变化半音（c—#$\underline{\underline{c}}$）小于自然半音（$c$—♭$\bar{d}$）。

明白了大全音和小全音之间的升降音的高度关系，又弄清楚五度相生律和纯律中所称自然半音和变化半音适得其反的高度关系之后，我们对于纯律中减五度大于增四度〔§ 81〕，小三度大于增二度，减七度大于增六度，小六度大于增五度〔§ 89〕的原因，以及在五度相生律中适得其反的情况，也就容易理解了。下面的算式加入从 c 音出发的音程（例如增四度加入 c—#$\underline{f}$），以便加深理解这个问题〔参见§ 70 最后算式〕。

610音分（纯律减五度$\underline{b}^1$—f^2）－590音分（纯律增四度f—$\underline{b}$）＝20音分
〔或c—♭$\bar{g}$〕　〔或c—#$\underline{f}$〕

316音分（纯律小三度c—♭$\bar{e}$）－275音分（纯律增二度♭$\bar{a}$－$\underline{b}$）＝41音分
〔或c—#$\underline{\underline{d}}$〕

925音分（纯律减七度$\underline{b}$—♭$\bar{a}$）－884音分（纯律大六度c—$\underline{a}$）＝41音分
〔或$\bar{c}$—♭♭$\bar{\bar{\bar{b}}}$〕

814音分（纯律小六度c—♭$\bar{a}$）－794音分（纯律增五度♭$\bar{e}$—b）＝20音分
〔或c—#$\underline{g}$〕〕

由于在纯律的大全音或小全音之间插入的升降音，比五度相生律的大全音之间插入的升降音远为复杂，所以上面四对音程的差数不完全一致。

§ 102. 现在照§ 95-例 38 所示的调的范围，把C大（c 小）调所包含的音和调外的音，照音的高低次序列表如例43。

例 43

序数	1	2	3	4	5	6
音名	c^1	$\sharp\underline{\underline{c}}^1$	$\sharp\underline{c}^1$	$\flat\overline{d}^1$	$\flat\overline{\overline{d}}^1$	$\underline{d}^1$
音程名（从c^1出发）		小半音		大半音		小全音
与c^1的频率比	1	$\frac{25}{24}$	$\frac{135}{128}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{27}{25}$	$\frac{10}{9}$
音分值	0	71	92	112	133	182
频率	261.63	272.53	275.94	279.07	282.56	290.70
序数	37	36	35	34	33	32
音名	c^2	$\flat\overline{\overline{c}}^2$	$\flat\overline{c}^2$	$\underline{b}^1$	$\underline{\underline{b}}^1$	$\flat\overline{b}^1$
音程名（从c^1出发）	八度	纯律减八度		纯律大七度		纯律小七度
与c^1的频率比	$\frac{2}{1}$	$\frac{48}{25}$	$\frac{256}{135}$	$\frac{15}{8}$	$\frac{50}{27}$	$\frac{9}{5}$
音分值	1200	1129	1108	1088	1067	1018
频率	523.26	502.33	496.13	490.47	484.50	470.93

序数	7	8	9	10	11	12	13
音名	d^1	$\flat\flat\overline{\overline{e}}^1$	$\sharp\underline{\underline{d}}^1$	$\flat e^1$	$\flat\overline{e}^1$	$\underline{e}^1$	e^1
音程名（从c^1出发）	大全音	纯律减三度	纯律增二度	五度律小三度	纯律小三度	纯律大三度	五度律大三度
与c^1的频率比	$\frac{9}{8}$	$\frac{256}{225}$	$\frac{75}{64}$	$\frac{32}{27}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{81}{64}$
音分值	204	224	275	294	316	386	408
频率	294.33	297.68	306.60	310.08	313.96	327.04	331.13
序数	31	30	29	28	27	26	
音名	$\flat b^1$	$\sharp\underline{\underline{a}}^1$	$\flat\flat\overline{\overline{b}}^1$	a^1	$\underline{a}^1$	$\flat\overline{a}^1$	($\flat a^1$)
音程名（从c^1出发）	五度律小七度	纯律增六度	纯律减七度	五度律大六度	纯律大六度	纯律小六度	
与c^1的频率比	$\frac{16}{9}$	$\frac{225}{128}$	$\frac{128}{75}$	$\frac{27}{16}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{8}{5}$	
音分值	996	977	925	906	884	814	
频率	465.12	459.90	446.52	441.50	436.05	418.61	

序数		14	15	16	17	18	19
音名	($\flat f^1$)	$\flat\bar{\bar{f}}^1$	$\sharp\underline{\underline{e}}^1$	f^1	$\bar{f}^1$	$\sharp\underline{\underline{f}}^1$	$\sharp\underline{f}^1$
音程名（从c^1出发）		纯律减四度		纯四度	纯律宽四度		纯律增四度
c^1 的频率比		$\frac{32}{25}$	$\frac{675}{512}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{27}{20}$	$\frac{25}{18}$	$\frac{45}{32}$
音分值		427	478	498	520	569	590
频率		334.81	344.92	348.84	353.20	363.38	367.92
序数	25	24		23	22	21	20
音名	$\sharp\underline{\underline{g}}^1$	$\sharp\underline{\underline{g}}^1$	($\flat\flat\bar{\bar{a}}^1$)	g^1	$\underline{g}^1$	$\flat\bar{\bar{g}}^1$	$\flat\bar{g}^1$
音程名（从c^1出发）	纯律增五度	纯律增五度		纯五度	纯律狭五度		纯律减五度
与 c^1 的频率比	$\frac{405}{256}$	$\frac{25}{16}$		$\frac{3}{2}$	$\frac{40}{27}$	$\frac{36}{25}$	$\frac{64}{45}$
音分值	794	773		702	680	631	610
频率	413.91	408.80		392.45	387.60	376.75	372.10

例中所列各律既然都是C大（c小）调本身及其关系调的音，所以一概视为 *c* 音的某种音程。这种音程凡有专名的，都把专名记在音名下面。例中共有三十七律，除重复 *c* 音的八度音外，实际是三十六律。

例中各律分上下两栏排列。上下两栏同一位置的两律，互成转位关系。例如，第四律 $\flat \bar{d}$ 与第三十四律 $\underline{b}$ 互成转位关系。在纯律音系网〔§ 92-例 35〕上，这两律与 *c* 音的距离，都是“大三度加纯五度”，$\flat \bar{d}$在下方，$\underline{b}$在上方。与转位音程一样，互成转位的两律相加，正是八度；看两律的频率比和音分值，可以明白。记有括弧的律，是与C大（c小）调关系较远的调的音；只作为转位律而列入，不作详细的记述。频率一栏表示中央C开始的一组内各音的频率。各律的产生法不另列〔参看§ 93、§ 97〕。

§ 103. 以C大(c小)调为中心，就有上面的三十七律，如果中心转为G大(g小)调，就要再加五律；中心转为F大(f小)调

和♭B大(♭b小)调，又都要加入五律；中心转为D(d)、A(a)、E (e) 各大小调，又都要加入许多律。如此，调不断地增加，律就随之无限地加多，使纯律音系网无限地扩张。以前五度相生律，仅仅是五度的扩张，即五度音列向左右扩张〔§ 73〕；现在的纯律，除了五度的扩张之外，还有大小三度的扩张，即纯律音系网的左右上下一并扩张。纯律的这种扩张，与五度相生律一样，不能回到出发的 c。这样，想在纯律内循环构成各大小调音阶，发生很大的困难。

五度相生律适用于单声音乐的曲调上，但是当音乐变为和弦结构的“多声部音乐”(包括复调音乐和主调音乐〔见§ 173〕)时，律制就倾向于纯律。纯律解决了多声部结合(即构成和弦)时声音和谐的问题，但是不能解决“回到出发律”的问题。这是纯律本身存在的又一矛盾(纯律本身存在的另一矛盾见§ 86)。同时由于曲调与和弦互有关系，使适于曲调的五度相生律和适于和弦的纯律两者之间，发生一定的矛盾。即一种律制除了本身存在着矛盾之外，又与它种律制发生矛盾。历代音乐理论家为了适应音乐实践的需要，力求解决这些矛盾，做过大量的探索工作；关于这，本书将在第七章中加以详述〔见§ 190、§ 195、§ 211-§ 215。〕。

第五章　十二平均律

§ 104. “十二平均律”(twelve-tone equal temperament)是把一个八度分成频率比相等的十二个半音的律制。所以亦称“十二等比律”(简称“等比律”)。

要注意的是，不能以为：把一条弦或一根管均分为十二段，[①]或者使十二律各相邻律之间的频率的差数都相等，就能构成十二平均律〔参见§ 30〕。十二平均律是各相邻律（即半音）之间其“频率比”都相均等的一种律制。

§ 105. 从理论的角度来说明十二平均律的构成，可以仿照五度相生律，先求出平均律的五度，然后由这个五度求出平均律的半音，最后由这个半音求得十二律。

我们知道，五度相生律由某一律(例如 c)出发，每隔纯五度，产生一律，生到十二次，就达到一律(如$^{\#}b$)，此律比出发之律高一个最大音差〔§ 69〕。既然相生十二次，高一个最大音差，可见每生律一次，都高出“最大音差的十二分之一”。所以，现在如果把每次相生的纯五度，都减小“最大音差的十二分之一”，则生到十二次时，岂不就回到原来的音么?

最大音差的十二分之一是：

$$\sqrt[12]{\frac{531441}{524288}\text{(最大音差)}}=\frac{87}{871}$$

试从纯五度减去最大音差的十二分之一：

---

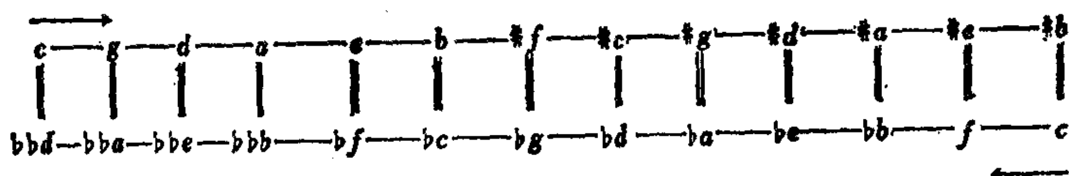
① 中国民间乐器如唢呐、竹笛等，管上常按平均距离开孔，这并不意味是平均律，而要由吹奏者运用口风等吹奏技术吹出五度相生律或其它律制的音。

$$\frac{3}{2}(\text{纯五度}) \div \frac{872}{871}(\text{最大音差的十二分之一}) = \frac{433}{289}$$

这个$\frac{433}{289}$频率比，就是比纯五度小“最大音差的十二分之一”的一种五度；这便是十二平均律的五度，简称“平均律五度”。从一律（例如c）出发，根据平均律五度，生律十二次（即自乘十二次），就达到一个与出发律相同的律；这时每次所生之律，就是十二平均律中的各律。如下例：

例 44

平均律的五度音列



上例中下面一行，相当§57-例19的第一行（即向下生律）。在上例的五度音列上，最大音差已不存在，所以 #b 音不再高于 c 音，而与 c 相等，且与 ♭♭d 音也相等了；其它如#e 音与 f 音，#a 音与♭b 音，b 音与 ♭c 音，也都相等了。

§106. 现在根据平均律五度，求出十二律的半音。即根据平均律五度的频率比，求出#c 与 c 音的频率比。#c 音由 c 音上生七次，移低四个八度而得〔参见§66〕，即：

$$\frac{\left(\frac{433}{289}\right)^7}{2^4} = \frac{89}{84}$$

十二平均律各相邻二律（半音）间的频率比都相同，所以这个$\frac{89}{84}$连续自乘十二次，就分别产生十二平均律的各律，而乘到第十二次，就达到 2（八度）：

$$\left(\frac{89}{84}\right)^{12} = 2$$

§ 107. 上面是从理论的角度来说明十二平均律的构成。关于十二平均律，还有一种较为简单的产生法，应用起来十分方便。其法如下：

十二平均律既然最后达到 2（八度），那么，我们只要将 2 开十二次方，就能得到一个数，这个数与“频率比”相应，正是平均律半音的“频率倍数”（见下面算式）；把这个数连续自乘十二次，就得到平均律各律的频率倍数。

$$\sqrt[12]{2}=1.05946$$

把 1.05946 连续自乘十二次，如下例：

例 45

音级	1	2	3	4	5	6
音名	c^1 ($\sharp b$ $\flat\flat d^1$)	$\sharp c^1$ ($\times b$、$\flat d^1$)	d^1 ($\times c^1$、$\flat e^1$)	$\sharp d^1$ ($\flat e^1$、$\flat\flat f^1$)	e^1 ($\times d^1$、$\flat f^1$)	f^1 ($\sharp e^1$、$\flat\flat g^1$)
产生法	1.0000	1.05946	$(1.05946)^2$	$(1.05946)^3$	$(1.05946)^4$	$(1.05946)^5$
频率倍数	1.0000	1.0595	1.1225	1.1892	1.2599	1.3348
与主音的频率比	1	$\frac{89}{84}$	$\frac{449}{400}$	$\frac{44}{37}$	$\frac{63}{50}$	$\frac{303}{227}$
音分值	*0*	*100*	*200*	*300*	*400*	*500*
频率	261.63	277.18	293.66	311.13	329.63	349.23

音级	7	8	9	10	11	12	13
音名	$\sharp f^1$ ($\times e^1$、$\flat g^1$)	g^1 ($\times f^1$、$\flat\flat a^1$)	$\sharp g^1$ ($\flat a^1$)	a^1 ($\times g^1$、$\flat\flat b^1$)	$\sharp a^1$ ($\flat b^1$、$\flat\flat c^2$)	b^1 ($\times a^1$、$\flat c^2$)	c^2
产生法	$(1.05946)^6$	$(1.05946)^7$	$(1.05946)^8$	$(1.05946)^9$	$(1.05946)^{10}$	$(1.05946)^{11}$	$(1.05946)^{12}$
频率倍数	1.4142	1.4983	1.5874	1.6817	1.7818	1.8877	2.0000
与主音的频率比	$\frac{140}{99}$	$\frac{433}{289}$	$\frac{100}{63}$	$\frac{37}{22}$	$\frac{98}{55}$	$\frac{168}{89}$	$\frac{2}{1}$
音分值	*600*	*700*	*800*	*900*	*1000*	*1100*	*1200*
频率	370.00	392.00	415.31	440.00	466.17	493.89	523.26

把频率比一栏中任何一律的比数，化为小数，即等于该律的频率倍数。频率一栏表示中央C开始的八度内各律的频率。把第一律的频率 261.63 乘以各频率倍数，即得平均律各律的频率。

上面按照习惯，以 *c* 音为第一律，实际以任何音为第一律，结果都是一样；这是因为各律之间的频率比都相同的缘故。又每个音都可以有三个不同的名称（除#*g*音只等于♭*a*音以外）。

用音分值记示十二平均律时，特别清楚〔§ 47〕；半音 *100* 音分，全音*200*音分，多则递加。

§ 108. 根据音分值，欲求其他各种律数的平均律的每一律的音分，只要把 *1200* 音分（八度）除以该平均律的律数，即得。例如，欲求“五平均律”〔§ 270〕的每一律的音分：

1200 音分÷5=*240* 音分

再把一律的音分（*240*）乘以律数，即得各律的音分。例如，五平均律第四律的音分：

$240 \times 3 = 720$

三种律制的差异

§ 109. 五度相生律、纯律和十二平均律三种律制之间明显地存在着差异；它们之间互相矛盾。要想充分理解三种律制之间的矛盾，进而解决这些矛盾，就要清楚地认识三种律制之间的差异，并须明白这些差异怎样具体表现在音阶和音程上。

十二平均律是使律制简化的一种律制。从五度相生律和纯律到十二平均律，从律制上说，是从繁到简。五度相生律和纯律，都随调的增加而不断加多律数；而十二平均律则不然，它用十二个律应付一切的变化。十二平均律一举解决了五度相生律和纯律本身存在的矛盾以及两种律制之间存在的矛盾，当然也就解决了五

度相生律和纯律一味增加律数而不能回到出发律的矛盾。但是十二平均律也有它的缺点，例如，它影响音程的和谐性，又使音程的协和与不协和的范畴混淆不清，等等。关于这些，等我们把三种律制的大小音阶加以比较后，再来研究，就容易明白了〔见第十章，§ 298—§ 300〕。

§ 110. 把三种律制的大音阶的各级音，用音分值记出，加以比较，如下例：

例 46

大音阶三种律制比较图

音级	1		2		3		4		5		6		7		8
五度相生律	0	大全音（204）	204	大全音（204）	408	五度律小半音（90）	498	大全音	702	大全音（204）	906	大全音（204）	1110	五度律小半音（90）	1200
差数			+4		+8		−2		+2		+6		+10		
十二平均律	0	平均律全音（200）	200	平均律全音（200）	400	平均律半音（100）	500	平均律全音（200）	700	平均律全音（200）	900	平均律全音（200）	1100	平均律半音（100）	1200
差数			+4		−14		−2		+2		−16		−12		
纯律	0	大全音（204）	204	小全音（182）	386	大半音（112）	498	大全音（204）	702	小全音（182）	884	大全音（204）	1088	大半音（112）	1200

我们站在十二平均律方面，观察其它两种律制与十二平均律的差距。

先把平均律与五度相生律比较。五度相生律大音阶的四级音，比十二平均律大音阶的四级音低 2 音分（例中以加减号表示较高或较低）；五级音则高 2 音分。2 音分仅及十二平均律半音的五十分之一，等于小微音差〔§ 214(1)〕，不易为人耳所觉察。二级音高 4 音分（为十二平均律半音的二十五分之一）。六级音高 6 音分（为

十二平均律半音的十六分之一弱)。三级音高 *8* 音分(为十二平均律半音的十二分之一弱)。七级音高 *10* 音分（为十二平均律半音的十分之一)。为什么差数会按照大音阶的五、二、六、三、七各级音这种次序递增 *2* 音分呢？——这是由于平均律的五度相生按照这种连续五度关系的次序递减 *2* 音分的缘故〔§ 105〕。

再把平均律与纯律比较。纯律的二、四、五各级音与五度相生律相同。但是三、六、七各级音，纯律与平均律相比，差数就较大了。在五度相生律,最多只差 *10* 音分(七级音);但是在纯律,七级音相差就是 *12* 音分。在五度相生律，七级音是高于平均律,现在纯律是低于平均律。在纯律,七级音低 *12* 音分（为十二平均律半音的八分之一弱)。以后三、六各级音的差数逐渐加多。三级音低 *14* 音分(为十二平均律半音的七分之一弱)。六级音低 16 音分(为十二平均律半音的六分之一弱)。为什么差数会按照这种次序递增 *2* 音分,理由见上文。

须注意的是,纯律与十二平均律的相差,比五度相生律与十二平均律的相差为甚。也就是说,十二平均律比较接近五度相生律,而比较远离纯律。

§ 111. 再把各种全音和各种半音就三种律制加以比较。大全音是 *204* 音分，比十二平均律全音大 *4* 音分。小全音是 *182* 音分,比十二平均律全音小 *18* 音分（为十二平均律半音的五分之一弱)。大半音是 *112* 音分，比十二平均律半音大 *12* 音分。五度律小半音是 *90* 音分，比十二平均律半音小 *10* 音分。专属纯律大音阶的小全音和大半音,与十二平均律的全音及半音相比,差数较大(小全音小 *18* 音分，大半音大 *12* 音分)。这里也是纯律与十二平均律的相差,比五度相生律与十二平均律的相差为甚。

此外，在五度相生律和纯律两种律制上音程大小适得其反的增四度和减五度两种音程〔见§ 62、§ 81〕，在十二平均律上变为实

际相同的音程（都是六个十二平均律半音）。看下例(括弧内的加减数，表示对十二平均律的差数)：

例 47

	五度相生律	十二平均律	纯　　律
增四度	612（+12）	600	590（-10）
减五度	588（-12）	600	610（+10）

§112. 现在试在十二平均律大音阶上构成三个 正三和弦，看它们产生怎样的效果？——先在主音上构成 *c—e—g* 和弦；这时和弦的三音 *e* 音，在十二平均律上比在五度相生律上为低（低 *8* 音分），而比在纯律上为高（高 *14* 音分）。这里也是十二平均律对纯律的差数，比对五度相生律为甚。再在下属音上构成 *f—a—c* 和弦，在属音上构成 *g—b—d* 和弦；这时和弦的三音距根音的音程(分别为 *f—a* 和 *g—b*)，在十二平均律 上都比在纯律上为大；即两个十二平均律的三音(分别为 *a* 音和 *b* 音)，都比纯律上的高 *14* 音分(分别从和弦的根音 *f* 音和 *g* 音算起)。这样就大大地影响了和弦的和谐性〔参见§83〕。

§113. 其次把三种律制的小音阶加以比较，如下例。注意七级音，分上下二栏，上栏是自然小音阶，下栏是和声小音阶。

在下例怎样把三种律制加以比较，与在§110-例46 完全一样。我们站在十二平均律方面，观察其他两种律制与十二平均律的差距。高几音分(大几音分)，或低几音分(少几音分)，都指对十二平均律的差数。对下例观察后，得出如下的结果：

(1) 差距仍然发生在二、三、六、七各级音上；大体上，按音阶的次序逐渐增加差数。

(2) 各种全音和各种半音方面的差距，与在大音阶时没有区别。只在和声小音阶上多一种增二度音程；它的差数，在五度相生律，大 *18* 音分；在纯律，小 *25* 音分。

例 48

小音阶三种律制比较图

音级	1	2	3	4	5	6	7	#7	i
五度相生律	0	204	294	498	702	792	996 (1110)		1200
差数		+4	-6	-2	+2	-8	-4	+10	
十二平均律	0	200	300	500	700	800	1000 (1100)		1200
差数		+4	+16	-2	+2	+14	+18	-12	
纯律	0	204	316	498	702	814	1018 (1088)		1200

五度相生律：大全音（204） 五度律小半音（90） 大全音（204） 大全音（204） 五度律小半音（90） 大全音（204） 大全音（204）；五度律增二度（318） 五度律小半音（90）

十二平均律：平均律全音（200） 平均律半音（100） 平均律全音（200） 平均律全音（200） 平均律半音（100） 平均律全音（200） 平均律全音（200）；平均律增二度（300） 平均律半音（100）

纯律：大全音（204） 大半音（112） 小全音（182） 大全音（204） 大半音（112） 大全音（204） 小全音（182）；纯律增二度（275） 大半音（112）

（3）无论在音阶各音上或其间的音程上，都是纯律方面差数较大。即与大音阶一样，十二平均律比较接近五度相生律而比较远离纯律。

（4）在大音阶，三、六、七各级音，纯律低于十二平均律。在小音阶（自然小音阶），三、六、七各级音，纯律高于十二平均律。

（5）所以，在十二平均律小音阶上构成三个正三和弦时，其小三和弦的三音，比在五度相生律上为高（高 6 音分），而比在纯律上为低（低 16 音分）。这里也是十二平均律对纯律的差数，比对五度相生律为甚。十二平均律上这种较低的三音，也影响和弦的和谐性〔参见§88〕。

§114. 此外，在五度相生律和纯律两种律制上音程大小适得其反的增二度和小三度等两种音程〔参见§64、§89〕，在十二平均律上全都统一起来，变成实际相同的音程。看下例（括弧内的加减数，表示对十二平均律的差数）：

例 49

	五度相生律	十二平均律	纯　律
增二度	318 (+18)	300	275 (-25)
小三度	294 (-6)	300	316 (+16)
减七度	882 (-18)	900	925 (+25)
大六度	906 (+6)	900	884 (-16)
增五度	816 (+16)	800	794 (-6)
小六度	792 (-8)	800	814 (+14)

增减音程和大小音程，在音程的协和性上属于两个范畴，前者属于不协和音程，后者属于协和音程。在十二平均律上被“统一”起来的增减音程和大小音程(例如增二度和小三度)，在协和性上淆混不清〔参见第十章，§ 298〕。

§ 115. 从大体上看来，十二平均律是折衷的、中庸的一种律制；它把大半音和五度律小半音折衷了，造成“中庸的”十二平均律半音；又把大全音和小全音折衷了，造成“中庸的”十二平均律全音。十二平均律仿佛把五度相生律和纯律加以调和又折衷，使自己介于两者之间，而稍接近五度相生律。

从实质上看来，十二平均律是将五度相生律和纯律上错综复杂的升降音纳入十二平均律半音体系，在“等音”(enharmonic)的名义下，使 ♯*c* 音等于 ♭*d* 音，也等于 ×*b* 音；使 *c* 音等于 ♯*b* 音，也等于♭♭*d*音，等等。这样，就使十二平均律解决了五度相生律和纯律本身以及相互之间的几种矛盾。这是十二平均律的重大优点。但是也带来了缺点。例如，十二平均律在构成和弦时存在和谐性问题，等等。总之，十二平均律和纯律的矛盾比较显著。

五度相生律和纯律之间的差异，在第四章中已经讲到；现在在§ 110-例 46 和§ 112-例 48 中把大小音阶加以比较，对这两种律制的差异，就更为明白了。即五度相生律和纯律之间存在的矛盾，是

明显的。

三种律制之间存在的矛盾，是错综复杂的。今日一般说来，主要是十二平均律对五度相生律和纯律的矛盾。关于这，将在第十章〔§ 285 起〕加以详述。

插段　乐制的地区划分

§116. 在讲律学史之前，有必要先把乐制（乐制包括音阶和律制）在地区方面加以划分。这是因为乐制有地区性的不同，不同地区的乐制其发展和演变的情况亦各异。

世界各地区的乐制大体可以分为三种体系，即“五声体系”、“七声体系”和“四分之三音体系”。这一理论最初由奥地利音乐学家霍恩博斯特尔(Erich von Hornbostel, 1877～1935)提出；中国音乐学家王光祈引用于所著《东方民族之音乐》(1925)中，略有改动；本书引用时在名称和细节方面又略加修改。

关于乐制的地区划分问题，由于目前乐制资料不足，特别对于非洲和拉丁美洲的乐制资料非常缺乏，亚洲方面的乐制资料也不能满足需要，因此有待于作进一步的研究。将来乐制资料充实了，不仅可以丰富上述的划分法，而且有可能改变这种划分法。

§117　三种乐制体系的流行地区，大体如下：

五声体系（即五声音阶体系）流行地区极广，亚洲地区流行于中国、朝鲜、蒙古、越南、日本、吉尔吉斯以及俄罗斯联邦接近亚洲地区的鞑靼、马里和巴什科尔托斯坦（原巴什基尔）等处；也流行于非洲地区；并流行于美洲黑人和美洲印第安人之间。

七声体系（即七声大小音阶体系）几乎流行于整个欧洲，并及于美洲。这个体系在古时与古代希腊乐制有密切联系；今日则在国际间有较大的影响。

四分之三音体系就是在音阶中相邻两音之间存在着“四分之三音”（即“半音”加“半音之半”的音程〔详见§225〕）的一种乐制。这种四分之三音是阿拉伯民族音阶的主要特征；流行于阿拉伯和伊朗，亦见于西亚和北非地区以阿拉伯民族为主体的诸国，如伊拉克、叙利亚、黎巴嫩、约旦、沙特阿拉伯、利比亚以及埃及、阿尔及利

亚和摩洛哥等。

三种体系互有影响，自不待言。在同一体系内，不同民族其乐制又各有特点。

下面将分章讲述三种乐制的律学简史。五声体系只举述中国律学简史〔见第六章〕，七声体系只举述欧洲律学简史〔见第七章〕，四分之三音体系只举述阿拉伯和伊朗律学简史〔见第八章〕。这是因为上举地区在律学方面有着丰富或较充实的经验和系统的记载。

§118. 印度尼西亚甘美兰乐队的乐制既是五声音阶，又存在四分之三音，而这种四分之三音又异于阿拉伯和伊朗由中立音造成的四分之三音，可以说是一种特殊的乐制。又，印度次大陆(包括印度、巴基斯坦、孟加拉、尼泊尔和斯里兰卡)和土耳其的民族乐制，基本上属于一种多变化的七声音阶体系。上述亚洲地区的几种民族乐制，由于目前资料所限，很难归入上举三种乐制体系的某一体系中，所以暂设一章〔第九章〕分别讲述它们的民族乐制。且待将来乐制资料充实、丰富了，或乐制体系划分法有所改变时，再来解决这些民族乐制的归属等问题。

第六章　中国律学简史

与古代中国律学有关的音乐知识和问题

§ 119. 在讲述中国律学史之前，有必要把与古代中国律学有关的音乐知识和问题略述于下。

中国是历史悠久、文化发达最早的国家之一。远在奴隶社会的西周(约公元前 11 世纪至公元前 771 年）时期，音乐就有一定的发展。据记载，西周宫廷中有着庞大的音乐机构，人数达 1400 多人。其中除极少数从事行政工作等人员属于贵族之外，绝大多数从事音乐创作和演出的人，都是奴隶。宫廷中有歌颂帝王和供宴会用的乐舞，民间也流传着各种的歌舞。

乐器方面，据«诗经»所载，西周时就有二十九种之多。当时依照制成乐器的材料，把乐器分为“金、石、丝、竹、匏、土、革、木”八类。这些乐器，从振动状态来看，膜振动和板振动的乐器最多，有鼓、钟(编钟)、磬(编磬)、铃等二十一种；气柱振动的乐器次之，有箫(排箫)、管、笙、埙(音 xūn，勋)等六种；弦振动的乐器较少，只有琴、瑟二种〔参见 § 5〕。又，当时已有各种乐器合奏的乐队。

§ 120. 根据古籍所载，中国很早已出现五声音阶、七声音阶和十二律。十二律的律名，最早见于«国语 · 周语»(约元公元前 5 世纪成书)；书中记载公元前 522 年周代乐官州鸠答周景王问律时提到十二律的律名，还提及“七律”（疑为七声音阶）和阶名宫、角、羽。

古代中国用“宫、商、角、徵(音zhǐ，止)、羽”作为音阶中各音的

"阶名"(step name)。以"变"表示低半音，以"清"表示高半音例如"变徵"表示比"徵"低半音，即比"徵"低一律。"清角"表示比"角"高半音，即比"角"高一律。

古代中国用"黄钟"、"大吕"等作为十二律的名称，以黄钟为第一律。高八度的律，冠以"清"①字，例如"清黄钟"。

黄钟的高度在历代各个时期有所不同，约自$\#c^1$至a^1之间。现取古代黄钟的高度，大致相当于今日十二平均律的f^2音。②为了便于对照，下例就用f^1作为黄钟的相当音名。

把十二律和五声、七声音阶相配合，如下例：

例 50

十二律律名	黄钟	大吕	太簇	夹钟	姑洗	仲吕	蕤宾	林钟	夷则	南吕	无射	应钟	清黄钟
相当今日音名	f^1	$\#f^1$	g^1	$\#g^1$	a^1	$\#a^1$	b^1	c^2	$\#c^2$	d^2	$\#d^2$	e^2	f^2
五声音阶	宫		商		角			徵		羽			清宫
七声音阶	宫		商		角		变徵	徵		羽		变宫	清宫

上例律名中蕤宾的"蕤"，音 ruí，锐(阳平)；无射的"射"，音 yì，益。

上例中五声、七声音阶，都以宫为主音(古籍中主音称为"调首")，分别称为"五声宫调式"、"七声宫调式"。③这种七声宫调式

① 汉代以后，"清"字除表示音阶中高半音的音之外，也表示律中高八度的律。音阶中高八度的音，一般作某音清声（如宫音清声）。本书因为已有"相当今日音名"一栏作为对照，所以，凡是高八度的律或音，都加用"清"字。

② 根据杨荫浏〔§170〕的《中国音乐史纲》(1952年)，晚周的尺，长度合今日23.0886厘米；用这种尺的九寸作为管的长度，用其三分作为管径，作成一支开管，则此管所发的音，其频率约为693.5。频率693.5，接近今日十二平均律的f^2音，而比f^2低*12*音分。怎样从频率换算为音分，参见第二章§38、§47和附录一《音分值和频率对照表》。

③ "音阶"(scale)和"调式"(mode)，含义基本上相同，但用法略有差异。由一种音阶中的各音轮流作为主音而构成的各种音阶，一般不称作音阶而称为调式。

有一个特点，即半音在四级音和五级音以及七级音和八度音之间，非如今日的大音阶，半音在三级音和四级音以及七级音和八度音之间。这种七声宫调式称为"古音阶宫调式"；这种宫调式，在今日的民歌和戏曲音乐等中常能听到〔见§154-例70(1)〕。

黄钟可以作为宫来构成宫调式(这时称为"黄钟宫调")，此外，大吕、太簇等也可以作为宫来构成高度不同的各种五声、七声音阶，犹如今日可以用 *c* 音为主音来构成C大音阶，也可以用 *d*、*e*……等各音为主音来构成D大音阶、E大音阶等一样。即黄钟等十二律可以"轮流作为宫音"(古籍称为"旋相为宫"或"旋宫")。音阶(主要是五声音阶)中各音，又可以轮流作为主音来构成各种调式。例如，以宫为主音，构成宫调式；以徵为主音，构成徵调式。

§121. 在中国，五声音阶自古至今一直占着重要的地位。尽管在中国某些地区(例如西北地区和西北少数民族地区)流行着七声音阶，但是在中国广大地区，五声音阶始终占着重要的地位。古时在五声音阶中，常用两个变声(变宫、变徵)作为衬托或丰富五声之用。《左传》中记载着，昭公二十五年(公元前517年)，子太叔说："为九歌，八风，七音、六律，以奉五声。"(意思是："奏《九歌》，奏各地的民歌，用七声，用六声，以丰富五声"。)就是说，为了丰富五声音阶，可以加用两个变声，也可以加用一个变声。用一个变声时，可以有变宫而无变徵，也可以有变徵(或清角)而无变宫，使音阶在五声的基础上出现六声的局面。这种情况，古时存在，今天也还存在。

§122. 古代中国用振动体的长度来计算音律〔见§54〕，那么当时用以计算音律的振动体到底是什么？是弦，还是管？即当时是用弦的长度计算音律呢，还是用管的长度计算音律呢？这个有争议的问题，应该加以研究。

我们知道，用弦定律与用管定律，有很大的差距。因为管(气

柱)发音时，管内气柱有一部分突出在管口的外面。因此，用管定律，必须先求得管长度与气柱长度之间的差距的规律，对管长度作“管口校正”，才能与用弦定律相符合〔见第一章，§12〕。固然从古籍记载来看，管在律学上有重要的地位，管与律制有密切的联系，而且律管还与当时的度量衡有关联；但是从实际的情况来看，很难相信古时是用管定律。中国在远古时，在弦乐器方面，既有一弦一音的瑟，又有按弦出音的琴，两者都是依据弦的长度来调整音的高度；同时在管乐器方面，也是既有一管一音的箫(排箫)和笙，又有按孔出音的篪(音 chí，迟；横吹管乐器)，两者都是依据管的长度来调整音的高度。当时的乐工不难发现，在弦上变动长度与在管上以相同比数变动长度，两者所发之音的高度有很大的区别；而在弦上调整音的高度，要比在管上调整音的高度容易得多，且较易获得规律。

据中国最早提出五度相生律的«管子·地员篇»中所述，似可证明古时曾经用弦定律。«地员篇»中有“小素之首”一语〔见§126引文〕，据张尔田在«清史稿·乐志二»所作的解释：

> 小素云者，素，白练，乃熟丝，即小弦之谓。言此度之声立为宫位。其小于此弦之他弦，皆以是为主。

从出土的㽛篙编钟和曾侯乙编钟的音律的准确性看来，也可证明古时是用弦定律〔见§133、§134〕。

历来的律学研究者，有的人明确提出用弦定律（如王朴〔§146〕)，有的人虽未明确提出用弦定律，但从其理论的正确性看来，很可能是用弦定律（如何承天〔§143〕)。还有一种情况，就是先用弦作定律的实践，获得成果后，再移到管上。魏晋（公元200～420年)之际，杨泉在«物理论»中所说的“以弦定律，以管定音”，似乎就是指这种情况而言〔参见§149〕。

中国律学史的分期

§ 123. 中国的律学研究，有着悠久的历史。仅从十二律名的出现算起，至今已有2500多年。就其律学内容而言，主要是弦律，但亦包括管律、钟律和琴律。在律制方面则有三分损益律、纯律、和十二平均律等不同体系。

在本章里，将阐述中国自古至今的律学家的理论和实践(包括出土乐器的音律)和今人对此的研究，以利于清理我国古代的律学遗产，探讨我国律学发展的轨迹，从而推动今后律学的进一步发展。

§ 124. 作为整个音乐史的组成部分的律学史，不能离开当时的社会历史。同时，律学的发展又与同时期的音乐实践密不可分并因此而具有相应的特点。以中国律学史与欧洲律学史相比，都以五度相生律体系开始，以十二平均律告一段落，但在这中间相当长的时期内，中国与欧洲的律学的发展道路，却完全不同。这是因为中国和欧洲基于社会历史发展的音乐实践完全不同的缘故。其间，中国方面出于“旋宫”〔见 § 120〕的需要，促进了对新律的探索；而在欧洲方面，则由于多声部音乐的兴起，引起了纯律的研究和应用。中国与欧洲的律学的发展既然各有特点，因此，律学史的分期法亦各不相同。

中国律学史根据中国律学发展的特点，可以分为四个时期。

第一时期是“三分损益”律发现时期，约在公元前8世纪至公元前3世纪，即在春秋(公元前770年～公元前476年)、战国(公元前475～公元前221年)时期。

第二时期是探求新律时期，约自公元前3世纪至公元14世纪，即自汉代(公元前206～公元220年)至元代(公元1279年～

§ 123

1368年)。

第三时期是十二平均律发明时期,在16世纪,即在明代(公元1368年～1644年)。

第四时期是律学研究新时期,自1911年至今。

第一时期——三分损益律发现时期

§125. 春秋(公元前770年～公元前476年)、战国(公元前475～公元前221年)时,是中国社会由奴隶制向封建制过渡的时期,社会经历着深刻的变革。铁器和牛耕的出现,使生产力得到前所未有的发展。劳动人民、新兴地主和没落奴隶主都从各自的阶级利益出发,对当时的社会变革发表不同的主张,有的赞成,有的反对。"诸子百家"著书立说,各抒己见,互相批评,在文化上、学术上出现"百家争鸣"的局面。

这个时期,冶金术的提高,为铸造钟等乐器在音高方面的要求,提供了充分的条件。这个时期出现的乐器中,特别可注意的,还有筝和筑(筑是形体比瑟为小的击弦乐器)。

§126. 中国古籍中记载科学的律学理论,以《管子·地员篇》为最早。该书相传为管仲所作。管仲(约公元前730～公元前645年)春秋时齐国颍上(今安徽省颍上县)人;齐桓公执政时,起用他为相(相当今日的首相、内阁总理等官职)。《地员篇》是一篇研究土壤学的论文。在该文中,管仲提出了有关音律与农业生产等相关联的论点,把音的高度与井的深度及植物生长三者互相联系起来。又,他把宫、商、角、徵、羽等由低到高的一列音,与家畜的鸣声相比拟:

凡听徵,如负猪豕,觉而骇。凡听羽,如鸣马在野。凡听宫,如牛鸣窌(同窖)中。凡听商,如离群羊。凡听角,如雉(音

zhì 至，山鸡)登木以鸣，音疾以清。

§ 127. 在同一论文中，管仲把宫、商、角、徵、羽各音的精密高度，作了完全合于科学的论断，即从数理的角度，提出了“三分损益”律。

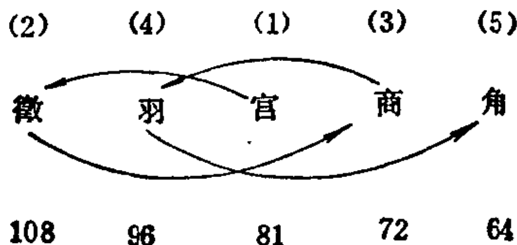
“三分损益”既是生律的方法，也是定律的方法〔参见第三章，§ 57〕。即把一个振动体(例如弦)在长度上均分为三段，舍其三分之一，取其三分之二，称为“三分损一”。同样均分为三段，加其三分之一，成为三分之四，称为“三分益一”。如此继续相生而成各律，称为“三分损益法”；从精密的定律法看来，就是“三分损益律”。振动体三分损一($\frac{2}{3}$)所发之音，比原长所发之音高纯五度；三分益一($\frac{4}{3}$)所发之音比原长所发之音低纯四度〔参见第三章，§ 59〕。下方纯四度就是上方纯五度的转位，所以这种律制属于五度相生律体系。〔参见 § 154，后面部分〕。

§ 128. 《地员篇》中有云:

> 凡将起五音，凡首，先主一而三之，四开以合九九(按即 $1\times3^4=9\times9=81$)，以是生黄钟小素之首，以成宫。三分而益之以一，为百有八(按即 $81\times\frac{4}{3}=108$)，为徵。不无(?)有三分而去其乘(按即 $108\times\frac{2}{3}=72$)，适足以是生商。有三分而复于其所(按即 $72\times\frac{4}{3}=96$)，以是成羽。有三分去其乘(按即 $96\times\frac{2}{3}=64$)，适足以是成角。

把上面一段引文中所举的生律法和所揭示的数据，作图示之如下例。括号内数字表示各律相生的次序。所列数据实际就是振动体长度的比数。

例 51



§ 129. 上例除了明示各律相生次序和精密高度之外，还表示一种调式。这种调式就是“五声徵调式”，是中国民族调式的主要调式之一。把这个五声徵调式用表式详加解释，如下例：

例 52

调式音级	1	2	(3)	4	5	6	(7)	8
阶名（五声徵调式）	徵	羽		宫	商	角		清徵
相当今日音名	c^1	d^1		f^1	g^1	a^1		c^2
振动体长度比数	108	96		81	72	64		216
与主音的长度比	1	$\frac{8}{9}$		$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{16}{27}$		$\frac{1}{2}$
相邻两音间的振动体长度比		$\frac{8}{9}$		$\frac{27}{32}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{8}{9}$		$\frac{27}{32}$
距主音的音程		大全音		纯四度	纯五度	五度律大六度		八度
相邻两音间的音程		大全音		五度律小三度	大全音	大全音		五度律小三度
距主音的音分值	0	204		498	702	906		1200
相邻两音间的音分值		204		294	204	204		294

例中“调式音级”一栏，是照七声调式计算。凡存在于七声调式而为五声调式所无的音，仍列入级数而加括号为记，这样可以使五声调式与七声调式互相联系。又照习惯加入主音的高八度音，以便于计算全部的音程。

“与主音的长度比”一栏，指各音与主音在振动体长度上的比数。这个比数由上栏“振动体长度比数”约成，例如：

$$\frac{96\text{（羽）}}{108\text{（徵）}}=\frac{8}{9}$$

这个比数的“倒数”，就是频率比。由频率比经过换算，即得音分值〔§54〕。

在五度音列〔§57-例 19〕上，五声调式就是由一律出发，向上

连取四律而成；把各律轮流作为主音，可以构成五种五声调式。在五种五声调式上，相邻两音间的音程，都只有大全音和五度律（五度相生律）小三度两种音程，所以，这些调式的构造，都很单纯〔参见§61〕。

§ 130. 继《管子·地员篇》之后，有《吕氏春秋·音律篇》把三分损益法由五律增加到十二律，使调式的范围扩大，可以在十二律上进行"旋宫"，构成各种高度的调式。

《吕氏春秋》是战国时吕不韦为秦国的相国时（公元前249～公元前237年）由其门客所作。其中《音律篇》记载着：

> 黄钟生林钟，林钟生太簇，太簇生南吕，南吕生姑洗，姑洗生应钟，应钟生蕤宾，蕤宾生大吕，大吕生夷则，夷则生夹钟，夹钟生无射，无射生仲吕。三分所生，益之一分以上生；三分所生，去其一分以下生。黄钟、大吕，太簇、夹钟、洗姑、仲吕、蕤宾为上；林钟、夷则、南吕、无射、应钟为下。

上面引文中，"益之一分以上生"和"去其一分以下生"所说的"上生、下生"，其意义与今日我们所说的向上生、向下生，正好相反。《吕氏春秋》所说的"上生"（"益之一分"，即"以上生下"，得$\frac{4}{3}$），是指振动体长度增加为原长的$\frac{4}{3}$；这在今日我们称为"向下生"，即产生下方纯四度的音。《吕氏春秋》所说的"下生"（"去其一分"，即"以下生上"，得$\frac{2}{3}$），是指振动体长度减少为原长的$\frac{2}{3}$；这在今日我们称为"向上生"，即产生上方纯五度的音。古今说法各异，但本质是相同的。

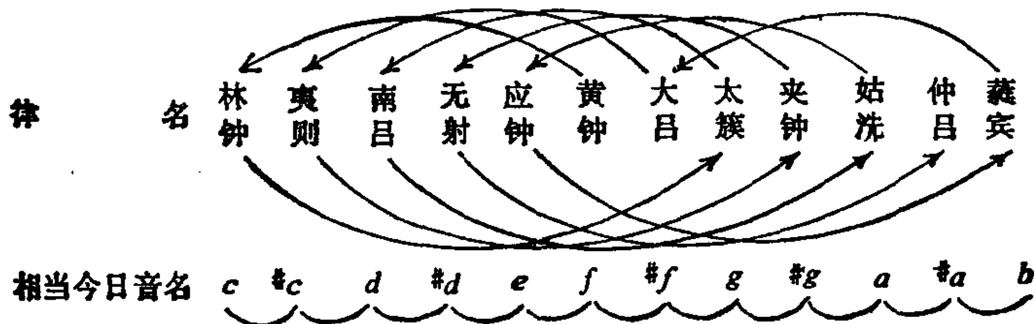
把上面引文列表示之如下页例53：

在十二律中，每次向上生一个纯五度，包括八个律（例如林钟到太簇），所以上生五度也称为"隔八相生"。

§ 131. 把例53用精确数据表记出来，将林钟、夷则、南吕、无射、应钟五律移高八度，则如例54。黄钟的振动体长度，古代习惯

定为九寸。照晚周尺，每寸合今日 2.30886 厘米，九寸合 20.77974

例 53



相生次序	(2)	(9)	(4)	(11)	(6)	(1)	(8)	(3)	(10)	(5)	(12)	(7)
律名	林钟	夷则	南吕	无射	应钟	黄钟	大吕	太簇	夹钟	姑洗	仲吕	蕤宾
相当今日音名	*c*	*#c*	*d*	*#d*	*e*	*f*	*#f*	*g*	*#g*	*a*	*#a*	*b*

相邻两律间的音分值	*114*	*90*	*114*	*90*	*90*	*114*	*90*	*114*	*90*	*114*	*90*

厘米〔见§120，注②〕。下例即以寸为单位，记示各律振动体的长度。各律振动体的长度，由黄钟长度乘以下栏各该律“与黄钟在振动体长度上的比数”而得。“各律与黄钟在振动体长度上的比数”一栏，可以参见第三章，§58-例 20 和§73-例 27。如何从“振动体长度比数”换算为音分值，见§54。从相邻两律间的音分值看来，可知相邻两律间的音程，只有两种；一是五度相生律大半音（频率比为$\frac{2187}{2048}$，计 *114* 音分）〔§67〕，另一是五度相生律小半音（频率比为$\frac{256}{243}$，计 *90* 音分）〔§61〕。

例 54

生律次序	(1)	(8)	(3)	(10)	(5)	(12)	(7)	(2)	(9)	(4)	(11)	(6)
律名	黄钟	大吕	太簇	夹钟	姑洗	仲吕	蕤宾	林钟	夷则	南吕	无射	应钟
相当今日音名	f^1	$\#f^1$	g^1	$\#g^1$	a^1	$\#a^1$	b^1	c^2	$\#c^2$	d^2	$\#d^2$	e^2
各律振动体长度	9.00	8.43	8.00	7.49	7.11	6.66	6.32	6.00	5.62	5.33	4.99	4.74
各律与黄钟在振动体长度上的比数	1	$\frac{2048}{2187}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{16384}{19683}$	$\frac{64}{81}$	$\frac{131072}{177147}$	$\frac{512}{729}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4096}{6561}$	$\frac{16}{27}$	$\frac{32768}{59049}$	$\frac{128}{243}$
音分值	*0*	*114*	*204*	*318*	*408*	*522*	*612*	*702*	*816*	*906*	*1020*	*1110*

相邻两律的音分值	*114*	*90*	*114*	*90*	*114*	*90*	*90*	*114*	*90*	*114*	*90*

上面是讲古代中国三分损益律的产生和发展的情况。这种三分损益律一直为后世所承袭。虽然历代在理论上不断探求各类律制，又在实践上存在纯律音程〔见§136、§152〕和十二平均律〔见§166〕，但是，中国数千年来广大地区一直沿用这种三分损益律，直至今日。

§132. 三分损益律的产生年代，是一个有争议的问题。争议的焦点在于，《管子》中的《地员篇》是否管仲本人所作。如果该篇确是管仲本人所作，则根据管仲卒于公元前645年，可以断定三分损益律产生于公元前7世纪。问题在于，那时的文献著作留存至今的，往往是代表一个流派之作，而非一人之言，前人所写的原始资料，往往与同一流派的后人们逐渐加入的资料，连同注解夹杂在一起。所以，如果认为《地员篇》不是管仲本人所作，而是后人写了加入《管子》之中的，则三分损益律产生年代应当较晚，可能在公元前4世纪或公元前3世纪，甚至可能在《吕氏春秋》（公元前3世纪）之后。

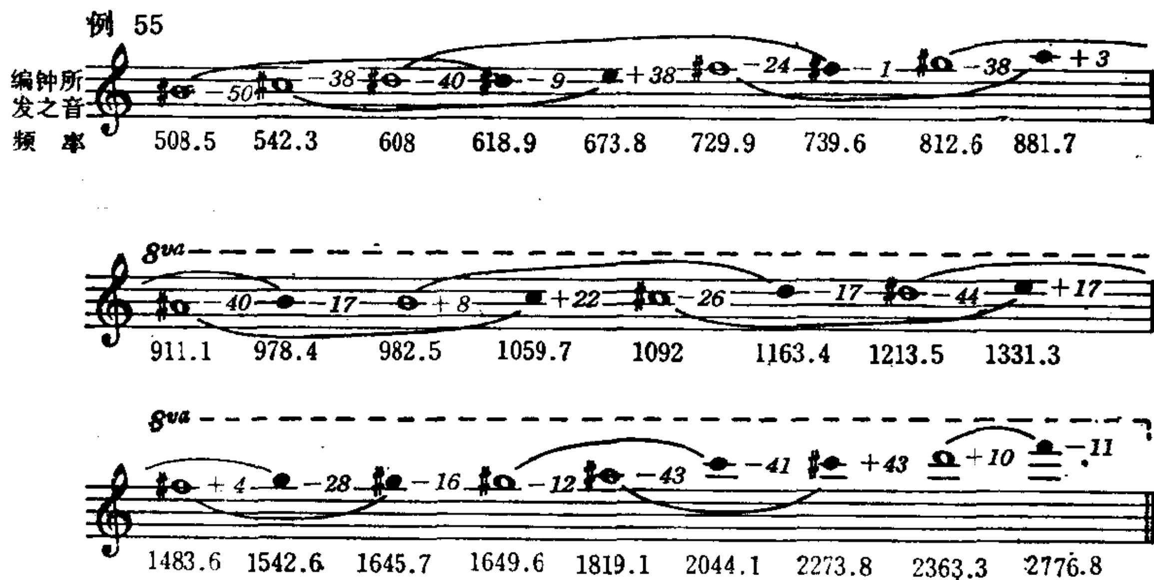
从三分损益律的律数看来，《地员篇》只算到五律，而《吕氏春秋》算到十二律，则《吕氏春秋》所说的应是《地员篇》所说的发展，即《地员篇》应当较早。这样，《地员篇》为公元前7世纪时管仲本人所作，可能性较大。

§133. 1957年在河南信阳长台关楚墓出土的“型篙”① 编钟，给古代中国律制的研究，提供了极有价值的实物资料。这套编钟经郭沫若考证认为，根据最大一口编钟上的钟铭所记，为春秋鲁昭公十七年（公元前525年）晋灭陆浑戎时事，因而断定这套编钟是春秋末期的制品。② 编钟共十三口，每钟隧部和鼓部各发一音〔见

① “型篙”即荆历，意为楚国年历。见《中国大百科全书·考古》，“长台关楚墓”条。

② 见郭沫若《信阳墓的年代与国别》，载《文物参考资料》，1958年，第一期。

§17-例 8〕；各钟所发之音的高度和频率①如下例。例中白符头表示隧部所发之音，黑符头表示鼓部所发之音；弧线表示一钟所发的隧、鼓两音。以第四口编钟为标准，其隧部发音频率为 729.9，与今日十二平均律比较，比 $\#f^2$ 音低 *24* 音分②（比 f^2 音高 *76* 音分）。现在在五线谱上记作 $\#f^{2-24}$，即编钟所发之音比十二平均律的同音名音低 *24* 音分。



晚周时黄钟的频率相当于 693.5，低于第四口编钟（$\#f^2$）*88.5* 音分，不足一个十二平均律半音。很可能这口编钟就是当时黄钟的高度。

这套编钟可以演奏各种调式，如以 $\#f^2$ 音为主音的宫、商、角、徵、羽五种调式，或以 b^2 音为主音的宫、商、角、徵、羽五种调式等。不论以 $\#f^2$ 音或以 b^2 音为主音所构成的调式，都接近纯律，而较远离三分损益律。这可能在铸造编钟的春秋时期，在音乐实践中已出现纯律音程〔见§136〕。也有可能是对编钟的测音不够准确。关于这些问题，有待于作进一步的研究。

郘篙编钟的音律，总的说来，还是相当准确的。在钟上校正音

① 见马承源《商周青铜双音钟》，载《考古学报》，1981 年，第一期。

② 怎样从频率换算为音分，见本书附录一《音分值和频率对照表》。

律，要比弦或管困难得多。当时能达到这样的水平，是很不容易的，说明当时已有相当高的校音技术和冶铸技术。推测当时很可能先在弦上定律，然后，在铸钟时按弦校音。

§ 134. 1978年在湖北省随县发掘的曾侯乙墓中出土了大批的乐器，其中有一套编钟，一套编磬，另有排箫、竹笛（可能是篪）、琴、瑟、笙和鼓等多种乐器。特别是这套编钟，为历来出土的编钟中规模最大又最完整的一套，它对我国律学史以至乐器史的研究，提供了极其珍贵的资料。

曾侯乙是战国初期一个诸侯国——曾国的君主，名乙。据考证认为，曾侯乙的墓葬时间在楚惠王五十六年（公元前433年）或稍晚，即进入战国不久的时间。可见这套大型编钟的铸造时期，应当更早一点。

编钟共64口（墓中还有一口"镈钟"是楚王送来的祭品，不计算在内）；按原编悬形式，分上、中、下三层排列。上层19口钟为"纽钟"；中、下层46口钟均为"甬钟"。

从钟上的铭文可知，当时已有记示大小三度音程和微小音差等的特定术语。例如，每一口钟都有两个发音部位，即"隧"和"右鼓"，可发互隔三度的两音〔见§17-例8〕。两音发音部位都刻有铭文。隧部位刻有"羿（音yǔ，羽）曾"字，右鼓部位刻有"羿"字，表示该钟所发两音为大三度音程；在隧部位刻有"羿"字，在右鼓部位刻有"宫"字，表示该钟所发两音为小三度音程。又以后缀"㕽"（音yoù，右）字表示高一个"普通音差"（如"宫㕽"表示比宫音高一个普通音差）。① 足见当时对音律实践和音律理论都已达到十分精密的程度。

---

① 见黄翔鹏《先秦音乐文化的光辉创造——曾侯乙墓的古乐器》，载《文物》，1979年7月；《释楚商——从曾侯钟的调式研究管窥楚文化问题》，载《文艺研究》，1979年，第二期。两文均辑入黄翔鹏《溯流探源》，人民音乐出版社（1993年）。

现在先列编钟的音域，后详述编钟的音律结构。

由于一钟都能发两音，所以 64 口钟，共能发 128 个音。这 128 音中，有许多音其高度相差较小（一般相邻两音的差距在四分音〔见§179-例 86〕之内），因此可以归纳为六十一律〔见下例〕；即在半音之间包含高度相差较小的数个音（多至五个音）。按照钟上的标音铭文所示，只有五十五律，这里根据编钟的实际高度来归纳和编排，多出六律（加括号的六律就是标音铭文中所没有的律）。

下例表示，编钟的音域共有五个八度，半音基本齐全，高音方面加二律。这个音域只比现代钢琴高低两端各约少一个八度。最低的C律，其频率为 64.8，比十二平均律的C音低 *15* 音分。该律的一口钟，高 153.4 厘米，重 203.6 公斤（见乐器图，下层左起第

例 56

c^4——d^4

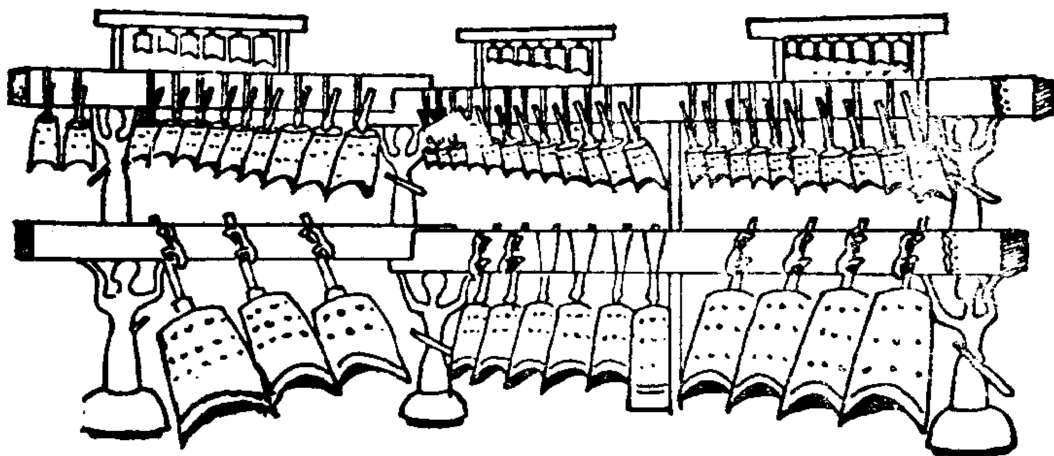
c^3—#c^3—d^3—(#d^3)—e^3—f^3—(#f^3)—g^3—(#g^3)—a^3—(#a^3)—b^3

c^2—#c^2—d^2—#d^2—e^2—f^2—#f^2—g^2—#g^2—a^2—#a^2—b^2

c^1—#c^1—d^1—#d^1—e^1—f^1—#f^1—g^1—#g^1—a^1—#a^1—b^1

c—#c—d—#d—e—f—#f—g—#g—a—#a—b

C—(#C)—D—#D—E—F———G—#G—A—(#A)—B



曾侯乙编钟

一口钟)。

§ 135. 现分别将编钟上、中、下三层各钟的高度和铭文对照排列如下例。① 例中白音符表示隧音,黑音符表示右鼓音。弧线表示一钟所发两音。音符后面的加减数字,表示该音与今日十二平均律相差的音分。括号中的音符因高度不明显而未测频率。方括号中的音符是不属本套编钟而由楚王送来的一口镈钟的音。"*"号表示高度与铭文不符。

例 57

上层 1 组(6 口钟)

编钟所发之音(音分)	-16	-19	-26	-25	-45	-35	-20	-30	-12	-1	+5	-15
频率	518.4	615.5	649.4	729.4	809.3	913.7	1096.0	1372.9	1386.5	1749.9	1981.2	2329.1
铭文	*宫曾	宫	羽角	徵曾	羽曾	徵	商角	商曾	徵角	徵曾	羽曾	*羽

上层 2 组(6 口钟)

编钟所发之音(音分)	-32	+12	-42	-50	-43	-33	-25	-15	-22	-24	-19	+8
频率	407.7	497.3	541.1	640.5	681.3	814.9	818.7	979.3	1094.7	1300.4	1381.7	1668.9
铭文	商	羽曾	商角	羽	商曾	羽角	商	羽曾	商角	羽	商曾	羽角

上层 3 组(7 口钟)

编钟所发之音(音分)	-37	-85	-89	-55	-65	-63	-27	+11	-89	-60	-10	-45	+15	+15
频率	362.2	443.8	469.1	569.0	599.3	713.5	728.5	885.6	938.3	1134.6	1237.3	1442.0	1775.3	2111.2
铭文	宫	徵曾	宫角	徵	宫曾	徵角	宫	徵曾	宫角	徵	宫曾	徵角	商	羽曾

中层 1 组(11 口钟)

编钟所发之音(音分)	-45	-45	-25	-55	-42	-58	-73	-64	-59	-58	-66
频率	86.1	321.2	344.2	379.7	405.4	425.5	473.5	504.3	535.8	568.0	599.0
铭文	商	宫角	羽曾	徵	宫曾	羽	徵角	宫	羽角	商	徵曾

编钟所发之音(音分)	-63	-15	-41	-32	-18	-40	+8	-15	-50	+17	+28
频率	635.7	692.2	765.6	863.4	1035.7	1147.8	1384.9	1430.4	1523.3	1777.4	2127.1
铭文	下角	羽曾	徵反	少羽	宫反	少商	角反	羽曾	徵反	羽反	宫反

① 见王湘《曾侯乙墓编钟音律的探讨》,载《音乐研究》,1981 年,第一期。

§ 135

中层 2 组（12 口钟）

284.5 316.6 340.3 365.3 379.1 402.3 427.5 467.0 470.8 510.4 542.6 571.3

商 宫 羽 商 徵 *徵 羽 商 徵 宫 羽 商

角 曾 角 曾 角 角

602.8 636.8 685.3 768.3 852.5 1023.0 1160.0 1300.0 1381.0 1546.0 1745.0 2054.0

徵 下 羽 徵 少 宫 少 角 羽 徵 羽 宫

曾 角 曾 反 羽 反 商 反 曾 反 反

中层 3 组（10 口钟）

191.9 216.2 243.1 256.4 272.1 285.3 304.0 319.3 343.2 380.8

徵 羽 徵 宫 羽 商 徵 宫 羽 徵

角 角 曾 角 曾

427.7 516.0 577.2 642.3 689.6 721.0 775.0 863.9 899.0 1020.0

羽 宫 商 宫 羽 商 徵 少 羽 宫

角 曾 角 羽 曾

下层（13 口钟）

64.8 72.7 76.0 80.1 86.1 89.4 98.4 101.2 103.2 115.2

宫 商 商 徵 锗 羽 羽 一 大 一 宫 *羽 徵

※ 曾 曾 曾 徵 曾 颠

115.5 128.6 136.6 141.0 155.1 160.1 173.6 181.3 193.0 202.3 228.4 236.9

徵 宫 羽 商 *徵 徵 中 羽 商 䶂 宫 商 徵

角 角 曾 镈 曾 角 钢 曾 曾 角

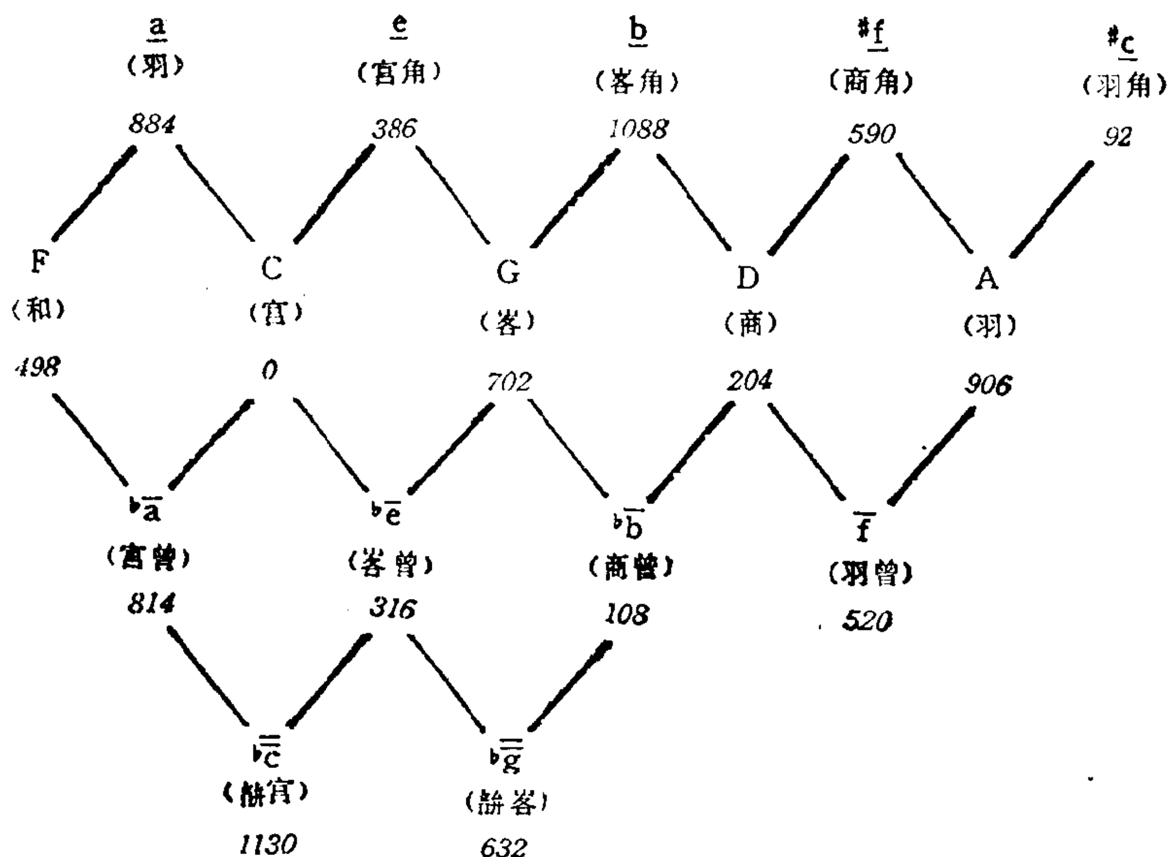
观察上例，可知上层三组的 19 口钟，按铭文所示，非属一个调，而分属于^{b}E、^{b}G、G 三调，且又没有构成各调完整的音阶，因此这三组可能不是用于演奏，而仅用于定律。中层、下层（包括镈钟）的 45 口钟，都属于“姑洗”调（相当于今日的C调）；因十二律齐

§ 135

备，基本上能适应演奏各调的各种音阶(五声音阶或七声音阶)。说明当时在铸钟设计方面以至冶铸技术方面，都达到很高的水平，而且比大约100年前铸造的春秋𨚕篙编钟〔§ 133〕迈进了一大步。

§ 136. 曾侯乙编钟铭文中的宫、商、徵、羽四个阶名都是单个字。这四个阶名若后带“角”字，均为各个阶名的上方大三度音；若后带“曾”字，均为各个阶名的下方大三度音(或作各个阶名上方大三度的上方大三度音)。宫—徵—商—羽是连续的五度，故就铭文所示，可以构成五度和三度相结合的“钟律音系网”，① 如下例：

例 58



在上例钟律音系网中，横向右方所示都是纯五度，斜向右上方所示都是大三度，斜向右下方所示都是小三度〔参见§92-例35〕。

① 见黄翔鹏《中国传统音调的数理逻辑关系问题》，载《中国音乐学》，1986年，第三期；郑荣达《试探先秦双音编钟的设计构想》，载《黄钟》，1988年，第四期。

从编钟音程的统计数字来看，接近大三度的数目比接近小三度的较多；即小三度较难达到，不是大了就是小了。大三度中接近纯律大三度（个别完全符合纯律大三度）和接近五度律大三度，数目大致相等。小三度也是如此。说明当时在音乐实践上已经存在纯律音程。推测铸钟时是根据五度相生律，而辅以纯律音程（纯律大小三度），以解决“回到出发律”的问题。

第二时期——探求新律时期

§ 137. 从秦代（公元前 221～公元前 207 年）建立中国第一个中央集权的统一的封建国家开始，一直到唐代（公元 618～907 年）前后，中国封建社会处于发展时期。在文化艺术方面，各族人民互相学习，互相交流，并吸取外国的经验，给以融化，使文化艺术的各个领域都日趋繁荣。

隋（公元 581～618 年）、唐时，宫廷宴享音乐（即广义的“燕乐”）非常繁盛。这种燕乐由集合各族人民的民间音乐，并吸收一些外来音乐而成〔详后文§158〕。

燕乐的创作者和演奏者大都是各族人民中具有优秀艺术才能而被征集到宫廷里来的，他们中有的人后来散入民间，对民间音乐的发展起了一定的促进作用。

§ 138. 在这个时期，乐器的种类不断增加，乐器制作方面也逐渐改进。汉代（公元前 206～公元 220 年）时出现的乐器中，可注意的有笛、阮和箜篌（一种拨弦乐器）。南北朝（公元 420～589 年）时出现的乐器中，可注意的有锣和方响（一种以铁片为发音体的定音打击乐器）。隋、唐时，琵琶之类乐器盛行起来。约在唐时出现了胡琴的前身奚（音xī，西）琴。这种拉弦乐器具有丰富的表现力，它的出现，是乐器发展过程中的一次跃进。在音乐方面达于

鼎盛时期的唐朝，有大型的乐队，所用的乐器不仅种类繁多，而且多种管弦乐器都有大小各种形制（例如，琵琶就有大琵琶、秦琵琶、五弦琵琶、大五弦琵琶和小五弦琵琶）。同时出现许多制造乐器的名匠，使乐器制作精益求精。

随着音乐的发展和器乐的发达，律学研究也取得新的成就，音阶、调式也大大丰富起来。

§139. 三分损益法生律十一次后（即到第十二律后）不能回到出发的律上，使十二律不能周而复始，给十二律“旋相为宫”的理想造成很大的障碍。中国历代律学研究者对这个问题的解决办法，大致可以分为两类。一类的解决办法是，在三分损益法相生到十二律之后，再继续往下生，有的生到六十律，有的竟生到三百六十律。生律越多，固然越有可能回到出发律上，但是这个办法在实践上受到很大的限制，无论在乐器制造或演奏实践方面，都会遇到困难（但是在一定律数的范围内可供律学研究之用〔见§140〕）。另一类的解决办法是，在十二律本身内调整各律的高度，使十二律中最后一律能回到出发的律上。这个办法才是解决律制的基本方法。

§140. 在汉代（公元前206～公元220年）时，郎中（当时顾问性质的官吏）京房（公元前77～公元前37年；本姓李，字君明，在律学论著中更用此名）提出“六十律”的律制。据《后汉书·律历志》所载，京房《律术》云：

> 黄钟，律吕之首，而生十一律者也。其相生也，皆三分而损益之。是故，十二律之得十七万七千一百四十七，是为黄钟之实。又以二乘而三约之，是为下生林钟之实。又以四乘而三约之，是为上生太簇之实。推此上下，以定六十律之实。以九三之数万九千六百八十三为法。于律为寸，于准为尺。不盈者十之，所得为分。又不盈十之，所得为小分。以其余正其强弱。

即京房依照三分损益法，从黄钟起相生到中吕，从中吕起继续往下生律，得“执始”、“去灭”等律，直到六十律“南事”为止。当生到五十三次(即“色育”律)时，已与出发律“黄钟”极相近似，但是京房为达到“周而复始”的旋相为宫，故又继续生至六十律，使第五十四律至第六十律组成的“色育均”和第一律至第七律组成的“黄钟均”相合。

我们为求简明起见，按其生律次序，将六十律的律名和今日的音名对照，列表如下例。用 f 为出发律。当生到十二次（即十三律)时，当为 #e，这个 #e比 f 高一个最大音差〔见§69〕。为明

例 59

1.	黄钟	(f) ——	2.	林钟	(c) ——	3.	太簇	(g) ——
4.	南吕	(d) ——	5.	姑洗	(a) ——	6.	应钟	(e) ——
7.	蕤宾	(b) ——	8.	大吕	(#f) ——	9.	夷则	(#c) ——
10.	夹钟	(#g) ——	11.	无射	(#d) ——	12.	中吕	(#a) ——
13.	执始	(/f) ——	14.	去灭	(/c) ——	15.	时息	(/g) ——
16.	结躬	(/d) ——	17.	变虞	(/a) ——	18.	迟内	(/e) ——
19.	盛变	(/b) ——	20.	分否	(/#f) ——	21.	解形	(/#c) ——
22.	开时	(/#g) ——	23.	闭掩	(/#d) ——	24.	南中	(/#a) ——
25.	丙盛	(//f) ——	26.	安度	(//c) ——	27.	屈齐	(//g) ——
28.	归期	(//d) ——	29.	路时	(//a) ——	30.	未育	(//e) ——
31.	离宫	(//b) ——	32.	凌阴	(//#f) ——	33.	去南	(//#c) ——
34.	族嘉	(//#g) ——	35.	邻齐	(//#d) ——	36.	内负	(//#a) ——
37.	分动	(///f) ——	38.	归嘉	(///c) ——	39.	随期	(///g) ——
40.	未卯	(///d) ——	41.	形始	(///a) ——	42.	迟时	(///e) ——
43.	制时	(///b) ——	44.	少出	(///#f) ——	45.	分积	(///#c) ——
46.	争南	(///#g) ——	47.	期保	(///#d ——	48.	物应	(///#a) ——
49.	质末	(////f) ——	50.	否与	(////c) ——	51.	形晋	(////g) ——
52.	夷汗	(////d) ——	53.	依行	(////a) ——	54.	色育	(////e) —— (≈f)
55.	谦待	(////b) —— (≈c)	56.	未知	(////#f) —— (≈g)	57.	白吕	(////#c) —— (≈d)
58.	南授	(////#g) —— (≈a)	59.	分乌	(////#d) —— (≈e)	60.	南事	(////#a) (≈b)

白起见，这个#e 仍记作 f（不记作 #e），而在其左侧加一斜线，如 /f，表示比 f 高一个最大音差。又用数条斜线，表示升高几个最大音差。例如，当生到二十四次(即二十五律)时，就记以 //f，表示高两个最大音差。以下类推。

例中第五十四律////e，比 e 高四个最大音差。我们知道 e—f 是五度律小半音，计 90、2 音分。四个最大音差，共计 93. 8 音分，约略相当于五度律小半音〔见第三章，§61〕（差数只有 3.6 音分）。所以说，////e 与 f 极相近似，两音可以变换，即////e 可以等于f。京房的六十律就是在理论上提供了通过一种微小的音差(即 3.6音分）来变换音律的可能性。这种微小的音差(3.6 音分）可以称为“京房音差”。

§ 141. 如上面引文所述，京房在计算律时用了三个数字：(1)实数；(2)律数；(3)准数。这里所说的实数，即以 $3^{11}=177147$为黄钟的实数，然后用此数照三分损益上下相生，得其余五十九律的实数。将各律的实数分别除以19683，所得之商数以寸、分、小分为名的数 即律数，除不尽时用强或弱来表示；所得之商数以尺、寸为名的数，即准数，亦即京房律准上弦振动部分的长度，寸位后除不尽的余数照录。又如“色育”律的三个数为：(1)176776；(2)8 寸 9 分 8 小分微强；(3)8 尺 9 寸15973。

京房又把六十律中的每一律，按律间的大小用一日至八日来表示。这样，原三分损益十二律的十二个律间就有 30 日和 31日之别，合于今日我们所说的小半音、大半音〔见§70〕，仅三个律间有误。①

现按《后汉书 · 律历志》所录之京房六十律，取其律数及日数列表如下例：

---

① 参见陈应时《为京房六十律申辩》，载《艺苑》音乐版，1986 年，第一期。

例 60

生律次序	1	54	13	25	37	49
律　　名	黄钟	色育	执始	丙盛	分动	质末
相当今日音　　名	f	$////e(\approx f)$	$/f$	$//f$	$///f$	$////f$
振动体长　　度	9寸	8.98寸	8.87寸	8.76寸	8.64寸	8.52寸
		微强	大强	微强	强	半强
音分值	*0*	*3.6295*	*23.4666*	*46.9243*	*70.3886*	*93.8452*
日　　数	1	6	6	6	6	6
日数累计						31
大小半音						大半音

生律次序	8	20	32	44
律　　名	大吕	分否	凌阴	少出
相当今日音　　名	$\#f$	$/\#f$	$//\#f$	$///\#f$
振动体长　　度	8.43寸弱	8.31寸强	8.21寸弱	8.09寸强
音分值	*113.6850*	*137.1578*	*160.6100*	*184.0583*
日　　数	8	8	8	6
日数累计				30
大小半音				小半音

生律次序	3	56	15	27	39	51
律　　名	太簇	未知	时息	屈齐	随期	形晋
相当今日音　　名	g	$////\#f(\approx g)$	$/g$	$//g$	$///g$	$////g$
振动体长　　度	8寸	7.98寸强	7.89寸少强	7.79寸弱	7.68寸强	7.58寸弱
音分值	*203.9100*	*207.5420*	*227.3766*	*250.8380*	*274.3011*	*297.7500*
日　　数	1	6	6	6	6	6
日数累计						31
大小半音						大半音

§ 141

生律次序	10	22	34	46
律名	夹钟	开时	族嘉	争南
相当今日音名	#g	/#g	//#g	///g
振动体长度	7.49寸强	7.39寸微强	7.24寸微强	7.19寸强
音分值	317.5950	341.0704	364.5186	387.9710
日数	6	8	8	8
日数累计				30
大小半音				小半音

生律次序	5	58	17	29	41	53
律名	姑洗	南授	变虞	路时	形始	依行
相当今日音名	a	////#g(≈a)	/a	//a	///a	////a
振动体长度	7.11寸微强	7.09寸大强	7.01寸半强	6.92寸微强	6.83寸弱	6.73寸半弱
音分值	407.8200	411.4602	431.2810	454.7466	478.1966	501.6744
日数	1	6	6	6	5	7
日数累计						31
大小半音						大半音

生律次序	12	24	36	48
律名	中吕	南中	内负	物应
相当今日音名	#a	/#a	//#a	///#a
振动体长度	6.66寸弱	6.57寸微弱	6.48寸微强	6.39寸强
音分值	521.5049	544.0625	568.4301	591.8901
日数	8	7	8	7
日数累计				30
大小半音				小半音

§ 141

生律次序	7	60	19	31	43
律名	蕤宾	南事	盛变	离宫	制时
相当今日音名	*b*	////#*a*(≈*b*)	/*b*	//*b*	///*b*
振动体长度	6.32寸微强	6.31寸弱	6.23寸半强	6.15寸微强	6.07寸弱
音分值	611.7299	615.3794	635.1956	658.6550	682.1032
日数	1	7	7	7	8
日数累计					30
大小半音					小半音

生律次序	2	55	14	26	38	50
律名	林钟	谦待	去灭	安度	归嘉	否与
相当今日音名	*c*	////*b*(≈*c*)	/*c*	//*c*	///*c*	////*c*
振动体长度	6寸	5.99寸弱	5.92寸弱	5.84寸微弱	5.76寸微弱	5.68寸强
音分值	701.9500	705.5795	725.4215	748.8792	772.3384	795.7949
日数	1	5	7	6	6	5
日数累计						30(↑)
大小半音						大半音

生律次序	9	21	33	45
律名	夷则	解形	去南	分积
当今相日音名	#*c*	/#*c*	//#*c*	///#*c*
振动体长度	5.62寸弱	5.54寸强	5.46寸大强	5.39寸半强
音分值	815.6399	839.1074	862.5995	886.0077
日数	8	8	8	7
日数累计				31(↑)
大小半音				小半音

§ 141

生律次序	4	57	16	28	40	52
律名	南吕	白吕	结躬	归期	未卯	夷汗
相当今日音名	d	////#c(≈d)	/d	//d	///d	////d
振动体长度	5.33寸强	5.32寸强	5.26寸强	5.19寸微强	5.12寸微强	5.05寸强
音分值	905.8648	909.4968	926.3259	952.7873	976.2446	999.7720
日数	1	5	6	6	6	7
日数累计						31
大小半音						大半音

生律次序	11	23	35	47
律名	无射	闭掩	邻齐	期保
相当今日音名	#d	/#d	//#d	///#d
振动体长度	4.99寸强	4.93寸弱	4.86寸微强	4.97寸半强
音分值	1019.5498	1043.0253	1066.4796	1089.9258
日数	8	8	7	8
日数累计				31(?)
大小半音				小半音

生律次序	6	59	18	30	42
律名	应钟	分乌	迟内	未育	迟时
相当今日音名	e	////#d(≈e)	/e	//e	///e
振动体长度	4.74寸微强	4.73寸微强	4.86寸弱	4.61寸少强	4.55寸强
音分值	1109.7748	1113.4151	1133.2358	1156.6951	1180.1481
日数	1	7	8	8	6
日数累计					30
大小半音					大半音

由上例可知，京房的律制有其科学价值。首先，如上所述，它提供了可以变换音律的微小音差。此外，京房的律制在半音或全音之间都有许多律，例如黄钟(*f*)和大吕(#*f*)之间就有四律：

f—////*e*((3.6 音分)—/*f*(23.5音分)—//*f*(47音分)—///*f*(70.4 音分)—////*f*(93.8 音分)—#*f*(113.7 音分)

固然，这种繁复的律制应用起来十分困难，但可以供律学研究之用〔见§171〕。

又，京房曾发现用管定律与用弦定律的不同，首次明确提出"竹声不可以度调"。他创用一种用弦的定律器，称为"准"，形状如瑟，长一丈，"隐间"(即弦的振动部分)九尺，准上张着十三条弦，中央一弦下画有京房六十律的标记。京房准开创了用弦律器作律学实验的先例，对后世的律学研究产生了深远的影响。公元494年和519年，北魏时的高闾和陈仲儒都分别奏本皇帝并获准采用京房的六十律和他的律准来调校乐器。五代王朴〔§146〕的"律准"和明代朱载堉〔§164〕的"均准"，都是在京房准的基础上形成的。①

§142. 京房以后，在南北朝(公元420年～589年)时，宋元嘉间(438年前后)，钱乐之沿京房的六十律继续生律，一直增至三百六十律。据《隋书·律历志》所载：

> 宋元嘉中，太史(当时掌管历法的官吏)钱乐之因京房南事之余，引而伸之，更为三百律。……总合旧为三百六十律，日当一管。

钱乐之把按三分损益法所生的三百六十律分为十二部，十二部即原三分损益十二律。在十二部中的每一部有三十四律和二十七律之分(黄钟一部含三十五律)，含三十四(五)律者计五部，均合今天我们所称的大半音〔§67〕，含二十七律者计七部，均合今天我们所称的小半音〔§61〕。钱乐之将三百六十律中的一律当一日，此

① 参见陈应时《中国古代的律准》，载《中国音乐》，1986年，第一期。

“一日”即“钱乐之音差”，比京房音差〔§140〕更微小，仅 *1.845* 音分。① 在中国古代律学史上，钱乐之的三百六十律达到音律细分的最高程度。

§ 143. 与钱乐之同时代，南北朝时何承天（公元 370～447年）创制一种新律。何承天，东海郯（音 tán，谈。今山东郯城县） 人，在晋代末期和南朝宋时，历任军政官府中的参军（重要幕僚）、衡阳内史（衡阳地区民政长官）和御史中丞（监察部长官）等职。宋元嘉二十四年（公元 447 年），密旨任命何承天为吏部侍郎（掌管全国官吏的任免、考核、升降和调动等事务的官署的副长官），他泄漏密旨而被免职。何承天在思想上是无神论者，曾多次在理论上进行反佛教的论争。他精通律学和历法。他反对京房的一味增加律数的做法，而在十二律本身内调整各律的高度，使十二律中最后一律能回到出发律上，创造了最早的十二平均律。何承天在中国律学史上迈出了可贵的新的一步，成为世界上最早用数学解决十二平均律的人。《隋书·律历志》援引何承天自己的话说：

> “上下相生，三分损益其一，盖是古人简易之法。……后人改制，皆不同焉。而京房不悟，谬为六十。”承天更设新率，则从中吕还得黄钟。十二旋宫，声韵无失。黄钟长九寸，太簇长八寸二厘，林钟长六寸一厘，应钟长四寸七分九厘强。

据《宋书·律历志》记载，何承天新律的计算法以传统的“一而十一三之”（$3^{11}=177147$）为黄钟律的实数，按三分损益法得仲吕律之实数为 131072，若再三分益一还生黄钟律时得 $174762\frac{2}{3}$，不足 $2384\frac{1}{3}$。何承天将此不足的差数十二等分，依次递加在原三分损益产生的十二律上，然后将各律实数用“一而九三之”（$9^{3}=19683$）除之，得黄钟 9 寸及其它十一律相对的律长（计算到寸、分、

①参见陈应时《中国古代文献记载中的‘律学’》，载《中国音乐》，1987 年第二期。

厘;余数或不足数用强弱表示)。如林钟律作[$177147\times\frac{2}{3}+2384\frac{1}{3}\times\frac{1}{12}$]$\div19683=6.01$寸;又如大吕律,作[$177147\times(\frac{2}{3})^3\times(\frac{4}{3})^4+2384\frac{1}{3}\times\frac{7}{12}$]$\div19683=8.49$ 寸大强。①这在表面上看来,与第五章所述把最大音差分为十二个,分布于十二次五度相生上〔§ 105〕,很是相象,但结果是不相同的;因为后者根据频率比,前者根据振动体长度的差数(不是振动体长度的比数)。频率比不论音的高低如何,总是一样,而振动体长度的差数则愈到高音,差数愈小〔§ 30〕。尽管从理论上看来,何承天的新律不是准确的十二平均律,但是在效果上,它十分接近十二平均律。从何承天新律的各律换算为音分值,与十二平均律比较,差数最大的只有无射一律(*15.1* 音分)。用表式明示如下例。例中"各律振动体长度"一栏,是"新律计算法"的计算结果。

例 61

生律次序	(1)	(8)	(3)	(10)	(5)	(12)
律　名	黄钟	大吕	太簇	夹钟	姑洗	仲吕
相当今日音　名	$\#f^1$②	g^1	$\#g^1$	a^1	$\#a^1$	b^1
振动体长　度	9寸	8.49寸大强	8.02寸	7.58寸强	7.15寸强	6.77寸
音分值	*0*	*99.28*	*199.55*	*296.73*	*398.02*	*492.87*
新律与平均律的音分值差	0	*−0.77*	−0.45	−3.27	*−1.98*	*−7.13*

①参见陈应时《十二平均律的先驱——何承天新律》,载《乐府新声》,1985 年,第二期。

② 据杨荫浏〔§ 170〕《中国音乐史纲》(1952年),当时黄钟的高度,约合今日的$\#f^1$。这里生律的次序是照三分损益法,但是,音名记法不照三分损益律,而照十二平均律。所以生律至应钟时作 f^1,不作 $\#e^1$(如果照三分损益律,应钟为姑洗所生,应作$\#e^1$〔$\#a^1$—$\#e^1$〕)。

生律次序	(7)	(2)	(9)	(4)	(11)	(6)
律名	蕤宾	林钟	夷则	南吕	无射	应钟
相当今日音名	c^2	$\#g^2$	d^2	$\#d^2$	e^2	f^2
振动体长度	6.38寸强	6.01寸	5.7寸弱	5.36寸少强	5.09寸半	4.79寸强
音分值	595.22	699.04	790.93	896.06	984.91	1091.44
新律与平均律的音分值差	−4.78	−0.96	−9.07	−3.94	−15.09	−8.56

§ 144. 从何承天创造最早的十二平均律之后，还经过一段探索的时期。例如隋代刘焯〔§ 145〕和五代时王朴〔§ 146〕都一再在十二律本身内调整各律的长度，但是都没有达到何承天的成功程度。直到明代，才由朱载堉完成了完全准确的十二平均律〔详见后文"第三时期"，§ 164〕。

§ 145. 刘焯(音 zhuō，卓)是隋代(公元 581～618 年)人，当过参议律历等咨询性的官吏。他于公元 604 年提出一种律制，但是这种律制在物理学原理上是完全错误的，因而不可能获得成果。据《隋书·律历志》引述刘焯的计算法：

> 其黄钟管六十三为实，以次每律减三分，以七为寸法，约之，得黄钟长九寸，太簇长八寸一分四厘，林钟长六寸，应钟长四寸二分八厘七分之四。

即"63 除以 7"(63÷7)作为第一律黄钟，以后各律照半音的次序(非照三分损益法次序)，每次从 63 递减 3，再除以 7，以生各律。这样构成的十二律，各相邻律之间其振动体长度的差数(非频率比)都相同，都是 0.43。列表如下：

例 62

生律次序	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
律名	黄钟	大吕	太簇	夹钟	姑洗	仲吕	蕤宾	林钟	夷则	南吕	无射	应钟	清黄钟
相当今日音名	$g^1$①	$\sharp g^1$	a^1	$\sharp a^1$	b^1	c^2	$\sharp c^2$	d^2	$\sharp d^2$	e^2	f^2	$\sharp f^2$	g^2
各律计算法	$\frac{63}{7}$	$\frac{63-3}{7}$	$\frac{60-3}{7}$	$\frac{57-3}{7}$	$\frac{54-3}{7}$	$\frac{51-3}{7}$	$\frac{48-3}{7}$	$\frac{45-3}{7}$	$\frac{42-3}{7}$	$\frac{39-3}{7}$	$\frac{36-3}{7}$	$\frac{33-3}{7}$	$\frac{30-3}{7}$
各律振动体长度	9.00	8.57	8.14	7.71	7.28	6.85	6.42	6.00	5.57	5.14	4.71	4.28	3.85
相邻律的长度差		0.43	0.43	0.43	0.43	0.43	0.43	0.43	0.43	0.43	0.43	0.43	0.43
音分值	0	79.8	163.7	251.7	344.5	442.5	546.4	656.9	775.1	901.8	1038.5	1186.9	1349.4
与平均律的音分值差		−20.2	−46.3	−48.3	−55.5	−57.5	−53.6	−43.1	−24.9	+1.8	+38.5	+86.9	+149.4

刘焯铸成这个律制的错误，其原因在于，他把十二律中相邻两律间的"长度的等差"，误为相邻两律间的"音程的等比"，因而使构成的十二律的高度十分混乱，而且无法回到出发律。这在上例中音分值和音分值差上看得十分清楚。

§ 146. 在五代(公元 907～960 年)时，王朴提出一种新律。王朴，东平(今山东省东平县)人。周世宗时任比部郎中(当时掌管全国财政部门的长官）等职。他研究律学和天文历法。周世宗显德六年(公元 959 年)，王朴提出一种新律。据《旧五代史·乐志》中所载，王朴这样叙述他的律制:

> ……乃作律准十三弦。宣声长九尺，张弦各如黄钟声。以第八弦六尺设柱，为林钟。第三弦八尺设柱，为太簇。第十弦五尺三寸四分设柱，为南吕。第五弦七尺一寸三分设柱，为姑洗。第十二弦四尺七寸五分设柱，为应钟。第七弦六尺三寸三分设柱，为蕤宾。第二弦八尺四寸四分设柱，为大吕。第九弦五尺六寸三分设柱，为夷则。第四弦七尺五寸一分设柱，为夹钟。第十一弦五尺一分设柱，为无射。第六弦六尺六寸八

①据杨荫浏〔§ 170〕《中国音乐史纲》(1952年)，当时黄钟的高度约合今日的g^1音。

分设柱，为中吕。第十三弦四尺五寸设柱，为黄钟之清声。十二律中，旋用七声为均。为均之主者，宫也；徵、商、羽、角、变宫、变徵次焉。发其均主之声，归乎本音之律。七声迭应而不乱，乃成其调。均有七调，声有十二均，合八十四调。歌奏之曲，由之出焉。

王朴认为："黄钟之声，为乐之端也。半之，清声也。倍之，缓声也。三分其一损益之，相生之声也。十二变而复黄钟，声之总数也。"即他定清黄钟之长度为黄钟长度的一半（9 尺×$\frac{1}{2}$=4.5 尺），其余各律的长度计算仍沿用三分损益上下相生之法。

例 63

生律次序	(1)	(8)	(3)	(10)	(5)	(12)
律名	黄钟	大吕	太簇	夹钟	姑洗	仲吕
相当今日音名	$g^1$①	$\sharp g^1$	a^1	$\sharp a^1$	b^1	$\sharp b^1$②
各律计算法	9.00	$6.33\times\frac{4}{3}$	$6.00\times\frac{4}{3}$	$5.63\times\frac{4}{3}$	$5.34\times\frac{1000}{749}$	$5.01\times\frac{4}{3}$
振动体长度	9 寸	8.44寸	8.00寸	7.51寸	7.13寸	6.68寸
音分值	*0*	*111.22*	*203.91*	*313.33*	*403.23*	*516.09*

生律次序	(7)	(2)	(9)	(4)	(11)	(6)	(13)
律名	蕤宾	林钟	夷则	南吕	无射	应钟	清黄钟
相当今日音名	$\sharp c^2$	d^2	$\sharp d^2$	e^2	$\sharp e^2$	$\sharp f^2$	g^2
各律计算法	$4.75\times\frac{4}{3}$	$9.00\times\frac{2}{3}$	$8.44\times\frac{2}{3}$	$8.00\times\frac{500}{749}$	$7.15\times\frac{2}{3}$	$7.13\times\frac{2}{3}$	$9.00\times\frac{1}{2}$
振动体长度	6.33寸	6.00寸	5.63寸	5.34寸	5.01寸	4.75寸	4.50寸
音分值	*609.26*	*701.95*	*812.15*	903.70	*1014.14*	*1106.40*	*1200*

因王朴的清黄钟长度比旧律增长了 0.06 尺，所以在生南吕、

---

① 根据杨荫浏〔§170〕《中国音乐史纲》(1952 年)，当时黄钟高度约合今日的 g^1 音。

② 依照三分损益律从 g^1 起相生十一次至 $\sharp b^1$，仲吕作 $\sharp b^1$ 不作 c^2。同理，无射作 $\sharp e^2$，不作 f^2。

姑洗两律时，将三分损益分数式($\frac{2}{3}$、$\frac{4}{3}$)中的分母数缩小$\frac{1}{250}$，使此两律分别由旧三分损益律的5.33尺和7.12尺增至5.34尺和7.13尺(分以下四舍五入)。①其后各律虽仍采用三分损益法，但因为前两律已增长，所以各律的长度亦随之递增〔见上例〕。王朴律克服了旧三分损益律黄钟和清黄钟不构成同律纯八度的缺点，在纯八度的框架内调整十二律时又首创了缩小三分损益的分母数的生律方法(时称"新法")。这种方法后来对明代律学家朱载堉〔§164〕发明"新法密率"有所启发，所以朱载堉在《律吕精义·外篇》(1596年)中评论王朴时称他为"足以度越诸家"的"一代之奇才"。

§147. 宋代(公元960～1279年)蔡元定(公元1135～1198年)提出"十八律"的理论。蔡元定是建阳(今福建省建阳县)布衣(平民)。他在所著《变律篇》认为，何承天的新律"惟黄钟一律成律，他十一律皆不应三分损益之数，其失又甚于房"(按房指京房)。蔡元定提出的十八律，仍根据三分损益法，生到十二律之后，再往下生六律，共十八律。蔡元定称后加的六律为"变律"，例如"变黄钟"、"变林钟"等。六个变律都比原有的同名律高一个最大音差。蔡元定的十八律的理论，显然不是何承天的道路，而是京房的道路，但在律数上有一定的限制。这种律制虽然不能解决回到出发律的问题，但是在一定范围内可以适应十二律旋相为宫，对当时来讲，还是有一定的实用价值。

笛律和琴律

§148. 管内气柱振动时，气柱的一部分要突出在管口的外面，即气柱的长度，要比管的长度稍长。因此，计算气柱的频率，或照音的高度计算管的长度时，都必须作"管口校正"〔§12〕。管口

① 见陈应时《律学四题》，载《中国音乐》，1992年，第二期。

校正的数据，就是管的长度与气柱长度之间的差数。在晋代（公元265～420年）时荀勗（音 xù，叙）（公元 289 年卒）得出管口校正的数据和规律。荀勗，颍阳（今河南省许昌县）人，在晋代任秘书监（当时掌管京城宫藏图书的长官）以至尚书令（相当宰相）的官职；又管理音乐事业，考定音律。据《晋书·律历志》所载，荀勗于泰始十年（公元274年）制成十二支笛（直吹，像今日的洞箫），以应十二律；笛上开孔（按孔），以合于音阶的各音。他在三分损益律的基础上，调整以他得出的管口校正数，来制定各笛的长度和笛上各个按孔的距离。这个校正数，就是一支律管的长度与另一较高四律的律管长度的差数。据荀勗当时所用的尺（即晋前尺），与晚周尺相同，合今日 23.0886厘米〔§120，注②〕。当时黄钟的长度，合20.7798 厘米。较高四律的姑洗的长度，合 16.4186 厘米。

20.7798－16.4186＝4.3612

这个差数 4.3612 厘米，就是荀勗的"黄钟笛"上宫音（黄钟宫）孔位与吹口相距的长度较短于气柱长度的差数，也就是黄钟笛上的管口校正数。同理：

大吕的长度（19.4591厘米）－中吕的长度（15.3851厘米）＝4.0840厘米。

这个差数 4.0840 厘米，就是荀勗的"大吕笛"上宫音（大吕宫）孔位与吹口相距的长度较短于其气柱长度的差数，也就是大吕笛上的管口校正数。

荀勗所制的十二支笛中的黄钟笛，以四倍于姑洗的长度，作为全笛的长度（均以厘米计算）：

16.4186×4＝65.6744（黄钟笛全笛长度）

以黄钟的长度和姑洗的长度之和，作为笛上宫音孔位（即第五孔的孔位）：

20.7798＋16.4196＝37.1984（宫音孔位〔第五孔〕）

这个长度（37.1984）就是管上宫音孔位距吹口的长度，即宫音

的长度。把宫音的长度加入管口校正数(4.3612)，就是宫音气柱的长度：

$$37.1984+4.3612=41.5596\text{(宫音气柱长度)}$$

以宫音的气柱长度为基础，根据三分损益法，再减去管口校正数，就得出笛上徵、商、羽……各音的孔位：

$$41.5596\times\frac{4}{3}=55.4128$$

$$55.4128-4.3612=51.0516\text{(徵音孔位〔第二孔〕)}$$

$$55.4128\times\frac{2}{3}=36.9419$$

$$36.9419-4.3612=32.5807\text{(商音孔位〔背孔〕)}$$

$$36.9419\times\frac{4}{3}=49.2559$$

$$49.2559-4.3612=44.8947\text{(羽音孔位〔第三孔〕)}$$

$$49.2559\times\frac{2}{3}=32.8373$$

$$32.8373\times\frac{4}{3}=43.7831$$

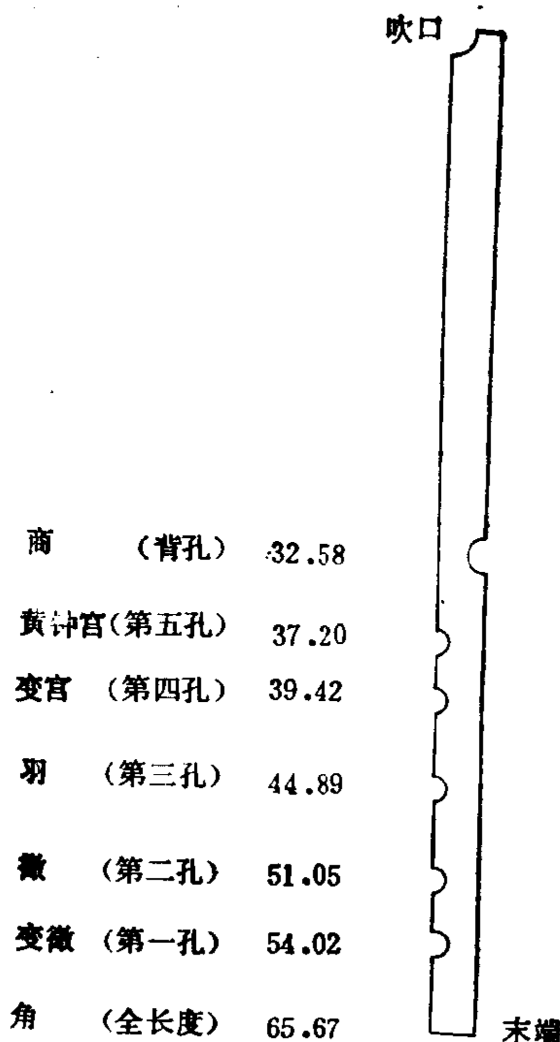
$$43.7831-4.3612=39.4219\text{(变宫孔位〔第四孔〕)}$$

$$43.7831\times\frac{4}{3}=58.3775$$

$$58.3775-4.3612=54.0163\text{(变徵孔位〔第一孔〕)}$$

作图示之如下(数字改用小数点后二位，以下四舍五入)：

例 64



上例中角音是低八度的角音(倍角)。

杨荫浏〔§ 170〕曾根据上述的荀勗的笛制，作了实验和计算。按照今日民间最普遍的箫的形制，管径约为1.6厘米，按孔成椭圆形，约0.9×0.7厘米；所制成的黄钟笛，其发音大致符合于三分损益律；其各按孔的位置，与现代管口校正公式的计算结果，也相符合。只是由于当时的记载，未说明管径的大小和所开按孔的大小，因此，要求绝对准确，还存在一些困难。

80年代末，王子初在杨荫浏实验的基础上，又在假定荀勗笛为同径的前提下，用同径管作了复制荀勗十二笛的实验。①复制十

① 见王子初《荀勗笛律的管口校正问题研究》，载《中国音乐学》，1989年，第一期。

二笛所用管的内直径为1.6厘米，外直径为2厘米，音孔直径为0.8厘米，一切方法程序和数据，均按《宋书·律历志》所载荀勖笛制。实验所得结果：(1) 十二笛各音的高度几乎全超过了以黄钟$=g^{1-20}$(音分)为标准所得的十二律中的相应音高。(2) 十二笛中最短的仲吕笛各音最接近荀勖的标准音高（宫音仅比标准音c^{-22}高*4*音分），但自仲吕笛起，随着笛长的增加，其音偏高愈甚。至最长的蕤宾笛，各音高于荀勖的标准音高达*140*音分。(3)十二笛中较短的六支笛容易吹奏，其余较长的六支笛则很难吹奏，甚至不能吹奏。实验结果中(1)说明了若荀勖的黄钟音高标准为g^{1-20}，则其黄钟笛的内径须大于1.6厘米。再从实验结果中 (2) 和(3)来看，荀勖十二笛不可能是同径，而必然是异径〔见 §165〕，因为唯有使笛管内径和管口校正数随笛长同步加大，才能克服笛越长音越偏高的现象，较长的笛也不会因笛太长、孔距太宽而难于演奏。

王子初在实验中又制作了一支不作管口校正的黄钟笛，以与作了管口校正的黄钟笛相比较。实验结果证明，不作管口校正之笛所发的七声，除筒音外，均偏低于标准音高，因此必须用管口校正来作提高的修正；而作了管口校正之笛的实际修正数与标准的修正数相比，虽然都大了一些，但其自低到高的修正数与标准修正数逐渐增大的规律，大体上是吻合的。这说明荀勖的管口校正数，虽然不是物理学的精确数据，而是一种经验性的约数，但由于荀勖造笛时常参照琴徽〔§ 150〕而运用随机修正的手段，因此仍不失其实用价值。

荀勖在当时能造出达到这样精确程度的管乐器，又能得出管口校正的数据和规律，是对律学的一项重大贡献。

§ 149. 据《隋书·音乐志》所载，南朝梁武帝（萧衍 465～549）造正律器“四通十二笛”，其十二笛的音律以四通的弦律为准。四通中每一“通”，长9尺，宽9寸，两端张弦的“临岳”均高1.2寸。每

通各施三弦，每弦的长度(弦的振动部分)和丝数均有别。四通中“元英通”置应钟、黄钟、大吕三弦；“青阳通”置太簇、夹钟、姑洗三弦；“朱明通”置仲吕、蕤宾、林钟三弦；“白藏通”置夷则、南吕、无射三弦。元英通之黄钟弦长 9 尺，270 丝，其他十一律各弦之长度、丝数，按三分损益法〔§ 127〕依次递减(惟应钟弦由姑洗弦三分益一而得，所以此弦的长度比黄钟弦较长，丝数亦相应增多)。所制十二笛，黄钟笛长 3.8 尺，余十一笛之长度，亦按三分损益法依次递减。但他所制的笛律，不在笛的本身求得，而仍以四通的弦律为准，即所称“用笛以写通声”。

§ 150. 在器乐曲七弦琴琴谱上，纯律音程的应用，很早就已存在。七弦琴的“徽位”(琴弦上按音的位置)，非常合于纯律产生的条件。虽说演奏七弦琴时，不一定都正确地按在徽位上，但是在古代七弦琴琴谱中，就有广泛应用泛音的事实。南北朝时，梁代的丘明(公元 494～590 年〔卒于隋代〕)所传的古代七弦琴琴谱《碣石调幽兰谱》中，在十三个徽位上广泛地应用泛音，产生了纯律的音程。后来在明代，有好些七弦琴琴谱，也是如此。

七弦琴上七条弦的定音法，通常由低到高作徵、羽、宫、商、角、清徵、清羽。七弦琴上的十三个徽位如下：

例 65

徽位序数	空弦	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
弦振动部分的长度	1 (全弦)	$\frac{7}{8}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$
可发纯律之音		自然七度的转位	小三度	大三度	纯四度	纯五度	大六度	八度	八度加大三度	八度加五度	两个八度	两个八度加大三度	两个八度加纯五度	三个八度

七条弦中每条弦，按琴谱中所用之调，选用适当的徽位。在任

何一条弦上，准确按在第三、六、八、十一、十二等徽位上，就能分别发出空弦的纯律大三度、大六度和小三度的音程。上例明示七弦琴的徽位、弦振动部分的长度和所发之音三者的关系。关于弦的长度和所发之音的关系，见§7-例2，倍音列。第十三徽位所发之音，是自然七度的转位音〔见§85〕。

现在举«碣石调幽兰谱»中一段，说明产生纯律大三度泛音的情况，如下例：

例 66



上例中(1)处 e^1 音，是由第一弦(定弦法一行中 C 音）按第三徽位而产生的纯律 $\underline{e}^1$ 音。(2)处 $\#f^1$ 音，是由第二弦(定弦法一行中 D 音)按第三徽位而产生的纯律 $\#\underline{f}^1$ 音。(3)处 a^1 音，是由第三弦(定弦法一行中 F 音）按第三徽位而产生的纯律 $\underline{a}^1$ 音。(4）处 b^1 音，是由第四弦(定弦法一行中 G 音)按第三徽位而产生的纯律 $\underline{b}^1$ 音。

§151. 对于七弦琴上的泛音徽位，北宋崔遵度（953～1020)«琴笺»称为“天地自然之节”，认为琴上的十三徽仅是“昭昭可闻者”，如果“尽弦而考之，乃总有二十三徽”，“丈弦具之，尺弦亦具

之”。①沈括(1031～1095)在《梦溪笔谈·补笔谈》中对琴徽亦有同样的论述:“弦之有十三汎韻,此十二律自然之节也。盈丈之弦,其节亦十三;盈尺之弦,其节亦十三。故琴以为十三徽。”②

崔遵度、沈括的“自然之节”学说,直接引出南宋朱熹(1130～1200)的《琴律说》,在理论上明确地将琴律纳入律学研究的范畴。《琴律说》提到自古相传琴工在七弦琴上确定徽位的方法,并探讨各弦在不同徽位上构成的五声音阶音位和按照徽位产生的七弦琴调弦法。③其后,徐理在《琴统》,(公元1268年成书)④的《十则》一章中,对七弦琴上的“自然之节”作了进一步的探讨。作者指出:“琴有十则,节四十五,同者十有四,得位者三十有一”。所谓“琴有十则”,其第一则采用朱熹在《琴律说》中所订定的四尺五寸弦长,全弦振动产生基音〔见§7〕;第二则将此弦等分为两段,出现一个“节点”〔见§6-例1〕,合第七徽,发生二倍音〔见§7-例2〕;第三则将此弦等分为三段,出现两个节点,合第五、第九徽,发生三倍音;第四则将此弦等分为四段,出现三个节点,合第四、第七、第十徽,发生四倍音;依此类推,至第十则将全弦等分为十段,出现九个节点,在各个节点上发生十倍音。这样,在一条琴弦上略去重复的十四个节点不计,尚有三十一个节点,即所称“得位者三十有一”。书中对十则的每一则,都用尺寸或徽位详细明示每段各个节点在琴上的位置。

对照《十则》,我们可以知道,七弦琴上的十三徽,只用倍音列〔见§7-例2〕中的二倍音至八倍音(缺七倍音);崔遵度《琴笺》指出一条琴弦上有二十三个节点,则发现了倍音列中的二至九倍音;而

① 见《琴曲集成》(五)《琴书大全》,中华书局1980年影印本,23页。

② 见胡道静校注:《梦溪笔谈校注》,中华书局1959年版,915页。

③ 见《朱子大全集》卷六十六,中华书局印行本,1194页。

④ 此书今仅存明代手抄本,无页码,藏北京图书馆善本室。

徐理《琴统·十则》的第一则至第十则，正好是倍音列中的基音至十倍音。对于七弦琴上这种倍音列的发现，又在理论上加以系统的总结，这是古代琴家研究琴律的结果，也是中国律学史上的一件重要史实。

§ 152. 在七弦琴的定弦法上，尚有根据某弦上所产生纯律音程的徽位(如第十一徽)来定另一弦(散声)的方法，使七条弦中某些弦符合于纯律音程。例如，宋代姜夔（白石）（约公元 1155～1221 年)在《七弦琴图说》中有这样的记载:

> 宫调，五弦十晖(晖通"徽")应七弦散声，四弦十晖应六弦散声，二弦十晖应四弦散声，大弦十晖应三弦散声，惟三弦独退一晖，于十一晖应五弦散声。……黄钟、大吕并用慢角调，故大弦十一晖应三弦散声。①

上面引文，就是对七弦琴的定弦法〔§ 150-例 65，第三行〕，提出某些较高弦都根据相应较低弦的第十徽（纯四度关系)来定弦，唯独第五弦(例66定弦法中的 A 音)要根据第三弦(F 音）的第十一徽来定弦("惟三弦独退一徽，于十一徽应五弦散声")，使第五弦定为纯律音程A̲音。又当 §150-例 66 中定弦法换为另一种定弦法(慢角调)，F 音变为E音时，这个E音要根据第一弦(C)的第十一徽来定弦("故大弦十一徽应三弦散声")，使第三弦定为纯律音程E̲音。

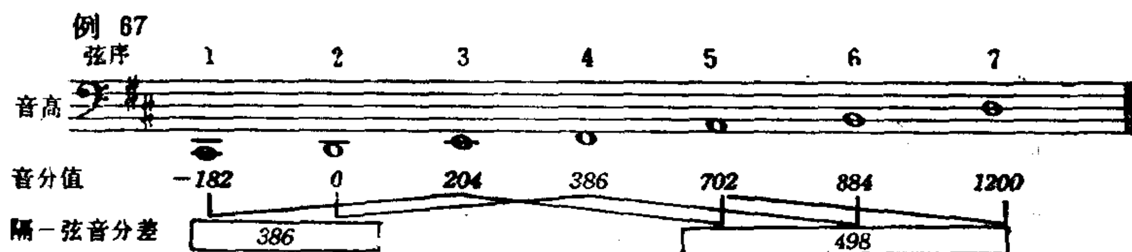
但是，在上述定弦法中，要完全实现隔一弦十徽应，角音弦散声与隔一弦的宫音弦十一徽应，还存在问题。因为按照纯律音阶要求，羽一商之间为宽四度〔§ 82〕，而散声和第十徽按音之间是纯四度，若以商音弦为准，以羽音弦的十徽按音与散声相应，则羽音弦散声会偏高一个普通音差〔§ 77〕；反之，若以羽音弦为准，以商

---

① 见《宋史》第一百三十一卷，中华书局 1977 年点校本，3342 页。

音弦的散声与羽音弦的十徽按音相应，则商音弦散声会偏低一个普通音差。因此，姜夔又创立了一种他称为“侧商调”的定弦法。在这一定弦法中，避开了羽——商的宽四度，从而真正实现了每隔一弦不是在十徽应，就是在十一徽应；亦即每隔一弦的散声不是纯律大三度（*386* 音分）就是纯四度（*498* 音分），构成准确的纯律音阶定弦①法。见下例：

例 67



§ 153. 由于受传统的三分损益法理论的影响，宋代沈括的《梦溪笔谈·补笔谈》和朱熹的《琴律说》都曾提出在七弦琴上如何调出三分损益律的五声音阶定弦法。元代陈敏子在《琴律发微》（1320 年）中按朱熹订定的四尺五寸弦长（振动部分），具体计算出三分损益律五声在琴弦上的音位；以空弦散声为宫，则商音在“十三徽外约六分七厘”，角音在“十一徽上约四分五厘”，徵音在“正九徽”，羽音在“八徽上约三分五厘”。② 以后，明代汪芝编的《西麓堂琴统》(1549 年)、朱载堉的《律学新说》(1584 年)和《律吕精义》(1596 年)等亦都提倡七弦琴用三分损益律的调弦法。

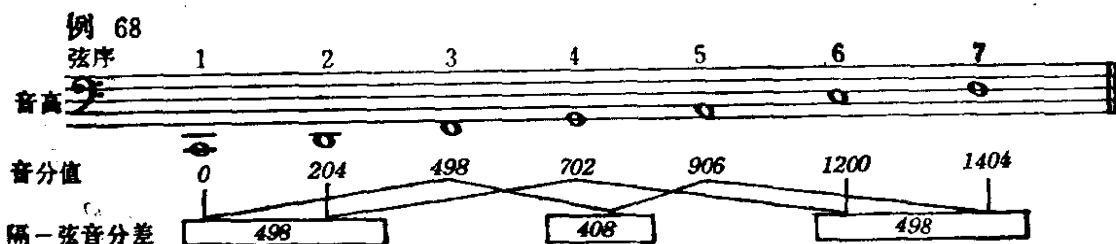
《西麓堂琴统》对上述宋代隔一弦于十徽、十一徽应的调弦法作了相应的修正，在正调调弦法的第五弦（角音）据第三弦（宫音）第十一徽调弦时特作了如下的说明：“此弦按十一徽调之不应，盖在第三弦十一徽微上而应也。谱中欲写十一徽微上字，恐太繁，故

---

① 见陈应时《论姜白石的〈侧商调调弦法〉》，载《音乐学丛刊》，第三辑，1984年。

② 见《琴曲集成》(五)《琴书大全》，中华书局1980 年影印本，39 页。

于此重辨使学者知之。"①这里的"十一徽微上"，即后来的"十徽八分"〔详见后文〕，亦即元代陈敏子所计算的在弦振动为四尺五寸之琴上的"十一徽上约四分五厘"。这样调弦的结果，隔一弦的纯四度音程，均为 498 音分，大三度音程为 408 音分，使正调各弦散声合于三分损益律的五声音阶。见下例：



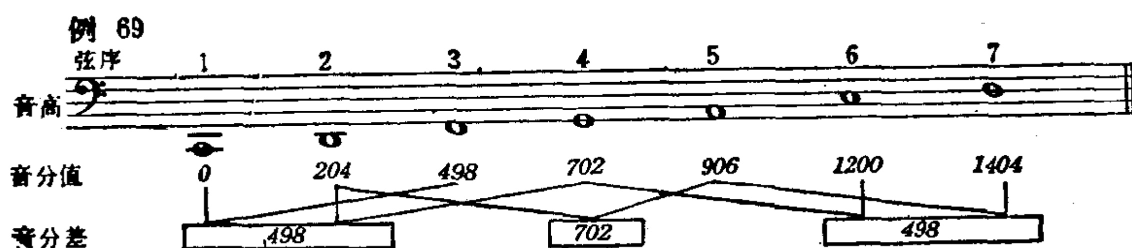
因为七弦琴上第九徽的位置处于全弦长的$\frac{2}{3}$，故空弦的三分损一，正好是第九徽按音；第十徽的位置处于全弦长的$\frac{3}{4}$，若以第十徽按音为基准，则空弦散声正好是它好是它的三分益一。所以，利用这两个徽位，就可以在琴上调出三分损益律的五声音阶定弦法。朱载堉在《律学新说》中说："九徽十徽，琴之纲领，调弦考律，必先较之。"②他在《律吕精义》中又提出一种"操缦口诀"："凡弹操缦者，只按十徽音，十徽寻不见，方去九徽寻。"并说明："十徽为律母，是故尚之也。假如正调，十徽按一而与散三相应是为宫也；按二而与散四相应是为商也；惟按三弦不与散五相应，须于九徽按二方与散五相应为角也。"③这一正调调弦法中的五弦（角音）不以三弦（宫音）的第十一徽为准，而以二弦（羽音）的第九徽按音为准，故各弦的散声亦都合于三分损益律的五声音阶。见下例：

---

① 见《琴曲集成》(三)《西麓堂琴统》，中华书局 1980 年影印本，54 页。

② 见《乐律全书·律学新说》卷二，商务印书馆万有文库本，79—80 页；冯文慈点注《律学新说》，人民音乐出版社1986 年版 74 页。

③ 见《乐律全书·律吕精义》卷六，商务印书馆万有文库本，25—26 页。



虽然七弦琴的三分损益律调弦法在明代已见应用，但此时的琴谱仍沿用纯律音程形式的记谱法。自从清初徐上瀛编的《大还阁琴谱》(1673 年)首创“徽分”形式的记谱法，其后出版的琴谱集均加以仿照，七弦琴音乐才从调弦法至记谱法全面进入三分损益律的轨道。

所称“徽分”，就是将两徽间的长度作十等分，每一分即一个“徽分”。有了徽分，凡三分损益律音阶和琴徽不合的音位，就可以用徽分来标记。如散声上方的大三度音，纯律音程按在第十一徽，三分损益律音程则按在十徽八分。这种徽分记谱法一直沿用至今。

琴律中因受三分损益法理论影响而形成的律制，虽名为三分损益律，但由于琴上的第十徽和空弦的长度比为$\frac{3}{4}$，第七徽和空弦的长度比为$\frac{1}{2}$〔见 §150-例 65〕。设以空弦音为黄钟(频率比为 1，*0* 音分)，则第十徽按音为仲吕(频率比为$\frac{4}{3}$，*498* 音分)，第七徽按音为清黄钟(频率比为$\frac{2}{1}$，*1200* 音分)；所以就仲吕和清黄钟二律来说，实际并不合于三分损益律而合于五度相生律〔见 §58-例 20、§ 73-例 27〕。因为三分损益律仲吕的长度比为$\frac{131072}{177147}$〔见 § 131-例 54〕，由仲吕律三分损一而生的清黄钟律，其长度比为：

$$\frac{131072}{177147}\times\frac{2}{3}=\frac{262144}{531441}$$

此点应予注意。

§ 153

音阶和调式的发展

§154. 中国各族人民的民族音乐丰富多彩，又经过长期的发展，使音阶和调式发生多种多样的变化。据古籍记载，西周时已出现七声音阶〔§120〕，这种音阶称为“古音阶”（或称“雅乐音阶”）；以后相继出现“新音阶”（或称“清乐音阶”）和“清商音阶”（或称“燕乐音阶”、“俗乐音阶”）。以c^1音为主音，把三种音阶加以比较如下例（∧表示半音的所在）：

例 70

(1) 古音阶（雅乐音阶）



(2) 新音阶（清乐音阶）



(3) 清商音阶（燕乐音阶）



这些音阶因曾存在于其中的音乐而得名。古音阶曾存在于历代帝王宫廷用于典礼和祭祀的“雅乐”中，新音阶曾存在于南北朝的汉族民间音乐①中，清商音阶曾存在于隋、唐的“燕乐”中（此处燕乐指狭义的燕乐，即隋、唐时西北地区〔今新疆等地〕少数民族音乐及其与汉族民间音乐相融合而成的音乐）〔详见§158〕，因而得名。但是这些音阶的应用，实际已超出了名称的范围，因为这些音阶尚留存在今日中国各族人民的民间音乐（包括民歌、民间器乐和戏曲音乐）中。②

① 据黄翔鹏对曾侯乙钟律〔§134〕的研究，认为新音阶早在我国初期就已存在。见黄翔鹏《释“楚商”——从曾侯乙钟的调式研究管窥楚文化问题》，载《文艺研究》，1979年，第二期；辑入黄翔鹏《溯流探源》，1993年，人民音乐出版社。

② 实例参见黎英海《汉族调式及其和声》，1959年，上海文艺出版社。

§ 155. 上面三种音阶，在五度音列〔见 § 57-例 19〕上，是各不相同的。古音阶从 c 音出发，向上连取六律而成；新音阶从 c 音出发，向上连取五律，向下取一律而成；清商音阶从 c 音出发，向上连取四律，向下连取二律而成。

这三种音阶都是在五声音阶（上例中五声音阶各音记以二分音符）的基础上，于音阶的小三度之间，加入各种不同的音（记以四分音符）而成。在这三种音阶中，其五声（宫、商、角、徵、羽）和加入的二声（变徵、变宫等），在音阶的地位和作用上，是有主次之别的。五声是"正声"，其他二声称"变声"（或称"偏声"）。这种正声与变声的区别，是中国五声音阶体系的特征，也是中国五声音阶体系有别于欧洲等地七声音阶体系的主要因素。上举三种音阶的区别，仅仅在于变声高度的变化上，因此我们可以根据音阶的主音距离两个变声的音程，来区别三种音阶的特点：

古（雅乐）音阶——含有增四度和大七度

新（清乐）音阶——含有纯四度和大七度

清商（燕乐）音阶——含有纯四度和小七度

§ 156. 上举三种音阶，都可以用音阶中各音（主要是宫、商、角、徵、羽五个音）轮流作为主音，构成各种调式，例如宫调式、徵调式……等。由于音阶中有正声和变声的区别，因此，当由三种音阶构成各种调式，并在音阶的七个音上各起调一次（即作移调）来构成各调的调式时，某几种调式相互之间，表面上虽然相同，实质上却互相歧异。例如古音阶徵调式和新音阶宫调式，在表面上——即在半音位置上是相同的，但是在本质上——即在正声和变声的位置上却是不相同的。看下例：

例 71

(1) 古音阶徵调式



(2) 新音阶宫调式



同理，下例在同一主音上构成的三种调式，表面上相同，本质上不同：

例 72

(1) 古音阶商调式



(2) 新音阶徵调式



(3) 清商音阶宫调式



为了仔细研究音乐遗产，应当分析上面所举的各种调式的差异，但是从音乐发展的角度看来，当调式中的"偏声"趋于"正声化"时，几种相应的调式〔如上面例 71、例 72 所示〕的互相融合，是十分可能的。

§ 157. 中国尚有带半音的五声音阶。比较常见的有以下两种。其中(1)流行于贵州布依族；(2)流行于辽宁汉族。这两种音阶与七声音阶(调式)相比，缺少一个正声和一个变声。

例 73



此外，中国还有带中立音的七声徵调式〔见 §245〕和带变化音的五声羽调式〔见 § 249〕。

隋唐燕乐的音阶和调式

§ 158. 隋唐音乐发展的标志之一，是隋唐宫廷宴享音乐（即广义的"燕乐"）的繁盛。隋唐的燕乐除汉族的民间音乐（例如《清商乐》）之外，还包含大量的少数民族音乐（例如《龟兹乐》、① 《西凉乐》、《高昌乐》、《康国乐》等西北地区少数民族音乐），也吸收了一些外国音乐（例如《天竺乐》、②《安国乐》、《扶南乐》、《高丽乐》等）。这些外来音乐，很多是先与边区少数民族音乐长期融合，然后传到中原地区。

隋唐燕乐的另一含义（即狭义的燕乐），则指当时西北地区少数民族的音乐，以及这种少数民族音乐和汉族民间音乐相融合的音乐。所称隋唐燕乐的音阶、调式，就是指存在于这种燕乐中的音阶、调式。

§ 159. 隋唐燕乐的音阶、调式，曾经引起古今中外的音乐学家的注意，好些人倾注精力，加以仔细的研究。宋代蔡元定〔§147〕

---

① 龟（音 qīu，秋）兹在今新疆西部库车和沙雅二县之间。西凉在今甘肃省西部。高昌为今新疆中部吐鲁番地区。康国在唐代是我国西域边区的一个邦国，位置在今新疆西北境外、阿姆河和锡尔河之间的中亚地区。

② 天竺是印度的古译名。安国位于康国之西，是古代中亚国家，在今阿富汗的北方，约当今布哈拉地区。扶南是印度支那古国，在今柬埔寨一带地区。高丽，今朝鲜。

曾著有《燕乐原辨》，——该书已佚，仅在《宋史·乐志》中录存别人引述的片段。这种引述的片段，对研究燕乐音阶的构造等仍有参考价值。《宋史·乐志》记载着元代脱脱(公元1312～1355年)引述的蔡元定关于燕乐音阶构造的论述如下：

一宫、二商、三角、四变为宫，五徵、六羽、七闰为角。五声之号与雅乐同。惟变徵以于十二律中阴阳易位，故谓之变；变宫以七声所不及，取闰余之义，故谓之闰。四变居宫声之对，故为宫。俗乐以闰为正声，以闰加变，故闰为角，而实非正角。此其七声高下之略也。

上面引文的意思①是，先根据古律(即雅乐律)构成燕乐音阶(这个音阶下文称为古律燕乐音阶)，然后把古律和古律燕乐音阶都加以移高，作为燕律和燕乐音阶(这个音阶下文照常称为燕乐音阶，以区别于古律燕乐音阶)。由于引文中把古律燕乐音阶与燕乐音阶互相掺杂，又加入古音阶，因而引起了混乱，使人读了难于理解。

引文中最具关键性也最需要解释的，是“四变为宫”和“七闰为角”两句。“四变为宫”中的“四变”，指古律燕乐音阶中的四级音称为“变”。这个“变”由“阴阳易位”而生。所称“阴阳易位”，指这个“变”在古音阶中原为“变徵”，为古律中“阳律”②的蕤宾，现在变为“阴律”的仲吕。“四变为宫”指这个在古律燕乐音阶中的四级音“变”，成为燕乐音阶中的宫音。看下页例74。

引文中所称“七闰为角”中的“七闰”，指古律燕乐音阶中的七级音称为“闰”。这个“闰”在古音阶中相当于“变宫”，但又不存在于古音阶中(“以七声所不及”)，所以称为“闰”(“取闰余之义”)。

---

① 对这段引文的解释，根据王光祈〔§ 169〕著《中国音乐史》，1934年。

② 古时有人把十二律分为阴阳二类，相间而命名；例如，称黄钟为阳律，称大吕为阴律，等等。

例 74

古律	黄钟[①]	大吕	太簇	夹钟	姑洗	仲吕	蕤宾	林钟	夷则	南吕	无射	应钟	清黄钟	清大吕	清太簇	清夹钟
相当今日音名	$\sharp f^1$	$\times f^1$	$\sharp g^1$	a^1	$\sharp a^1$	b^1	c^2	$\sharp c^2$	$\times c^2$	$\sharp d^2$	e^2	$\sharp e^2$	$\sharp f^2$	$\times f^2$	$\sharp g^2$	a^2
古律燕乐音阶	宫		商		角	变		徵		羽	闰		宫			
燕律			黄钟	大吕	太簇	夹钟		仲吕		林钟	夷则		无射		黄钟	大吕
燕乐音阶						宫		商		角	变		徵		羽	闰

“七闰为角”指这个在古律燕乐音阶中的七级音“闰”，成为燕乐音阶中的角音；但又不是“正角”，而是较高一律的“清角”〔看上例〕。又引文中所称“俗乐”，即指燕乐。

从上面引文可知，蔡元定所着重说明的“四变为宫”和“七闰为角”，实质上是关于七声音阶构造中两个偏声的位置问题〔见§155〕。

在引述蔡元定关于燕乐音阶构造等的论述之后，脱脱申述了他自己的观点，尽管他的观点是鄙视燕乐的，但他所提到的关于燕乐音阶构造方面的话，却可以与蔡元定所述互相印证。

据《宋史·乐志》记载，脱脱认为：

> 变宫、变徵既非正声，而以变徵为宫，以变宫为角，反紊乱正声。若此，夹钟宫谓之中吕宫，林钟宫谓之为南吕宫者，燕乐声高，实以夹钟为黄钟也。

上面引文说明，在律方面，燕律的夹钟相当于古律的仲吕（“夹钟宫谓之中〔仲〕吕宫”），燕乐的林钟相当于古律的南吕（“林钟宫谓之为南吕宫者”），即燕律的黄钟比古律的黄钟高二律；在音阶方面，燕乐音阶的宫音比古律燕乐音阶的宫音高五律，使燕律夹钟

---

① 当时古律（雅乐律）的黄钟，约合今日的 $\sharp f^1$。其余各律按照三分损益律，从 $\sharp c^2$ 起相生十一次，至 $\times c^2$；所以，大吕作 $\times f^1$，不作 g^1；应钟作 $\sharp e^2$，不作 f^2。

(宫音)起到古律黄钟(宫音)的作用("实以夹钟为黄钟也")〔见上面例74〕。脱脱的论点正好与蔡元定所述相吻合。

至于"燕乐声高",当是由于当时器乐趋于发达,弦乐器构造经过改良,使音可以调得较高,获得较好的音色〔参见第一章,§22〕。

§160. 用燕乐音阶中几个特定的音作为主音,可以构成几种燕乐调式。

据《宋史·乐志》援引蔡元定关于燕乐调式的论述所云:

> 宫声七调(按即七个宫调式):曰'正宫',曰'高宫',曰'中吕宫',曰'道宫',曰'南吕宫',曰'仙吕宫',曰'黄钟宫',皆生于黄钟;
>
> 商声七调(按即七个商调式):曰'大食调',曰'高大食调',曰'双调',曰'小食调',曰'歇指调',曰'商调'、曰'越调',皆生于太簇;
>
> 羽声七调(按即七个羽调式):曰'般涉调',曰'高般涉调',曰'中吕调',曰'正平调',曰'南吕调',曰'仙吕调',曰'黄钟调',皆生于南吕;
>
> 角声七调(按即七个角调式):曰'大食角',曰'高大食角',曰'双角',曰'小食角',曰'歇指角',曰'商角',曰'越角',皆生于应钟。此其四声二十八调之略也。

以上引文说明,燕乐有四种基本调式,即宫调式、商调式、羽调式和角调式。这些调式基本上由燕乐音阶(即燕乐宫调式)中的音来构成;商调式和羽调式分别由燕乐音阶的二级音和六级音作为主音来构成。只有角调式不用燕乐音阶中小七度音作为主音,而改用大七度音(与新音阶相同的七级音)作为主音来构成。即角调式不直接用燕乐音阶中的音作为主音来构成,而以新音阶(或古音阶)的五级音为宫音的燕乐音阶的"角"音,作为主音来构成。现在照燕律的高度,把燕乐四种基本调式列表如下例(∨表示半音):

例 75

燕律	黄钟	大吕	太簇	夹钟	姑洗	仲吕	蕤宾	林钟	夷则	南吕	无射	应钟	清黄钟	清大吕	清太簇	清夹钟	清姑洗	清仲吕
相当今日音名	$\sharp g^1$	a^1	$\sharp a^1$	b^1	c^2	$\sharp c^2$	$\times c^2$	$\sharp d^2$	e^2	$\sharp e^2$	$\sharp f^2$	$\times f^2$	$\sharp g^2$	a^2	$\sharp a^2$	b^2	c^3	$\sharp c^3$

(1) 燕乐宫调式 宫 商 角 变 徵 羽 闰 宫

(2) 燕乐商调式 商 角 变 徵 羽 闰 宫 商

(3) 燕乐羽调式 羽 闰 宫 商 角 变 徵 羽

(4) 燕乐角调式 变宫 宫 商 角 变 徵 羽 变宫

如果把这四种调式在上例宫调式中七个音上各起调一次（即作移调),就一共得到二十八个调式；二十八个调式各有特殊的名称。这就是中国古代音乐史中引人瞩目的“燕乐二十八调”。

燕乐四种基本调式,在今天的某些古老器乐曲上,还能找到它的踪影。例如,陕西“鼓乐”所用的“上、尺、六、五”四调,北京智化寺“管乐”所用的“正、背、皆、月”四调,以及福建“南乐”所用的“四腔、五腔、五腔四仪、倍思”四调,从各调(主音)的高度关系看来，与燕乐四种基本调式,似有联系，虽则陕西鼓乐等四调是指调的高度,不是调式。同时燕乐羽调式和角调式,又与新疆《十二木卡姆》的调式有联系〔详见下文,§161〕。

对燕乐二十八调，历来有所争议。首先对这里所说的燕乐音阶是否就是§159-例74所示的燕乐音阶，尚有异议。北宋沈括〔§151〕认为燕乐音阶宫调式是如§154-例70(1)。其次，对二十

八调也有两种说法，一种如本书根据蔡元定〔§147〕和沈括所说，认为二十八调由四种基本调式在七个音上各起调一次而得；另一种则如清代凌廷堪(?～1809)在所著《燕乐考原》中所说，认为二十八调由七种基本调式在四个音上各起调一次而得。

§161. 如前所述，隋唐燕乐包括着汉族和少数民族的音乐，也吸收了外国的音乐〔§158〕。少数民族的音乐中，以龟兹的音乐最为突出。外国音乐又可能较多通过龟兹，先与龟兹音乐相融合，然后传入中原地区。在龟兹音乐中，则以苏祇婆(Sujiva)的琵琶音乐及其调式具有较突出的地位和较大影响。

有关苏祇婆琵琶音乐的调式理论，据《隋书·音乐志》记载郑译所说：

> 考寻乐府钟石律吕，皆有宫、商、角、徵、羽、变宫、变徵之名，七声之内，三声乖应，每恒求访，终莫能通。先是，周武帝时(公元561～578年)有龟兹人曰苏祇婆，从突厥皇后入国，①善胡琵琶。听其所奏，一均之中，间有七声。因而问之，答云："父在西域②称为知音，代相传习，调有七种。"以其七调，勘校七声，冥若合符。
>
> 一曰'娑陁力'，华言平声，即宫声也；
>
> 二曰'鸡识'，华言长声，即商声也；
>
> 三曰'沙识'，华言质直声，即角声也；
>
> 四曰'沙侯加滥'，华言应声，即变徵声也；
>
> 五曰'沙腊'，华言应和声，即徵声也；
>
> 六曰'般赡'，华言五声，即羽声也；

---

① 公元568年，周武帝迎娶突厥木杆可汗之女为皇后，苏祇婆随同进入长安。突厥是今新疆北部阿尔泰山南麓一带的古代国名兼族名。

② 西域指今新疆和新疆以西一带地方。

七曰'俟利箑'(音 shà,霎),华言斛牛声,即变宫声也。

译因习而弹之,始得七声之正。然其就此七调,又有"五旦"之名,旦作七调。以华言译之,"旦"者则谓"均"也。其声亦应黄钟、太簇、林钟、南吕、姑洗五均;已外七律,更无"调声"。

上面引文中的"一均之中,间有七声",可以解释作"在八度音程内有七个音"。又,引文中的"五旦"和"旦作七调",可以解释作"在五种不同调高(旦)上,各按七声音阶构成七种调式"。这样就一共得到三十五种调式。这就是苏祗婆琵琶音乐的"三十五调"。

今日新疆维吾尔族的古典民族音乐«十二木卡姆»常以七声音阶中的六个音(除掉四级音)来构成六种调式。六个音的高度关系如下:

例 76



这可能与古代苏祇婆琵琶音乐的调高(五旦)有关。

§ 162. 苏祇婆琵琶音乐的调式理论的来源问题,存在着不同的看法,或谓源自印度,①或谓与阿拉伯音乐有关。② 从调名看来,苏祇婆的调式理论,确实与印度音乐有紧密的联系。例如苏祇婆的七调中"鸡识"(kaiśika〔梵文〕)与之燕乐商调式的小石(食)调,"般赡"(pañcama〔梵文〕,见 § 258) 之与燕乐羽调式的般涉调〔见§160〕,调名都很近似。从律制看来,前面«隋书·音乐志»的引文中有"三声乖应"一语,似指苏祇婆七调中"沙侯加滥"和"俟利箑"分别与中国的变徵和变宫在高度上有所不同,而与阿拉伯音阶中的

① 日本林谦三(HayashiKenzo)主此说;见所著«隋唐燕乐调研究»(郭沫若译),1936 年,商务印书馆。

② 王光祈[§169]主此说。见所著«中国音乐史»上册,1934 年,中华书局。

中立三度和中立六度〔见 §224〕有类似之处。由于隋唐时外国音乐常荟集于中国西北少数民族地区，因此，苏祇婆的调式理论可能与印度音乐或阿拉伯音乐有血缘关系。苏祇婆祖辈世代从事音乐，长期吸收印度或阿拉伯音乐，在本民族的音乐熔炉中加以融化，然后由苏祇婆传入中原，这是十分可能的。

第三时期——十二平均律发明时期

§163. 明代(公元1368～1644年)处于封建社会没落、资本主义萌芽的时期。明代中叶以后，农业生产的发展较慢，但是出现了工场手工业，并得到普遍的发展；一些地区的纺织业，已带有资本主义的萌芽性质。自然科学的各个领域的研究，都有进一步的发展。明末，西方的自然科学开始输入，使中西的科学(如数学)得以融汇贯通。

在这时期，音乐中器乐方面的特点之一是，民间中小型器乐合奏在各地出现或巩固。这种合奏由管弦乐器加打击乐器组成。例如，西安的“鼓乐”、北京智化寺的“管乐”、江苏的“十番鼓”等。

自然科学新的发展，推动了律学取得巨大的成就——十二平均律的发明。

§164. 明代朱载堉(1536～1612)发明十二平均律，这是对中国律学史上一项重大的贡献。他提出的数据，与今日的十二平均律完全相同。但是，当时的统治者对这一重大发明没有给以重视，更谈不到予以施行。

朱载堉是明代贵族郑恭王朱厚烷的儿子。由于统治者内部矛盾，其父受处分入狱。朱载堉不满当时的腐败统治，在其父入狱期间，筑土室于宫门外，独居19年，钻研律学、数学、天文历法和舞蹈，直到其父获释，才回到王宫里。其父死后，朱载堉不承袭爵位，

而以著述终身。在所著《乐律全书》中，有《律历融通》、《律学新说》、《律吕精义》等多种音乐论著。他的十二平均律的理论，最初发表在他的早期著作《律历融通》中，称十二平均律为“新法密率”。《律历融通》有万历九年(1581年)的序文，可见朱载堉发明十二平均律，是在1581年之前。他在《律历融通》中，最先采用了缩小旧三分损益法分数式中的分母数的方法，以求得十二平均律五度〔参见§105〕和四度的比数，《律历融通》云：

> 先置黄钟长十寸，在位下生者，五亿乘之为实，七亿四千九百一十五万三千五百三十八为法，除之得林钟。就置所得全数，在位上生者，十亿乘之为实，仍以前法除之得太簇。余律放(仿)此，乘除十二遍，则返本还原。此系新法，与古法不同。

以上引文所述，即将旧三分损益法“三分损一”、“下生”之$\frac{2}{3}$变成$\frac{500000000}{749153538}$，将“三分益一”、“上生”之$\frac{4}{3}$变成$\frac{1000000000}{749153538}$，然后按上下相生之序求得“返本还原”的十二平均律。

朱载堉在《律历融通》中还提及“用勾股之术及开方之法”求其“新法密率”；在《律学新说》(1584年)中亦提到“置一尺为实，以密率除之凡十二遍”的“新法”。但对于如何“用勾股之术及开方之法”求得“密率”，此二书中均未详述，在万历十二年(1596年)作序的《律吕精义》一书中才予以公布，其计算方法如下：

> 度本起于黄钟(按比作c①)之长，则黄钟之长，即度法一尺。命平方一尺为黄钟之率；东西十寸为句，自乘得百寸为句幂；南北十寸为股，自乘得百寸为股幂；相并，共得二百寸为弦幂。乃置弦幂为实，开平方法除之，得弦一尺四寸一分四厘二毫一丝三忽五微六纤二三七三〇九五〇四八八〇一六八九，

① 朱载堉所用的黄钟的高度，约合今日的$^{\#}d^1$(或$^{b}e^1$) 音。现在为便于对照起见，把黄钟比作c。

为方之斜，即圆之径，亦即蕤宾(f)倍律之率(按即$\sqrt[2]{1^2+1^2}=\sqrt[2]{2}=1.414213\cdots\cdots$。当时开方必须先有方积)。以句十寸乘之，得平方积一百四十一寸四十二分一十三厘五十六毫二十三丝七十三忽〇九五〇四八八〇一六八九，为实，开平方法除之，得一尺一寸八分九厘二毫〇七忽一微一纤五〇〇二七二一〇六六七一七五，即南吕(a)倍律之率（按即$\sqrt[2]{1\times\sqrt[2]{2}}=\sqrt[4]{2}=\sqrt[2]{1.414213\cdots\cdots}=1.189207\cdots\cdots$)。仍以句十寸乘之，又以股十寸乘之，得立方积一千一百八十九寸二百〇七分一百一十五厘〇〇二毫七百二十一丝〇六十六忽七一七五，为实，开立方法除之，得一尺〇五分九厘四毫六丝三忽〇九纤四三五九二九五二六四五六一八二五，即应钟(b)倍律之率(按即$\sqrt[3]{1\times1\times\sqrt[4]{2}}=\sqrt[12]{2}=\sqrt[3]{1.189207\cdots\cdots}=1.059463\cdots\cdots$)。

盖十二律黄钟为始，应钟(b)为终，终而复始，循环无端。此自然真理，犹贞后元生，坤尽复来也。是故各律皆以黄钟正数十寸乘之，为实，皆以应钟倍数十寸〇五分九厘四毫六丝三忽〇九纤四三五九二九五二六四五六一八二五为法，除之，即得其次律也，安有往而不返之理哉。旧法往而不返者，盖由三分损益，算术不精之所致也。是故新法不用三分损益，别造密率，其详如左(下)：

黄钟正律(c)一〇〇〇〇〇〇……

应钟倍律(b)一〇五九四六三……

无射倍律($\#a$)一一二二四六二……

南吕倍律(a)一一八九二〇七……

夷则倍律($\#g$)一二五九九二一……

林钟倍律(g)一三三四八三九……

蕤宾倍律($\#f$)一四一四二一三……

仲吕倍律(f)一四九八三〇七……

姑洗倍律(e)一五八七四〇一……

夹钟倍律($\#d$)一六八一七九二……

太簇倍律(d)一七八一七九七……

大吕倍律($\#c$)一八八七七四八……

黄钟倍律(c)二〇〇〇〇〇〇……

朱载堉的计算法，从今日的算法看来，等于先把八度开2方：$\sqrt[2]{2}$，得1 414213…，为八度的一半，即十二平均律中六个半音处的$\sharp f$。再开2方：$\sqrt[2]{1.414213}$，得1.189207…，为八度的四分之一，即三个半音处的$\sharp d$。如果从$\sharp f$算起，则为a。再开3方：$\sqrt[3]{1.189207}$，得1.059463…，为八度的十二分之一，即半音的$\sharp c$，亦即任何律的高一律〔参见§107-例45〕。

朱载堉所称的"倍律"，是比正律低八度。所列的数字，表示振动体(弦)长度。这些数字，在朱载堉的原书上，一直写到二十五位；这里只写到七位。把上列的数字与例45"频率倍数"一行相对照，则两者数字完全相同，只是前后次序恰巧颠倒。这是因为上列的数字表示振动体长度的倍数，而振动体长度与频率适成反比的缘故。

§165. 朱载堉在发明十二平均律的同时，发现以管定律与以弦定律的不同，提出"异径管律"论，以期起到管口校正的作用。"异径管律"论就是，各律以半音进入较高次一律时，管不仅要缩短长度，同时要缩小围径。朱载堉在所著《律吕精义》一书中，在规定各律管长度的同时，规定律管内径(直径)的大小：

> 置黄钟正律通长一尺为实，以十亿乘之，以十亿零五千九百四十六万三千零九十四除之，得九寸四分三厘八毫七丝四忽三微一纤，为大吕(按大吕的长度)。
>
> 置黄钟正律内径三分五厘三毫五丝五忽三微三纤为实，以十亿乘之，以十亿零二千九百三十万零二千二百三十六除之，得三分四厘三毫四丝八忽八微四纤，为大吕(按大吕的内径)。
>
> 置大吕正律通长九寸四分三厘八毫七丝四忽三微一纤为实，以十亿乘之，以十亿零五千九百四十六万三千零九十四除之，得八寸九分零八毫九丝八忽七微一纤，为太簇(按太簇的

长度)。

置大吕正律内径三分四厘三毫四丝八忽八微四纤为实，以十亿乘之，以十亿零二千九百三十万零二千二百三十六除之，得三分三厘三毫七丝零九微九纤，为太簇(按太簇的内径)。……

上面引文就是说，各律管以十二平均律半音由低向高迭进时，须把律管的长度依次除以1.059463094($=\sqrt[12]{2}$，即引文中“以十亿零五千九百四十六万三千零九十四除之”〔参见§164，第二段引文的释文〕)，使其缩短，同时把律管的内径依次除以1.029302236($=\sqrt[24]{2}$，即引文中“以十亿零二千九百三十万零二千二百三十六除之”)，使其缩小。

§166. 比利时马容〔§12〕于1890年发表报告说，他曾依照朱载堉提出的关于律管长度和内径的数据，就黄钟的倍律（低八度)、正律和半律(高八度)三律加以实验，认为三律在八度关系上都符合♭*e*音，而且完全准确。

1991年，刘勇又作了一次实验。他取朱载堉拟定的夏尺之长合25.48厘米，制成铜质和钢质的律管(开管)十七支，其中包括正律黄钟、姑洗、南吕、应钟四支，半律黄钟至倍半律黄钟十三支。此十七支律管的长度、内径、外径和豁口等均按朱载堉提出的数据。律管制成后作了测音，得出结论:“按照朱氏原意及数据制作顶端带豁口的开管律管并进行测音，可证明朱氏的管律是不折不扣的十二平均律”。①

须加注意的是，朱载堉发明的十二平均律虽未被施行，但是在民间，长期以来，琵琶、阮、月琴等拨弦乐器，都是用“相”和“品”(古代称“柱”)来调节振动弦长而产生不同的音高，每一个相或品，都

① 见刘勇《朱载堉异径管律的测音研究》，载《中国音乐学》，1992年，第四期。

要兼管几条弦上的音；这些相或品的形状都不是曲的而是直的，故在异弦的两个同位相或品之间，不可能产生互相不同的大小全音或大小半音。虽然古代习惯用三分损益律或纯律，而在这类拨弦乐器上对微小音程差异，只能互相迁就，结果就产生平均律，当品位增多时，就形成十二平均律。① 所以这类乐器从其定音的方式（即在不同高度的弦上应用固定距离的品位）以及从移调方面看来，在实际上早已接触到十二平均律问题〔参见第七章，§ 206〕。

从明代朱载堉发明十二平均律之后，一直到清代（公元1644～1911 年），其间主要有人在整理古代中国律学方面作出了贡献。康熙在位时期（1662～1722）曾铸造天坛编钟16口（照半音编排），但音高混乱〔详见 § 168-例77〕。

第四时期——律学研究的新时期

§ 167. 中国律学史的第四时期，自 1911 年至今，为律学研究的新时期。

清代封建王朝被推翻后，中国闭关自守的政治格局被打破，在新文化运动的影响下，西方大量的新思想传入中国。在律学领域，除了西方的十二平均律随着键盘乐器的传入而得到广泛应用之外，国外研究律学的科学方法和律学研究成果，亦被引进吸收，从而开创了中国律学研究的新局面。刘复、王光祈、杨荫浏等，在这方面都卓有成就。

§ 168. 刘复（1891～1936）原名寿彭，字半农，江苏江阴人。

---

① 见杨荫浏《三律考》，载《音乐研究》，1982 年，第一期；辑入《杨荫浏音乐论文选集》，1986 年，上海文艺出版社。

1920年留学法国，获文学博士，后以诗人、杂文家著称。在法国求学时，应其胞弟刘天华(1895～1934)有关管弦乐器律学计算之询问，潜心研究音乐声学，后在《刘复教授致其弟天华先生书》、①《琵琶及他种弦乐器之“等律”定品法》、②《音律尺算法》③等论文中，论述了管弦乐器的的发音原理和音律的计算方法，并列出西方所用音高计量单位的频率和我国传统律学以发音体长度计量的对应关系，从而成为将西方音乐声学知识与中国音乐实践相结合的先行者。在《从五音六律说到三百六十律》(1927年演讲稿)、④《十二等律的发明者朱载堉》、⑤《吕氏春秋古乐篇昔黄节解》⑥等论文中，他最早用现代算术公式表达了朱载堉的“新法密率”($\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}=1.4142$)。又从现代科学的角度对中国古代律学遗产进行客观的评述，在论述中不仅介绍了西方重要的律学理论，而且还最早引进了英国埃利斯〔§270〕所倡用的音分计算法。1930年夏，刘复发起并主持了对北京故宫和天坛所藏清宫古乐器的测音工作，历时约一年有余。所用的测音工具，除了以第二国际高度〔§21〕$a^1=435$为标准音的音叉之外，又在中国古代律准的基础上加以改制三具“审音小准”，每准置二弦，张在一米左右的长条木盒状音箱上，音箱面板上有尺寸刻度；二弦均按音叉定音，一弦作标准音，另一弦上设游标，以便左右移动时测出乐器所发之音的高度。每测一音，

① 载《北大月刊》，1924年，第三号。

② 载《国学周刊》，1926年，第十六期。

③ 载国乐改进社《音乐杂志》，1928年，第一卷，第一、二号。

④ 载《辅仁学志》，1930年，第一期。

⑤ 载国立中央研究院历史语言研究所集刊外编《蔡元培先生六十五岁庆祝论文集》，1932年。

⑥ 载《文学》，1934年，第二卷，第一号。

由三人同时用三具准记录准面上的刻度数据。测音工作结束后，写成《天坛所藏编钟编磬音律之鉴定》一文。①文中将三准所测的全部刻度数据，取其平均值换算成频率和音分值。现将其中所测一套16口天坛编钟的频率和音分值摘录如下例；可以看出，该编钟音律的混乱情况。

例 77

律名	倍夷则	倍南吕	倍无射	倍应钟	黄钟	太簇	大吕	夹钟
频率	543.3	552.5	591.2	626.5	695.3	674.6	707.6	834.9
音高	$\#c^{2-}$	$\#c^{2-}$	d^{2+}	d^{2}	e^{2}	e^{2+}	f^{2+}	g^{2}
音分值	-335	-306	-189	-88	0	40	122	262

律名	姑洗	仲吕	蕤宾	林钟	夷则	南吕	无射	应钟
频率	834.9	853.1	897.3	945.7	992.6	1053.4	1121.0	1163.5
音高	$\#g^{2+}$	$\#g^{2+}$	a^{2+}	$\#a^{2+}$	b^{2+}	c^{3+}	$\#c^{3+}$	d^{3-}
音分值	409	446	534	625	709	811	919	983

§ 169. 王光祈(1892～1936)字润玙，一字若愚，四川温江人，音乐学家。1920年留学德国，1934年获波恩大学博士学位。生前著有包括《东西乐制之研究》、②《音学》、③《东方民族之音乐》④等乐律专著在内的多种介绍和研究西方音乐、东方音乐和中国古代音乐的音乐论著，并有《中国乐制发微》、⑤《中西音乐之异同》、⑥《中国音律之进化》⑦等乐律论文。

---

① 载北京大学《国学季刊》，1932年，三卷，二号。

② 1926年，中华书局；辑入《王光祈文集·音乐卷》，1992年，巴蜀书社。

③ 1929年，启智书局；同②(节选)。

④ 1929年，中华书局；同②。

⑤ 载《中华教育界》，1928年，第十七卷，第一号。

⑥ 载《留德学志》1930年，第一期

⑦ 载《新中华杂志》，1933年，第一卷，第二十一期。

《音学》是中国第一部引进西方音乐声学并由国人撰写的专著。全书从物理、生理、心理三个方面探讨音响的发生、现象、性质、客观效应以及有关联系等问题，对国人采用现代方法研究律学有着重要的启迪作用。《东西乐制之研究》和《东方民族之音乐》都是中国最早运用"比较音乐学"的方法来研究世界乐律的著作。前者采用了日本田边尚雄所创用的平均音程值〔§51〕计算方法，对中国、欧亚非三洲接壤诸国、希腊、欧洲中古时代和欧洲近代的不同乐制进行比较研究。书中据古籍对中国古代律学进行系统的梳理，采用现代方法解释中国古代的定律法和音律计算法，——计算京房六十律〔见§140〕、钱乐之三百六十律〔见§142〕、蔡元定十八律〔见§147〕和朱载堉十二平均律〔见§164〕等律制。在论述中国古代的定律器时，认为中国古代以管定音，但并非以管长而以弦长计算音律。这种对中国律学史的梳理，在其后所著的《中国音乐史》①一书中更有所充实：在专设的"律之起源"、"律之进化"两章中，又补充了何承天十二平均律〔见§143〕、梁武帝四通十二笛〔见§149〕、刘焯十二等差律〔见§145〕、王朴律〔见§146〕等律制，并对清代律吕、十二平均律与十二不平均律之利弊作了客观的评论；对中国黄钟的长度和律管的计算方法，依国外的研究成果作了较为详细的介绍。《东方民族之音乐》一书沿用霍恩博斯特尔〔§116〕之说，将世界音乐分为中国、希腊、波斯-阿拉伯三大体系，并按此说分别介绍中国和波斯-阿拉伯民族的乐制，开创了中国律学研究面向世界的先例。

§170. 杨荫浏(1899～1984)，江苏无锡人，音乐学家。他对中国音乐史、中国乐律学和中国民族音乐研究等方面，均有突出的贡献。他的律学研究成果，主要体现在《平均律算解》②(1937)、

---

① 1934年，中华书局；辑入《王光祈文集·音乐卷》，1992年。巴蜀书社。

② 见《杨荫浏音乐论文选集》，1986年，上海文艺出版社。

《谈笛音》[1](1947)、《七弦琴徽分之位置与其音程比值》[2](1948)、《再谈笛律答阜西》[3](1948)、《谈琵琶的音律》、[4]《信阳出土春秋编钟的音律》[5](1959)、《关于春秋编钟的音律问题》、[6]《管律辨讹》[7](1979)、《三律考》[8](1982)等律学论文和《弦乐定音计述略》、[9]《中国音乐史纲》、[10]《中国古代音乐史稿》[11]等著作中。

杨荫浏对中国古代律学的梳理，在范围上甚为宽广。他发现晋代荀勗笛律的管口校正〔§148〕，并以实验的手段制笛验证；又把琴律纳入中国古代律学范围；对中国历代见之于文献记载的各种黄钟管长度，经推算出其音高后，用现代的频率和音名，列表作了比较，等等。他还通过自己多年采用物理实验的手段，验证古代的律学理论；在晚年所写的《管律辨讹》和《三律考》两篇律学论文中，前文指出中国古代的三分损益律是在拨弦乐器的实践中产生，管乐器虽有其固定音高而可以用于定音，但管律不是本于实践。文献上出现混淆弦律与管律的情形，是以讹传讹的结果。历史上已有荀勗笛律〔§148〕和梁武帝四通十二笛〔§149〕的实践对三分损益管律之否定；后文则对三分损益律、纯律和十二平均律这三种律制作了专门的考证，指出三种律制在中国历史上都较早出现，而且有同时并用的情形。

杨荫浏的律学研究，并不限于用现代的科学方法梳理中国古代的律学遗产，他还自己制作了多种律器，绘制多种律表，以探求律学研究服从于音乐实践的需要，从而对当今的笛、琵琶、七弦琴

---

①、② ③、⑤、⑦、⑧ 均见《杨荫浏音乐论文选集》，1986年，上海文艺出版社。

④ 载《民族民间音乐论文集》，第三集，1958，音乐出版社。

⑥ 载《音乐研究》，1960年，第一期。

⑨ 1942年，(重庆)教育部音乐教育委员会。

⑩ 1952年，上海万叶书店。

⑪ 1981年，人民音乐出版社。

§170

等乐器的律制问题，提出许多有益的见解。

§ 171. 从60年代起，中国的律学研究又有新的进展，主要在理论方面有新的成果问世。

吴南薰于1961年完成《律学会通》①。该书共分四卷：第一卷介绍律学的基本常识；第二卷专论中国有史以来乐律的变迁和发展；第三卷探讨中国历代黄钟的高度及其与历代尺度的关系；第四卷考察中外乐律的异同及相互影响。著者发现三分损益十二律(书中称“简律”)中的黄钟律和仲吕律所构成的增三度音程(*522* 音分)〔见 § 73-例27(12)〕接近纯律宽四度音程(*520*音分)〔见 § 102-例43(17)〕，转位后的减六度(*678* 音分(〔见 § 73-例 27(15)〕接近纯律的狭五度(*680* 音分)〔见 § 102-例 43(22)〕，都仅相差不易察觉的 *2* 音分。所以，如果取夹钟为首，可以变三分损益十二律为纯律十二律，如下例：

例 78

十二律名	夹钟	无射	仲吕	黄钟	林钟	太簇	南吕	姑洗	应钟	蕤宾	大吕	夷则
简律音名	#*d*	#*a*	#*e*	*c*	*g*	*d*	*a*	*e*	*b*	#*f*	#*c*	#*g*
纯律音名	c	*g*	*d*	$\underline{a}$	$\underline{e}$	$\underline{b}$	#$\underline{f}$(≈*g*)	♭*d*	♭*a*	♭*e*	♭*b*	*f*

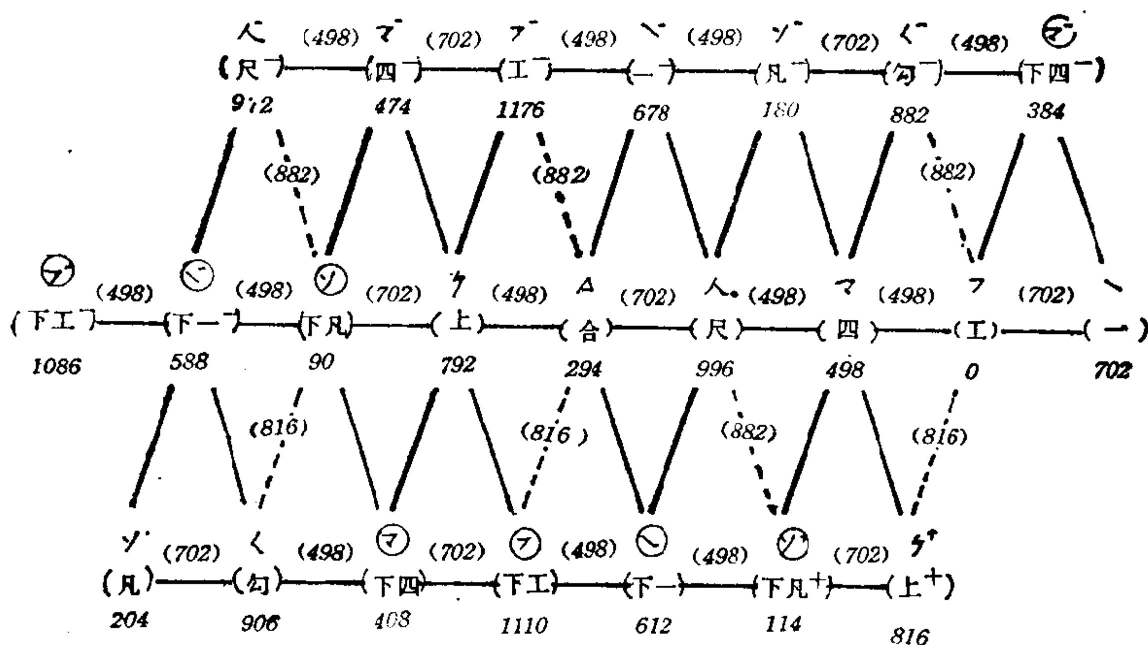
吴南薰由此推论，在京房六十律〔§ 140〕中前五十三律，既是三分损益律，又可作纯律；从而得出这样的结论：中国古代“六律十二管的相旋法”既可用于三分损益律，亦可用于纯律；在公元前之三分损益律和纯律，“不得不认定是同生同长，或共存共荣”；并认为京房六十律似有促使唐代在燕乐采用纯律的趋势。

此后，潘怀素在京房六十律的基础上提出“二十三不等分纯正

① 作为遗作于1964年由科学出版社出版。

律”①。这种律制以京房六十律〔§141-例60〕中的第四十九律“质末”(93.84音分)的高八度和第五十七律“白吕”(909.48音分)所构成的大三度音程(其音分值为1293.84－909.48＝384.36音分)作为生律依据之一,即将纯律大三度(386音分)降低听觉不易察觉的2音分,成为384音分;又将纯律小三度(316音分)升高2音分,成为318音分;再加入纯四度(498音分)和纯五度(702音分)一起作为生律依据,构成二十三不平均纯律。仿纯律音系网〔§92-例35〕作图表如下例:

例 79



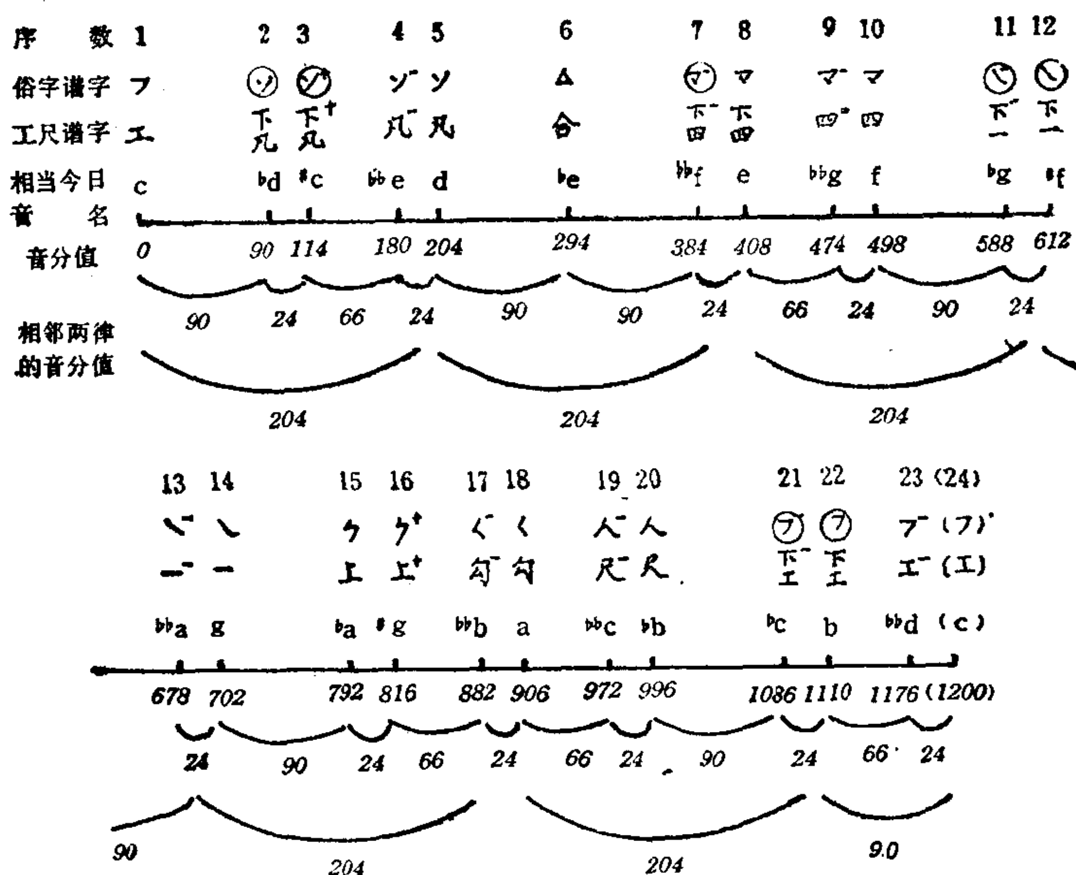
例中律名用俗字谱,谱字右上方加“－”,表示对该谱字减24音分;加“＋”表示加24音分。本书著者对原图表略予加工。例如,俗字谱字加注工尺谱字(在下面例80可以知道相当今日音名);横向两律之间为纯四度或纯五度,注明音分值;斜向两律之间分别为大三度和小三度,分别标以粗斜线和细斜线;少数不符合大小三度

① 见曲澄《潘怀素的乐律研究简介》,载《音乐论丛》,第三辑,1980年,人民音乐出版社;曲澄等《潘怀素先生研究中国民族乐律所留下的一些资料整理稿》,载《社会科学战线》,1983年,第三期。详见缪天瑞《怀念潘怀素先生》,载《中国音乐学》,1995年,第二期。

者，则标以虚线，并注明音分值。原图表从 4 音分开始，本书照惯例改为从“0”（零）开始，同时把原图表中全部音分值都减少 4 音分，这无损于原律制结构，而便于读者与其它律制作比较。又改正原图表一处（第三行左起第二个音分值）的笔误。

我们若将上表中各律按音高从低向高顺次排列起来，可以构成三分损益律古音阶宫调式〔见 § 154 -例70，参见 § 240-例 128〕，如下例：

例 80



这种二十三律在一定范围内可以转调，构成和弦时比十二平均律较为协和，但不能构成十二个调的同律结构的音阶与和弦。

丘琼荪的《历代乐志律志校释》① 一书对研究中国古代律学有

① 1964 年，中华书局。

很大的帮助。但由于1966年开始“文化大革命”，使中国科学文化事业遭受到极度的破坏，律学研究亦不例外，《历代乐志律志校释》只出版第一分册即告终。此后十多年的时间内，再无任何律学的研究成果公开发表。

§172. 十年动乱结束，自70年代末期起，中国的律学研究工作得到复兴；到80年代，出现十分喜人的局面。研究的队伍不断扩大，课题更为广泛，实验手段也更现代化。回顾这十多年以来的律学研究，大体上可以概括为以下四个方面：(1)古代律制的研究；(2) 现代音乐律制的研究；(3)实验手段的改良；(4)数理逻辑和心理方面的探讨。四者相互间常有联系。

(1) 在古代律制的研究方面，过去中外律学界人士大都认为，中国是三分损益律占统治地位的国度。继《中国音乐史纲》(1952年)、《律学会通》(1964年)和《律学》(即本书，1950年初版，1965年修订，1983年增订)提出中国古代存在纯律之后，在近十多年来的律学研究中对此又有新的补充。

1978年5月至6月，在湖北省随县发掘出土的战国早期的曾侯乙编钟，据黄翔鹏、王湘等测音结果，认为纯律音程已在当时得到应用〔见§134、§135〕；黄翔鹏还提出纯律的“钟律音系网”〔见§136〕，用于解释古代音阶形态研究中的一些问题。由于曾侯乙编钟的出土，黄翔鹏据1977年实地测音考察作西周钟存在“一钟两音”的推论①亦得到证实。陈应时据现存的古代琴谱和琴学文献，论证了中国古代不仅在琴曲中采用纯律，而且还存在纯律理论。② 李武华则通过对现存民间音乐的测音调查，肯定纯律音程

① 见黄翔鹏《新石器和青铜时代已知音响资料与我国音阶发展史问题》载《音乐论丛》，第一、三辑，1978、1980年，人民音乐出版社。 辑入黄翔鹏《溯流探源》，1993年，人民音乐出版社。

② 见陈应时《论证中国古代的纯律理论》，载《中央音乐学院学报》，1983年，第一期。

至今尚在陕西民间应用。① 童忠良和郑荣达结合曾侯乙编钟音律的研究，肯定纯律存在于湖北民歌中。②

此外，对于我国古代多种律制的研究，如京房六十律〔§ 140〕、荀勗笛律〔§ 148〕、何承天律〔§ 143〕、刘焯律〔§ 145〕、王朴律〔§ 146〕等，出现了不同于前人的评论；尤其是对于朱载堉〔§ 164〕的研究，1984 年和 1986 年分别在北京和郑州召开两次全国性的学术讨论会，涌现出大批研究成果，其中包括冯文慈点注的《律学新说》、③ 戴念祖著的《朱载堉——明代的科学和艺术巨星》④ 二书和其它众多的学术论文。

（2）在现代音乐的律制研究方面，近十多年来亦有所进展，尤其对各民族、各地区民间音乐的律制，成为人们重视的研究课题。70 年代末期、80 年代初期，姜夔、王湘等曾对陕西、东北、湖南、广东等地的民间音乐进行测音。随后，李武华、韩宝强、陈威、郑诗敏、周菁葆等亦分别对陕西、广东、新疆地区的民间音乐作测音调查。1985 年，中国艺术研究院音乐研究所与新疆艺术研究所合作，在新疆进行的《十二木卡姆》测音工作，则是一次较大规模的测音调查，并就此次测音调查，举行学术讨论会。⑤

对中国各民族、各地区民间音乐律制的探讨，是很有现实意义的一项工作，因为这涉及中国民族、民间音乐表演和乐器制作在音律上的规范化问题。在 80 年代，曾展开一场广东潮州音乐律制

---

① 李武华《关于陕西民间燕乐音阶的音高测定及其它》，载《中央音乐学院学报》，1983 年，第三期。

② 见童忠良、郑荣达《荆州民歌的三度重迭与纯律因素——兼论湖北民间音乐与曾侯乙编钟和乐律的比较》，载《黄钟》，1988 年，第三期。

③ 1986 年，人民音乐出版社。

④ 1986 年，人民出版社。

⑤ 《新疆维吾尔族音乐律制与调式问题讨论会测音工作报告》，载《新疆艺术》，1986年，第五期。

问题的讨论;这场讨论历时很长,虽然多数人否定了潮州音乐为七平均律[见 § 281]的观点,但潮州音乐究属何种律制,尚未得出比较一致的看法[见 § 247]。对秦腔苦音的律制问题,由于测音者所用的测音仪器和测音方法有所不同,以致测音结果所获的数据也不完全相同,并在律制判断上也不能得出完全一致的结论[见 § 245]。今后,随着研究工作的深入,测音仪器和测音方法不断的完善,通过反复实践验证,对于各民族、各地区民间音乐的律制问题,自会取得较为一致的意见。

此外,对于中国当前合唱、合奏、乐器制作、和声理论以及视唱练耳教学中的律制问题,也开始引起人们的重视,这将有助于全面提高律学研究的水平。

(3)伴随上述问题的研究,律学实验手段的改良,已逐渐为大家所关注。在近十多年来的律学研究过程中,不仅利用出土的古代乐器对古代律学的理论验证,而且在古代律器并无留存的情况下,有人复制了荀勗笛的笛律[§ 148]、异径律管[§ 165]等,以验证古代律学家的研究成果。这标志着当前的律学研究已不局限于单纯从文献角度去追溯古代律学的发展状况。

在当前的律学研究中,不仅已有人运用现代化的测音技术对各地区民间音乐进行测音,而且 1988 年 4 月,在中国艺术研究院音乐研究所设立了专用于音乐音响研究的音乐声学实验室。在现代化科学仪器的辅助下,中国现代的律学研究将走上新的历程。

(4)近十多年来的律研究中,还有人从数理逻辑和心理学角度进行探讨。例如,赵宋光引用量子力学理论中的"跃迁"概念来解释四分之三音[§ 225、§ 245]的产生机理,并探究这种音级在和声功能体系中的地位,要求功能和声理论接纳这种现象。① 赵宋光

① 见赵宋光《关于 $\frac{3}{4}$ 音的律学假设》和《对于半升半降音功能依旧的探究》,分别载《中央音乐学院学报》,1983 年,第二期;1987 年,第二期。

还提出“振动周期”、“相对波长”等概念。所谓“振动周期”，即发音体每振动一次所占的时间；每振动一次音波所占的时间长度即“波长”，用“相对波长”所示乐音的相对高度，与传统的律数或律度的比值在形式上可以保持一致。赵宋光的这一理论使传统律学表达方式具有现代的物理学意义。[1] 又如，黄翔鹏根据他的钟律研究，提出“钟律音系网”〔§ 136〕、“复合律制”等新的律学名称，并论述了如何运用严密的数理方法来分辨中国民间音乐中灵活多变的音律结构。[2] 再如，韩宝强采用心理物理学的方法，对 145 位音乐家进行音准感的测验，得出结果：多数音乐家的音高辨别阈为 *6* 至 *8* 音分，音乐家比常人对中、低音区的音高具有较强的辨别力；多数音乐家对音准具有 -10 至 $+10$ 音分的宽容度，对和声音准具有 -38 至 $+14$ 音分的宽容度；在各音乐专业中，指挥家对音准的宽容度较严。并认为中国民间音乐中存在的微音〔§ 212〕现象与民间艺人的音准宽容度有一定的关系，等。[3]

80 年代，继两次全国性的律学会议之后，1986 年成立了全国性的“中国律学学会”，这是我国有史以来第一个律学研究的组织。学会的宗旨：“发扬音律数理科学的穷理务实精神，开辟新路。继承与发展我国的律学传统，加强音律科学的理论研究和实验探索，推动国内外的律学学术交流。”在此期间，部分音乐学院和中国艺术研究院音乐研究所开始招收律学专业的硕士、博士研究生。在这种形势下，中国当代的律学研究将更加蓬勃发展。

---

① 见赵宋光《律学研究中的微言大义》，载《音乐艺术》，1987 年，第四期。

② 见黄翔鹏《中国传统音调的数理逻辑关系问题》，载《中国音乐学》，1986 年，第三期。

③ 见韩宝强《音乐家的音准感——与律学有关的听觉心理研究》，载《中国音乐学》，1992 年，第三期。

第七章　欧洲律学简史

欧洲律学史的分期

§ 173. 欧洲律学史可以分为三个时期。第一个时期是毕达哥拉斯律时期，约自公元前6世纪至公元14世纪。第二时期是纯律时期，约自15世纪至17世纪。第三时期是十二平均律时期，自18世纪至20世纪。

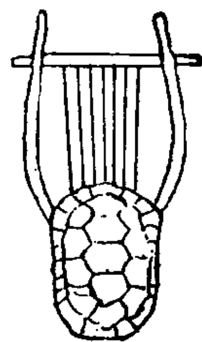
欧洲音乐曾经历“单声音乐”(monophony)、“复调音乐”(polyphony) 和“主调音乐”(homophony)三种体裁的时期。复调音乐一般以对位法作为技术，常并存着数个曲调。主调音乐以和声学作为技术，只有一个主要曲调，其它声部用作伴奏。复调音乐和主调音乐都属于“多声部音乐”。凡多声部音乐，其各声部之间必存在和谐问题。三种律制(毕达哥拉斯律、纯律和十二平均律)的变迁与三种音乐体裁(单声音乐、复调音乐和主调音乐)的变迁有一定的联系。

有一点必须注意，律制的变迁并不是一种新的律制完全代替了旧的律制，而只是新的律制在一个时期占着优势(或只在某方面占着优势)，旧的律制依然存在，因此几种律制同时使用，是正常的现象。

第一时期——毕达哥拉斯律时期

§ 174. 欧洲律学史的第一时期，即公元前 6 世纪至公元 14世纪，是主要应用毕达哥拉斯律的时期。这是一段经历了 2000 多年的漫长历史时期。

在古代欧洲文化中占重要地位的是古代希腊文化。古代希腊文化有持续近3000年的悠久传统；公元前 2000 年(或更早)至公元前 1000 年初，地中海东部的爱琴海一带曾有过奴隶制社会的繁盛文化。音乐在古代希腊文化中占有重要地位。在古代希腊诗人荷马（Homer，公元前 8 世纪）的诗中，曾提到吟遊歌人用拨弦乐器“里拉琴”(lyre) 伴奏，诵唱战争和冒险的故事；牧人吹奏“排箫”(syrinx)，孩子们用里拉琴和双管乐器“阿夫洛斯管”(aulos)等伴奏舞蹈。在公元前 5 世纪时，音乐与诗歌及舞蹈在悲剧中完美地合为一体。在古代希腊三大悲剧作家兼作曲家埃斯库罗斯 (Aeschylus,公元前525～前456)、索福克勒斯(Sophocles,公元前496～前406)和欧里庇得斯(Euripides,公元前 485～前406) 所作的悲剧中，有独唱和合唱，用乐器作为伴奏。这种悲剧对音乐的发展具有一定的意义。在这个时期前后，科学技术方面也很有成就。许多哲学家同时是卓越的科学家。在物理学和数学等方面的成就，对律学产生积极的作用。



里拉琴

§ 175. 古代希腊人对律学有很大的贡献。早在公元前 6 世纪，就有哲学家兼数学家毕达哥拉斯(Pythagoras,公元前 582～前500)与他的门徒对律学进行研究；后世称为“毕达哥拉斯学派”。因

此流传下来的毕达哥拉斯学说常是一个流派的主张，而非一人之言，与中国古代有些相似〔见§132〕。毕达哥拉斯认为“数”是世界万物的本质。他说：“数是万物的本质，宇宙的组织在其规定中通常是数及其关系的和谐的体系”。毕达哥拉斯曾用弦测音器〔§25〕作为实验工具(他先用一条弦，故亦称“一弦器”，后来增加弦数)，用数学研究当时音阶的定律法，提出五度相生律〔见第三章〕；后世称为“毕达哥拉斯律制”(Pythagorean intonation)。毕达哥拉斯学派认为，用五度相生律可以得到音乐中所有的音。这种律制不仅对当时的希腊音乐有影响，而且对以后的欧洲音乐也有极其深远的意义。阿拉伯乐制也受其影响〔§222、§231〕。

§176. 古代希腊音乐是单声音乐。在古代希腊音乐，“四音列”(tetrachord)具有极其重要的作用。四音列即在构成纯四度音程之间加入其它两音而成。在理论上，四音列是调式构成的基础；例如把两个四音列连接起来，就成为七声调式〔详见后文§177〕。在演奏上，四音列是里拉琴〔§174〕定音的根据。例如，在以四条弦为标准的里拉琴上，把第一弦和第四弦定为纯四度，然后把中间两弦定为各种高度，可以构成多种多样的四音列〔详见后文§178〕。在古代希腊，对四音列和调式原均从高音向低音排列，为便于今日的读者，现在改用从低音向高音排列。举一例如下，各音用毕达哥拉斯律制定律。在这种四音列中只有一个五度律小半音和两个大全音。

例 81

音名	*e*	*f*	*g*	*a*
距主音的音程		五度律小半音	五度律小三度	纯四度
距主音的音分值	*0*	*90*	*294*	*498*

相邻两音间的音程	五度律小半音	大全音	大全音
相邻两音间的音分值	*90*	*204*	*204*

亦可把五度律小半音移至两个大全音之后，构成另一种四音列。

§ 177. 把各种四音列用不同方式连接起来，加入其它方法，可以构成七种七声调式，完成了古代希腊音乐的七声体系。七种调式的名称依次为“混合利第亚”(mixolydian)、“利第亚”(lydian)、“弗里吉亚”(phrygian)、“多里亚”(dorian)、“下利第亚”(hypolydian)、“下弗里吉亚”(hypophrygian)、“下多里亚”(hypodorian)。下例明示各种调式的音程结构。记有∧者为半音(五度律小半音)，其余均为全音(大全音)〔参见例83〕。

例 82

(1) 混合利第亚调式	*b* ∧ *c d e* ∧ *f g a b*
(2) 利第亚调式	*c d e* ∧ *f g a b* ∧ *c*
(3) 弗里吉亚调式	*d e* ∧ *f g a b* ∧ *c d*
(4) 多里亚调式	*e* ∧ *f g a b* ∧ *c d e*
(5) 下利第亚调式	*f g a b* ∧ *c d e* ∧ *f*
(6) 下弗里吉亚调式	*g a b* ∧ *c d e* ∧ *f g*
(7) 下多里亚调式	*a b* ∧ *c d e* ∧ *f g a*

上例中(2)、(3)、(4)三种调式，是主要的调式；都由两个相同的音程结构(半音位置相同)的四音列用“连接”方式构成。例如(4)调式由 *e f g a* 的四音列〔见§176-例81〕与 *b c d e* 的四音列连接而成，两个四音列的半音位置均在第一音与第二音之间。这种把两个相同的四音列连接成为七声调式，在现代欧洲音乐理论中尚广泛应用。例如把 *c d e f* 与 *g a b c* 两个四音列连接起来，就成现代的大音阶。

上例中(1)调式由两个相同的音程结构的四音列用“叠接”方

式构成，即第一个四音列(b、c、d、e)的末音(e)兼作为第二个四音列(e、f、g、a) 的首音。这个调式从所构成的四音列的音程结构来看，与(4)调式的四音列相同，仅连接方式不同。

(5)下利第亚调式由(2)利第亚调式首音的下方五度音（即上方四度音 f 音)作为首音而构成。同理，(6)和(7)调式分别由(3)和(4)构成。

下例明示(2) 利第亚调式用毕达哥拉斯律的各种音程构成。

例 83

音级	1	2	3	4	5	6	7	8
音名	e	f	g	a	b	c	d	e
距主音的音程		五度律小半音	五度律小三度	纯四度	纯五度	五度律小六度	五度律小七度	八度
距主音的音分值	0	90	294	498	702	792	996	1200

相邻两音间的音程	五度律小半音	大全音	大全音	大全音	五度律小音	大全音	大全音
相邻两音间的音分值	90	204	204	204	90	204	204

显而易见，这个调式与由五度相生律构成的大音阶〔§61-例 21〕在音程方面完全一样，只有半音(五度律小半音)和全音(大全音)的位置有所不同。

上述由两个四音列用连接或叠接方式结合而成七声音阶的理论，为阿拉伯、印度次大陆南方和土耳其的民族乐制所采用〔分别见§231、§264、§282〕；其变形用于日本民族音阶的一种构成法〔见§257〕。

§178. 毕达哥拉斯以后，在公元前 4 世纪至公元 2 世纪，希腊相继涌现出一批学者从事律学的研究，使律学进入新的繁盛时期。毕达哥拉斯学派根据数学来研究律学，被称为“理论派”，后起的一批人则强调根据听觉来定律，被称为“和声派”。和声派以音乐

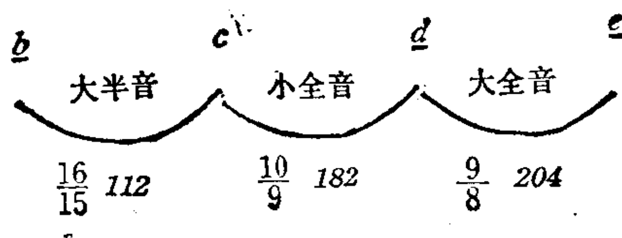
理论家阿里斯托克塞诺斯(Aristoxenus，公元前 375 或前 354～?)为首。此外尚有数学家兼法律家阿希达斯(Arkhytas，公元前400～前365)、数学家兼哲学家艾拉托斯塞奈斯(Eratosthenes，公元前 284～前202)、音乐理论家季季莫斯(Didymus，公元前 63～公元10)和数学家兼天文学家普托莱米(Claudius Ptolemy，公元83～161)。他们对各类四音列提出多种多样的音程结构，涉及三分音〔见§179〕、四分音〔见§179〕、四分之三音〔见§225〕和纯律〔详见下文§179〕。

§179. 希腊四音列有三种类型，即"自然四音列"(diatonic tetrachord)〔见§176-例 81〕、"变化四音列"(chromatic tetrachord)和"四分音四音列"(enharmonic tetrachord)。三种四音列，其首尾两音都成纯四度(*498* 音分)，而在该两音之间作各种音程的变化。

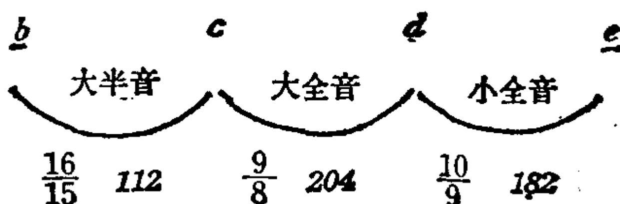
自然四音列由自然音构成。除§176-例 81 外，尚有其它构成法。下例中(1)为季季莫斯所提出；(2)和(3)为普托莱米所提出。这些四音列都已涉及纯律(如小全音、小半音)，(3)相当于倍音列〔§7-例 2〕中九倍音、十倍音、十一倍音和十二倍音；其中虽用"半升音"(Semi-sharp)，即升高"半音之半"(以"ᚬ"为记)，但仍可视为自然音。各例中分数为频率比。

例 84

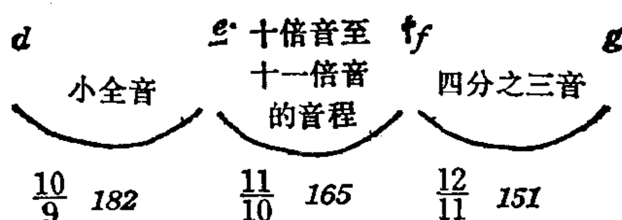
(*1*)



(2)



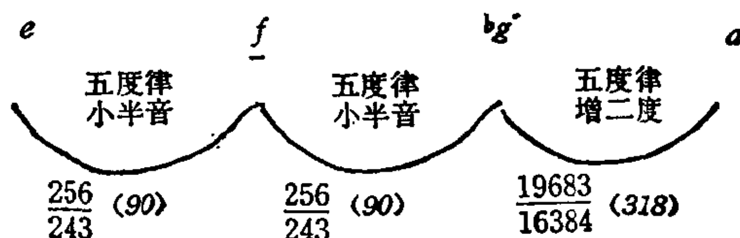
(3)



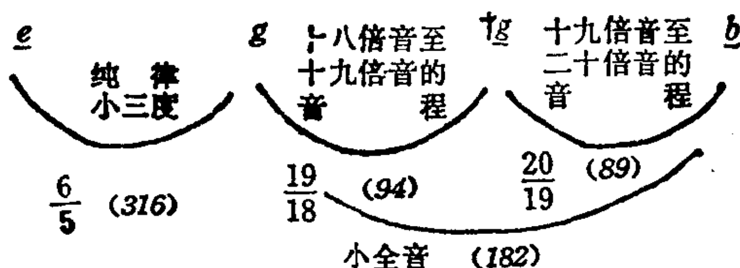
变化四音列由插入变化音而成。这些变化音可以作半音升降，也可以作半升音或“半降音”(semi-flat)(以“d”为记)等。下例中(1)根据毕达哥拉斯律构成。(2) 为艾拉托斯塞奈斯所提出。(3) 为阿希达斯所提出；其中“三分音”(one-third tone)为阿希达斯所首创。(4)为普托莱米所提出(其中♯表示升高半音之外，同时升高半音之半音)。

例 85

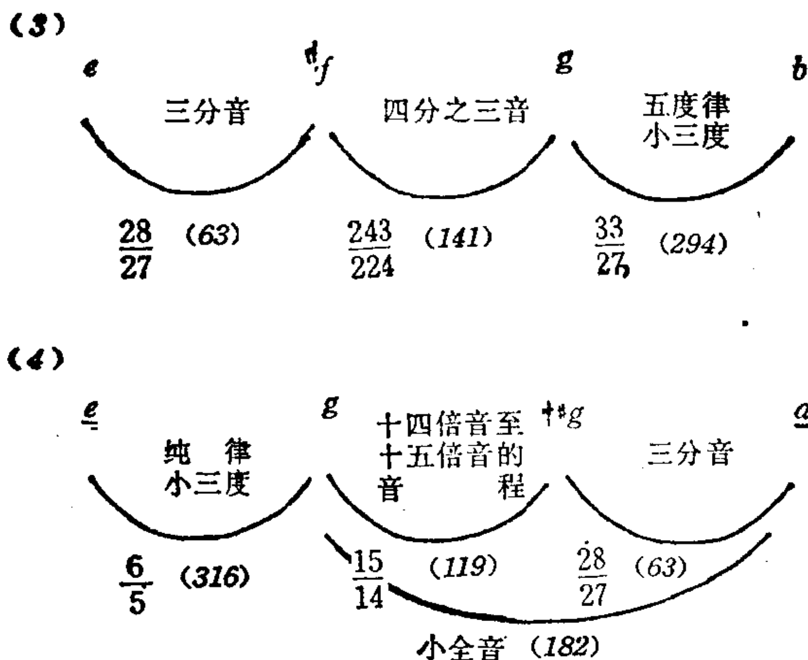
(1)



(2)



§ 179



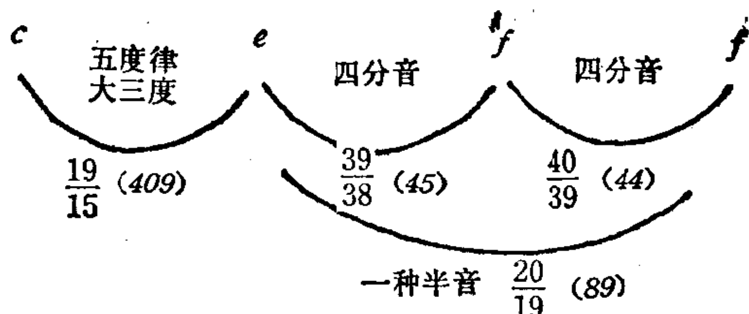
四分音四音列由其中某种半音划分为四分音（半音之半，为*50*音分左右）而成。这种微小的音程，古代希腊人用在唱歌的伴奏上，犹如现代音乐的经过音一样，以为装饰。例86中(1)为艾拉托斯塞奈斯所提出；(2)为季季莫斯所提出；(3)为普托莱米所提出；他把纯律大半音划分为两个一大(*74*音分)一小(*38*音分)的"四分音"(quarter tone)。

此外，季季莫斯曾发现大全音与小全音之差$\frac{81}{80}$，即普通音差〔§77〕，所以后人亦称普通音差为"季季莫斯音差"(didymic comma)。又，阿里斯托克塞诺斯曾把八度分为六个相等的全音音程，又把全音分为两个相等的半音(即四个四分音)。因此现代有人认为阿里斯托克塞诺斯已掌握了十二平均律；但是，对此尚有争议。

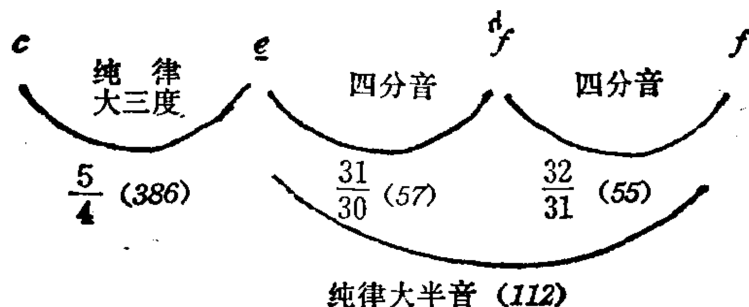
综观以上所述，可知古代希腊音乐家对细微的音具有高度的辨别能力，在音律上能作出极其精密的划分。这些对日后欧洲的律学给予重大的影响〔见§184〕。

例 86

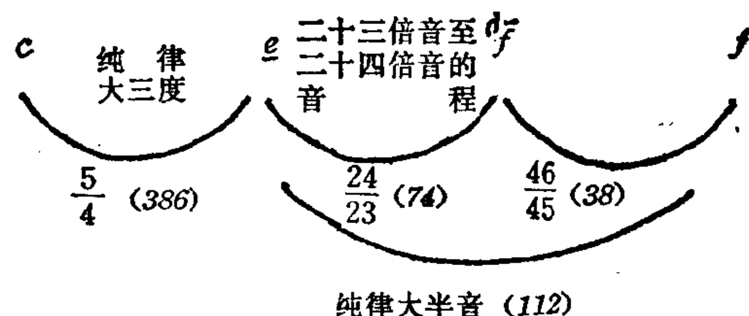
(1)



(2)



(3)



§180. 在欧洲中世纪(500～1450)，教会采用“中世纪调式”(medieval mode)。这种调式原是民间音乐的调式，经教会采用后，成为教会音乐的调式，故亦称“教会调式”。共有七种调式，依次称为“多里亚”(dorian)、“弗里吉亚”(phrigian)、“利第亚”(lydian)、“混合利第亚”(mixolydian)、“爱奥利亚”(aeolian)、“伊奥尼亚”(ionian)、“罗克里”(locrian)。中世纪调式虽然有的袭用古代希腊调式〔§177〕的名称，但是实际并不与希腊调式的名称相符合；例如中世纪调式中的(1)多里亚调式，在古代希腊称为弗里吉亚调式。下例明示中世纪调式的音程结构。记有∧者为半音

（五度律半音），其余均为全音（大全音）。

例 87

(1) 多里亚调式	*d*	*e*	*f*	*g*	*a*	*b*	*c*	*d*
(2) 弗里吉亚调式	*e*	*f*	*g*	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*
(3) 利第亚调式	*f*	*g*	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*
(4)混合利第亚调式	*g*	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*
(5) 爱奥利亚调式	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*a*
(6)伊奥尼亚调式	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*a*	*b*	*c*
(7) 罗克里调式	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*a*	*b*

各种调式中，通用前六种。最后一种(7)，因首音(*b*)与五级音(*f*)之间为减五度，当时认为不合实用。

以多里亚调式为例，用毕达哥拉斯律的各种音程构成，如下例：

例 88

序数	1	2	3	4	5	6	7	8
音名	*d*	*e*	*f*	*g*	*a*	*b*	*c*	*d*
距主音的音程		大全音	五度律小三度	纯四度	纯五度	五度律大六度	五度律小七度	八度
距主音的音分值	0	204	294	498	702	906	996	1200

相邻两音间的音程	大全音	五度律小半音	大全音	大全音	大全音	五度律小半音	大全音
相邻两音间的音分值	204	90	204	204	204	90	204

中世纪调式与古代希腊调式一样，根据毕达哥拉斯律构成时，其构造也具有单纯性，各相邻两音间仅有大全音和五度律小半音

两种音程，只是在各种调式中，全音和半音的位置不同罢了〔参见§177〕。

§181. 在欧洲中世纪，9世纪以前一直采用单声音乐；9世纪以后，复调音乐开始萌芽。初期的复调音乐主要用八度、纯四度和纯五度音程的同时结合，在协和性方面与毕达哥拉斯律没有矛盾，所以，在这段时期在律制方面采用毕达哥拉斯律而无问题。用毕达哥拉斯律调音的键盘乐器不仅可以适应当时的复调作品〔见下例，法国吟游歌手亚当·德·拉·阿莱（Adam de la Halle，约1245～约1288）所作《我将生活多么愚蠢》〕，而且十分合适。偶尔遇到大三度音程的同时结合而需要纯律效果时，则可用毕达哥拉斯律的某种变化音程来替代极相近似的纯律音程。意大利音乐理论家、数学家兼天文学家普罗斯多奇穆斯（Prosdocimus de Beldemandis，？～1428）于1413年、意大利音乐理论家兼作曲家乌戈利诺（Ugolino of orvieto，1380～1457）于1430年相继提出这种"律制通融"说。例如，根据毕达哥拉斯律，在自然音（*c*、*d*、*e*、*f*、*g*、*a*、*b*）之外加入五个升音（#*c*、#*d*、#*f*、#*g*、#*a*）和五个降音（♭*d*、♭*e*、♭*g*、♭*a*、♭*b*），组成变化音键盘，以减四度（如#*a*—*d*、*d*—♭*g*、*a*—♭*d*，均为*384*音分〔见§73-例27(9)〕）来替代纯律大三度（*386*音分）。

例 89



从14世纪起，复调音乐逐渐成熟，三度和六度音程的同时结合得到普遍的应用，这时毕达哥拉斯律才显得不相适应，而促使纯律及其相应律制付诸应用〔详见后文§186、§190、§195、§198〕。所要注意的是，即使在纯律应用时期，毕达哥拉斯律也未曾消声匿

迹。直至今日，距毕达哥拉斯律的提出和应用已有数千年之久，其间律制曾数度变迁，而毕达哥拉斯律的余风遗韵一直留存而不衰〔详见第十章，§288—§292〕。

第二时期——纯律时期

§182. 欧洲律学史的第二时期，约自15世纪至17世纪，大致相当于“文艺复兴”(1430～1650)时期，是纯律时期。

14世纪中期，在意大利的佛罗伦萨等城市，工业方面已处于资本主义生产的萌芽状态。新兴的资产阶级反对封建制度束缚和反对教会统治的斗争，汇成为一场文化思想解放运动，世称“文艺复兴”(renaissance)运动。文艺复兴发源于意大利，不久就传播到欧洲各国。文艺复兴曾起推动、发展文化的重大作用，并给后世以深远的影响。当时欧洲各国的文艺家为了创造新文艺，群起发掘和研究古代希腊的文艺。

§183. 受文艺复兴运动的激发，音乐在内容和体裁以及乐器应用和制造等等方面，都起了新的变化。宗教音乐得到显著的提高，同时反映日常生活的音乐也发达起来。复调音乐进入新的阶段，在16世纪进入繁盛时期；主调音乐开始发生，至17世纪初期而趋成熟。多种多样的中世纪调式〔§180〕渐起变化，至17世纪初期基本上归并为大音阶和小音阶。①

① 中世纪调式归并为大小音阶，其具体情况大体如下。近代和声的主要特征之一是，音阶的七级音作为“导音”须与高八度的主音成半音音程。此外，中世纪时，曲调中避免使用“三全音(tritone)(如*f*—*b*)，出现时须加处理；即须把*f*音升高半音，或把*b*音降低半音。因此，在多里亚调式，*f*音(与*b*音构成三全音)须升高为♯*f*音，*c*音(作为导音)须升高为♯*c*音，这样就成为大音阶(D调大音阶)；如果*f*音不变，而把*b*音降低为♭b音，则成为小音阶(d调小音阶)。在利第亚调式，*b*音降低为♭*b*音，就成为大音阶(F调大音阶)。在混合利第亚调式，*f*音升高为♯*f*音，就成为大音阶(G调大音阶)。爱奥利亚调式相当于自然小音阶(a调小音阶)；如果*g*音升高半音为♯*g*音，就成为和声小音阶。伊奥尼亚调式相当于大音阶。

乐器由只充当声乐(包括歌剧)的伴奏，逐渐获得独立的地位，至17世纪形成了独立的器乐，有独奏、重奏和合奏。独奏乐器以“管风琴”(organ)、“羽管键琴”(harpsichord)、“古钢琴”(clavichord) 和小提琴为主。合奏以拉弦乐器——特别是小提琴为主，掺入各种维奥尔琴 (viol)。另外还有各种拨弦乐器、管乐器和打击乐器等。

由于当时自然科学有很大发展，进步的科学技术使乐器制造有较大的改进；精良的技术操作和精密的音律计算，使纯律能在键盘乐器(以管风琴为主)上以一定的方式实现〔见§190〕。

§184. 14世纪初期，正值复调音乐渐趋成熟，那时就有人注意到纯律的音程，想把它应用在多声部的结合上，以期获得和谐的效果。英国修道士、音乐理论家兼科学家奥丁汤(Walter de Odington, 1248～1316)发掘千余年前希腊和声派诸家所倡导的纯律理论〔§179〕，于1275年至1300年间提出纯律的三度音列，并在理论上认为三度和六度音程结合为协和音程。

德国科隆的音乐理论家弗朗科(Franko von köln, 13世纪时人)把纯律大三度($\frac{5}{4}$)和纯律小三度($\frac{6}{5}$)作为协和音程。

法国作曲家兼理论家维特里 (Philippe de Vitry, 1291～1361)把纯律小六度($\frac{8}{5}$)作为协和音程。

又，法国音乐理论家兼科学家米里斯(Johannes de Muris, 1300～1350)把纯律大六度$\frac{5}{3}$作为协和音程。

综合上面各人所提出的纯律音程，就是纯律大小三度和大小六度。这些纯律音程的提出，可以视为文艺复兴时期研讨纯律的先声。以后不断有人探求古代希腊音乐的律制，使律制在纯律道路上迈步前进。

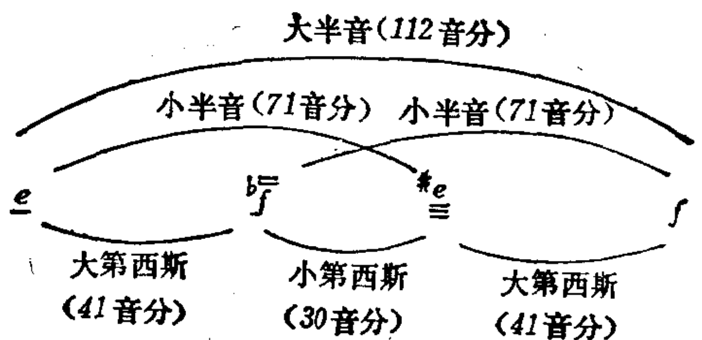
§185. 16世纪时，意大利作曲家兼理论家维琴蒂诺 (Nicola Vicentino, 1511～1572)，仿希腊的四分音〔见§179〕，于*e*—*f*之

间，置以$\sharp\underline{\underline{e}}$和$\flat\overline{\overline{f}}$二音〔见下例〕。他称$\underline{e}$—$\flat\overline{\overline{f}}$和$\sharp\underline{\underline{e}}$—$f$之间的音程为“大‘第西斯’”(diesis)(频率比为$\frac{128}{125}$，计*41*音分)；又称$\flat\overline{\overline{f}}$—$\sharp\underline{\underline{e}}$之间的音程为“小第西斯”（频率比为$\frac{3125}{3072}$，计*30*音分）。算式和图式如下〔参见§97〕：

$$\frac{16}{15}(\text{大半音})\div\frac{25}{24}(\text{小半音})=\frac{128}{125}(\text{大第西斯}),41\text{音分}$$

$$\frac{25}{24}(\text{小半音})\div\frac{128}{125}(\text{大第西斯})=\frac{3125}{3072}(\text{小第西斯}),30\text{音分}$$

例 90



大第西斯(*41*音分)大于小半音(*71*音分)之半，小第西斯(*30*音分)小于小半音之半。

其它音程之间，都插入类似的升降音，在八度内构成一列细密的三十五律〔参见§198〕。维琴蒂诺根据这种密律，于1555年制成一架“特制羽管键琴”(arcicembalo)，装有两层八度键盘；每层又分为三排，其中后二排分别为长黑键和短黑键。

§186. 15世纪西班牙音乐理论家兼作曲家拉莫斯（即拉米斯）(Bartolomeo Ramos〔Ramis〕de Pareia, 1440～1491)除把纯律大小三度作为协和音程之外，还根据季季莫斯的四音列〔见§179-例84〕构成一种纯律七声音阶，如下例：

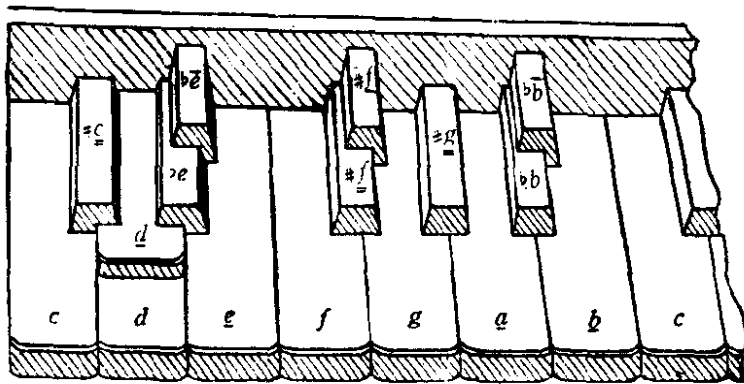
例 91

$$c\quad \underline{d}\quad \underline{e}\quad f\quad g\quad \underline{a}\quad \underline{b}\quad (c)$$

这个音阶与今日的纯律大音阶不同之处，只在 $\underline{d}$ 音。因为这个 d 音降低一个普通音差，就使 c—$\underline{d}$ 之间变为小全音，而 $\underline{d}$—$\underline{e}$ 之间成为大全音了〔参见§75-例 29〕。拉莫斯提出的纯律大音阶，至札利诺〔§187〕而成为近代的纯律大音阶。

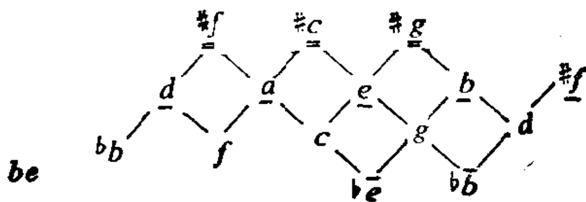
§187. 札利诺(Giosephe Zarlino, 1517～1590)是文艺复兴运动全盛时期意大利著名的音乐理论家。他对律学方面的贡献是，他不仅对纯律而且对中庸全音律〔§190〕和十二平均律都有一定的研究。此外他首先揭示和弦的原理，为近世和声学作好理论准备〔见§189〕。札利诺提出的纯律大音阶就是通常所称的纯律大音阶。札利诺为了应用纯律音阶，于 1588 年设计一种键盘，如下图：

例 92



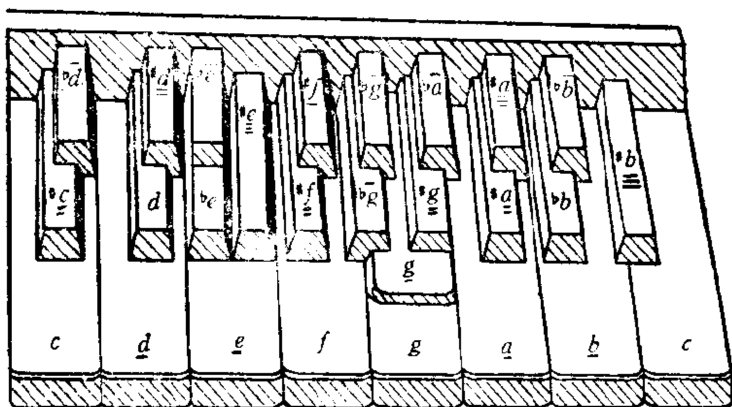
这个键盘包含如下的十六律：

例 93



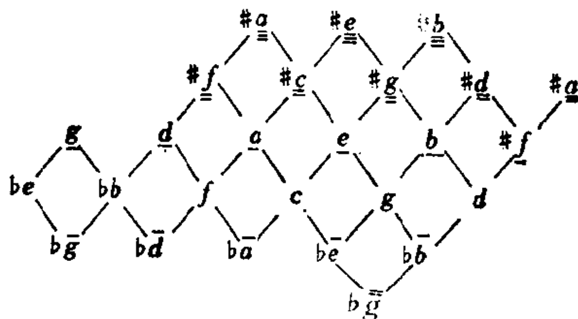
§ 188 札利诺的键盘在转调上极受限制；半世纪后，经法国音乐理论家、数学家兼哲学家梅桑纳（Marin Mersenne, 1588～1648）再加以研究，于 1637 年发表如下的键盘设计：

例 94



这个键盘包含如下的二十六律：

例 95



荷兰音乐理论家兼作曲家班恩（Joan Albert Ban, 1597～1644）根据这种律制于 1639 年制成一架羽管键琴。梅桑纳认为，这样设计键盘乐器能发出完善的和声，而演奏家只要花一周时间去练习，就能克服演奏上的困难。

§ 189. 自从复调音乐流行以来，作曲家对于多声部的配合，只知道把各音就各种音程加以结合，而不知各音之间纵的关系原是“和弦”关系。16 世纪时，主调音乐已经发生，和弦的构造已经明显。札利诺根据当时的音乐实践，在所著《和声原理》(1885 年)

等书中，提出了和弦构成的原理。他这种理论，既为主调音乐的理论——和声学作好准备，而且给纯律的和弦构造提供科学的根据。

札利诺发现，把一条弦分为$\frac{1}{2}$、$\frac{1}{3}$、$\frac{1}{4}$、$\frac{1}{5}$、$\frac{1}{6}$各节，就产生上方八度、五度、三度的音〔§ 6〕；反过来，将一弦加长 2、3、4、5、6 倍，就产生下方八度、五度、三度的音。如下例：

例 96



两方的关系，实际是一样的。例如，一条弦的$\frac{1}{3}$，发生高十二度（即五度）的音；反过来也就是，发这个高音的弦加长三倍，就发生低十二度的音。札利诺就根据这个原理，指出所有的协和音程都保持 $1:\frac{1}{2}:\frac{1}{3}:\frac{1}{4}:\frac{1}{5}:\frac{1}{6}$，和 1:2:3:4:5:6 这种比数。上例(1)构成大三和弦；(2) 构成小三和弦。札利诺认为，大小三和弦的区别，由于大三度和小三度的位置不同而起。大三度在下方，小三度在上方，就构成大三和弦；小三度在下方，大三度在上方，就构成小三和弦。札利诺又把当时的各种调式依其主三和弦（即调式一级音上所构成的和弦）的性质（大三和弦或小三和弦）区分为大调式和小调式两类，为近世“二元论”①(dualistic theory)和声学奠定基础。

---

① 二元论和声学以大调和小调两相对立为特征；大调以大三和弦为代表，向上构成〔参见 § 189—例 96(1)〕，小调以小三和弦为代表，向下构成〔参见 § 189—例 96(2)〕。自札利诺最初提出大、小三和弦的构成原理后，经拉莫〔§218〕于 1737 年、豪普特曼〔§84〕于1853年（还有其他人），相继加以阐明，至德国音乐学家里曼(Hugo Riemann，1849～1919)于 1905 年（还有其他人）予以发展，演绎成和声学的一种体系。从 19 世纪起，出现与此相对的另一种“一元论”(monistic theory)和声学体系。该体系以同主音的大调和小调互相融合为特征；大调式的三级音大三度，小调式的三级音小三度，两者可以互换，使两种调式互相融合，几乎成为一体。

纯律在键盘乐器上的实现
——中庸全音律

§ 190. 17 世纪后期，纯律没有进一步发展(纯律有所发展是以后的事〔见§209〕)。16、17 世纪，纯律在音乐实践方面，一是主要在键盘乐器上应用各种“中庸全音律”(mean-tone temperament)，另一是在声乐体裁“无伴奏合唱”上作特殊的处理。

各种中庸全音律视如何划分普通音差而分类。

札利诺〔§ 187〕于 1571 年提出“四分之一音差中庸全音律”($\frac{1}{4}$-comma mean-tone temperament)。① 我们知道，五度音列 *c—g—d—a—e* 中的 *e* 音与 *c* 音不谐和，须把 *e* 音降低为 $\underline{e}$ 音才纯然相和。中庸全音律就是把 *e* 音所高于 $\underline{e}$ 音的普通音差，分为四个更小的音差，分布于五度音列的 *g—d—a—e* 各音上。即把每次相生的纯五度，都减少“普通音差的四分之一”。这个方法与 § 105 所述的完全一样。在§105，最大音差由相生十二次而产生，所以把最大音差分为十二个小音差，生律一次，都减少“最大音差十二分之一”。现在普通音差由相生四次而产生，所以把普通音差分为四个小音差，生律一次，都减少“普通音差的四分之一”。

先求四分之一音差中庸全音律的纯五度的频率比：

$$\frac{3}{2}(\text{纯五度})\div\sqrt[4]{\frac{81}{80}}(\text{普通音差})=\frac{299}{200}(\text{中庸全音律五度})\text{，计697音分。}$$

---

① 以前一般认为四分之一音差中庸全音律是施利克所倡导，如美国音乐学家阿佩尔(Willi Apel, 1893～)在所编《哈佛音乐词典》(1972 年初版，1979 年第十二版) 中所载；也有人说是意大利理论家兼作曲家阿龙(Pietro Aaron, 1480～1550) 于 1529 年所提出；这两种说法都不准确。施利克所倡导的是一种中庸全音律的变形〔见§194〕；阿龙则经人查对他的有关著作，他并未提出这种律制。

为简便起见，可以用音分计算，但须用精密的音分值〔见§53-例18〕计算。以“$\frac{1}{4}c$”代表普通音差的四分之一(即 5.3765 音分)；照五度相生法，生律一次，减少 5.3765 音分。以“$\frac{2}{4}c$”代表普通音差的四分之二(即 10.753 音分)；生律二次，减少 10.753 音分。余类推。作图示之如下例。括弧内的音分是算式，算式下面是该律从 c 音起的音分值。

例 97

四分之一音差中庸全音律五（四）度音列

（1）由C向上生

c —— $g-\frac{1}{4}C$ —— $d-\frac{2}{4}C$ —— $a-\frac{3}{4}C$ —— $e-\frac{4}{4}C$ —— $b-\frac{5}{4}C$ ——

	$g-\frac{1}{4}C$	$d-\frac{2}{4}C$	$a-\frac{3}{4}C$	$e-\frac{4}{4}C$	$b-\frac{5}{4}C$
	(702−5.3765)	(204−10.753)	(906−16.1295)	(408−21.506)	(1110−26.8825)
音分值	697	193	890	386	1083

$\sharp f-\frac{6}{4}C$ —— $\sharp c-\frac{7}{4}C$ —— $\sharp g-\frac{8}{4}C$ —— $\sharp d-\frac{9}{4}C$

$\sharp f-\frac{6}{4}C$	$\sharp c-\frac{7}{4}C$	$\sharp g-\frac{8}{4}C$	$\sharp d-\frac{9}{4}C$
(612−32.259)	(114−37.6355)	(816−43.012)	(318−48.3885)
580	76	773	270

（2）由C向下生（五度）改为向上生（四度）

c —— $f+\frac{1}{4}C$ —— $\flat b+\frac{2}{4}C$ —— $\flat e+\frac{3}{4}C$

$f+\frac{1}{4}C$	$\flat b+\frac{2}{4}C$	$\flat e+\frac{3}{4}C$
(498+5.3765)	(996+10.753)	(294+16.1295)
503	1007	310

§ 191. 根据四分之一音差中庸全音律的五度音列，构成大音阶和小音阶，与纯律作比较，如下例(内数字表示音分值)：

例 98

四分之一音差中庸全音律与纯律比较图

(1)大音阶

	1	2	3	4	5	6	7	8
中庸全音律（音分）	0	193	386	504	697	890	1083	1200
中庸全音律（音程）	中庸全音（193）	中庸全音（193）	中庸律半音（117）	中庸全音（193）	中庸全音（193）	中庸全音（193）	中庸律半音（117）	
差数		11	0	6	5	6	5	
纯律（音分）		204	386	498	702	884	1088	
纯律（音程）	大全音（204）	小全音（182）	纯律大半音（112）	大全音（204）	小全音（182）	大全音（204）	纯律大半音（112）	

(2)小音阶

	1	2	3	4	5	6	7	8
中庸全音律（音分）		193	311	504	697	814	1007 / 1083	1200
中庸全音律（音程）	中庸全音（193）	中庸律半音（117）	中庸全音（193）	中庸全音（193）	中庸律半音（117）	中庸全音（193）／中庸律增二度（269）	中庸全音（193）／中庸律半音（117）	
差数		11	5	6	5	0	11　5	
纯律（音分）		204	316	498	702	814	1018 / 1088	1200
纯律（音程）	大全音（204）	大半音（112）	小全音（182）	大全音（204）	大半音（112）	大全音（204）／纯律增二度（275）	小全音（182）／大半音（112）	

看上例，这种中庸全音律有它的特点和优点。全音只有一种，不分大小；它比大全音小$\frac{2}{4}$c（$\frac{2}{4}$c即普通音差的四分之二，可作*11*音分），而比小全音大$\frac{2}{4}$c。这种全音称为“中庸全音”（mean-tone）（频率比是$\frac{5\ 7}{5\ 1}$，计*193*音分）。中庸全音律即由此而得名。

这种中庸全音律的半音（频率比是$\frac{1\ 8\ 3}{1\ 7\ 1}$，计*117*音分）比纯律大半音（*112* 音分）大$\frac{1}{4}$c（$\frac{1}{4}$c即普通音差的四分之一），即大*5*音分。（$\frac{1}{4}$c应当是*5.3675*音分，现在简化为*5*音分。）

根据这种中庸全音律构成的大音阶，不像纯律大音阶那样复

杂，而有一种单纯性，即只有一种全音（中庸全音）和一种半音（即中庸全音律半音，简称中庸律半音）。

在中庸全音律，大三度由两个中庸全音合成，与纯律大三度完全一致。上例(1) 中 1—3、4—6、5—7 各音程，都是纯律大三度。

中庸律小三度由中庸律半音和中庸全音合成（*310* 音分），比纯律小三度（*316*音分）只少 *6* 音分。（在上例(2)，1—3的小三度作 *311* 音分，相差 *1* 音分，这是由于计算上尾数差异所致。）

中庸律大六度（*890* 音分）比纯律大六度（*884* 音分）大 *6* 音分。中庸律小六度与纯律小六度相同。

这种中庸全音律其大小三度和大小六度都合于纯律，即它能发生纯律的效果。这是中庸全音律的主要优点。中庸全音律用在大小音阶上构成和弦时，能发生纯律的效果；同样，用在当时的各种中世纪调式上构成和弦时，也能发生纯律的效果。

根据中庸全音律构成的大音阶或小音阶上，其二级音比纯律二级音低 *11* 音分。这个差数，在各音的差数中是较大的。

§ 192. 四分之一音差中庸全音律能在一定范围内转调。在 § 190-例 97 所示的五度音列上，以 *c* 音为主音，向上连取五律，向下取一律，就构成C大调。依同法，可以顺次构成 G、D、A、E、F、B 各大调，再以 *a* 为主音，向上连取二律，向下连取四律，就构成 a 小调。依同法，可以顺次构成 d、e、b、#f 各小调。超出这个范围，就会发生显著不和谐的音。这个音在例 97 的五度音列中由上生最后一律 #*d*（*270* 音分）与下生接近最后一律 ♭*b*（*1007* 音分）之间。两律相距为*737*音分（*1007 − 270 = 737*），构成"五度狼音"①（wolf

①"狼音"（wolf）泛指乐器调音不准、乐器制造不良或乐器演奏上不适当所引起的不和谐之音。"五度狼音"在不同的中庸全音律上，其位置常不相同[见 § 193-例99]；又因时代而异，15世纪常在#c—♭a之间；17世纪常在#d—♭b之间。

fifth)，它比纯五度(702 音分)大 35 音分。

五度狼音是造成五度音列中两极(或接近两极)的二律不能合理连接，从而使五度音列无法循环的障碍物。

§ 193. ①札利诺〔§ 187〕于 1571 年提出四分之一音差中庸全音律之前，曾于 1558 年提出"七分之二音差中庸全音律"($\frac{2}{7}$ comma mean-tone)。此外尚有意大利音乐理论家兰夫兰科 (Giovanni Maria Lanfranco, 1490～1545)于 1533 年提出"五分之一音差中庸全音律"($\frac{1}{5}$comma mean-tone)和"六分之一音差中庸全音律"($\frac{1}{6}$comma mean-tone)。后者由德国乐器制造家西尔伯曼(Gottfred Silbermann, 1683～1753)加以应用。西班牙盲人音乐理论家萨利纳斯(Francisco de Salinas, 1513～1590) 于 1577 年提出"三分之一音差中庸全音律" ($\frac{1}{3}$comma mean-tone) (相当于十九平均律〔§ 212〕)。意大利音乐理论家、数学家兼哲学家罗西 (Lemme Rossi, 1602～1673) 于 1666 年提出"九分之二音差中庸全音律"($\frac{2}{9}$comma mean-tone)。以上各种中庸全音律的构成原理，均与四分之一音差中庸全音律相同。现将各种中庸全音律的主要音程列表如页下例99。例中数字为音分值；括号内的加减音分值，表示与纯律的差数。并加入毕达哥拉斯律和十二平均律作为比较。

除上举各种中庸全音律外，尚有"二分之一音差中庸全音律" ($\frac{1}{2}$comma mean-tone)，常用于不规则律〔§198〕中；"十四分之三音差中庸全音律"($\frac{3}{14}$comma mean-tone)，为意大利数学家、音乐理论家兼物理学家里卡蒂(Giodano Riccati, 1709～1790) 于 1762年提出。

---

① § 193、§ 194、§ 198— § 210 和 § 215 均参考林德利(Mark Lindley)为《新格罗夫音乐和音乐人名词典》(1980 年)所撰"律学"(temperament)等条写成。

例 99

中庸全音律 / 音程	三分之一音差	七分之二音差	四分之一音差	九分之二音差	五分之一音差	六分之一音差	十二平均律	毕达哥拉斯律
纯五度	695 (−7)	696 (−6)	697 (−5)	697 (−5)	698 (−4)	698 (−4)	700 (−2)	702 (0)
大三度	379 (−7)	383 (−3)	386 (0)	389 (+3)	391 (+5)	394 (+8)	400 (+14)	408 (+22)
大六度	884 (0)	887 (+3)	890 (+6)	892 (+8)	893 (+9)	895 (+11)	900 (+16)	906 (+22)
半音	126 (+14)	121 (+9)	117 (+5)	114 (+2)	112 (0)	108 (−4)	100 (−12)	90 (−22)
五度狼音	♯d—♭b 757 (+55)	♯d—♭b 745 (+43)	♯d—♭b 737 (+35)	♯d—♭b 732 (+30)	♯g—♭e 或♯d—♭b 726 (+24)	♯g—♭e 或♯d—♭b 717 (+15)	700 (−2)	726 (+24)

§194. 在各种中庸全音律中，当时众多音乐理论家推崇四分之一音差中庸全音律为最佳的一种。用这种律制调音的键盘乐器，特适于演奏合于纯律的大小三度和声音程连续进行的乐曲片段。但也有不同的意见，例如法国音乐理论家卢利（Etinne Loulié, 1665～1707）于1684年宣称五分之一音差中庸全音律是最佳和最多用的一种。法国声学家索韦尔（Joseph Sauveur, 1653～1716）于1707～1711年将四分之一音差、五分之一音差和六分之一音差三种中庸全音律加以比较研究，得出结论认为，管风琴家和羽管键琴制造家们最喜用五分之一音差中庸全音律，胜过其它两种。

中庸全音律的优点，主要是能发生纯律的效果，解决了和弦发音和谐的问题，这样就使中庸全音律成为文艺复兴时期键盘乐器（管风琴、古钢琴和羽管键琴）上最通用又最佳的律制。在十二平均律流行之前，欧洲盛行这种律制达数百年之久。即使在十二平均律盛行之后，尚有继续使用中庸全音律的事实。例如在德国，18世纪后期，管风琴仍沿用这种律制。

中庸全音律除用于键盘乐器之外，亦用于其它乐器。例如兰夫兰科〔§193〕把五分之一音差和六分之一音差中庸全音律用于拨弦乐器和拉弦乐器维奥尔琴〔§183〕上。中庸全音律用于有"品"(fret)弦乐器如"琉特琴"(lute)之类乐器上，特别方便；在琉特琴的调准的空弦下，按计算尺度在指板上安装品条，比在管风琴或羽管键琴上调准音高容易得多。又，在17世纪前后"编钟"(carillon)亦用中庸全音律调音，并沿用至18世纪。

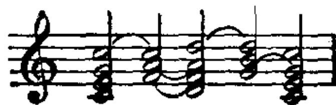
纯律在无伴奏合唱上的处理法

§195. "无伴奏合唱"(a cappella)原指不用乐器伴奏的合唱，但亦有用乐器(管风琴或其它乐器)重复合唱的声部。这里所讲的无伴奏合唱，是指不用乐器伴奏的纯声乐合唱。

纯律本身存在两种矛盾。一种矛盾是 d—$\underline{a}$ 不能构成纯五度〔§82〕，另一种矛盾是随着转调的复杂化，律数无限增加而不能回到出发律〔§103〕。文艺复兴时期所用的各种中庸全音律亦未能解决这个矛盾。d—$\underline{a}$不能构成纯五度的矛盾，主要表现在无伴奏合唱上。

在纯律大音阶上构成三个正三和弦时，固然完全和谐，可是如果构成其它和弦(例如 d—f—$\underline{a}$)，就不完全和谐。因为 d—$\underline{a}$ 不是纯五度，它比纯五度少一个普通音差。今有一列和弦进行，其中包括这个 d—f—$\underline{a}$ 和弦，我们不用伴奏把它演唱起来时，倘要保持和弦的纯度(即和谐)，就保证不了音的高度不起变化。例如:

例 100



由于第三个和弦要求纯(和谐)，就不得不将 d^2 音变为 $\underline{d}^2$ 音，于是后面两个和弦就跟着降低下去了，——降低一个普通音差。如果一个无伴奏合唱队连续唱这样或类似这样的乐句五次，整个合唱队就要降低半音了。

§ 196. 要想知道文艺复兴时期如何解决这个问题，可以研究当时作曲家的处理手法。举当时的作曲家帕莱斯特里那 (Giovanni Pierluigi Palestrina, 1525～1594) 的作品为例。帕莱斯特里那是文艺复兴全盛时期意大利著名的作曲家。他长期任罗马教会的作曲家和合唱指导。他的复调音乐作品以明晰著称。他在无伴奏合唱中，曾用下面两个办法，巧妙地解决纯律本身中存在不纯音程的问题，既保持和弦的纯度，又保持合唱队的正确高度。

第一个办法是，省去了音阶的六级音 (即§197-例103C 大音阶中的 $\underline{a}$)，同时使各声部仍保持平衡。例如把§195-例100中后面三个和弦处理成这样(看下例最后三个和弦)：

例 101



(本例拍子有改变)

倒数第三个和弦省去了音阶中的六级音 ($\underline{d}$)。

另一个办法是，把音阶中的六级音作临时的变动，即升高一个普通音差。例如在§197-例103C 大音阶中把 $\underline{a}$ 音变为 a 音。这不是单纯的演唱技术问题，而且是作曲者处理声部的作曲技术问题；作曲者处理好这个问题，能使演唱顺利进行。看下例102。注意例中第四、五小节女低音部的进行。第五小节的 $\underline{d}$ 音 (音阶的六级音) 由于前面的 $\underline{e}$ 音只是经过音，因此可以顺利地变为 d 音，使 d

音到 g 音(音阶的二级音)保持纯四度。

例 102

帕莱斯特里那

1 2 3 4 5 6

未完

(本例拍子有改变)

例 101 第三小节,情况相类似,六级音可以变动,改用 d 音。

纯律中这种临时升高(升高一个普通音差)的变动,今日我们只凭古时的理论和作品而得知。在当时的无伴奏合唱的演唱实践中,曾否严格采用这样的变动,是个疑问。因为声乐不象键盘乐器,有数据和实物可以查证。

§ 197. 以后还有人对纯律的这种临时变动,加以系统化。这里顺便提述一下,即认为纯律大音阶除六级音可以变动之外,二级音也可以变动,亦即二级音可以降低一个普通音差。例如在下例C大音阶中,把 d 音变为 $\underline{d}$ 音。即 d 音如果与 $\underline{a}$ 音同时结合,为使两音保持纯五度,d 音可以变为 $\underline{d}$ 音〔参见§195-例 100〕。这时,$\underline{d}$ 音宜放在内声部;并注意,不至由于这种变动而使继起的和弦跟着低下去。

这样,纯律大音阶有两个音可以变动。二级音可以降低一个普通音差,六级音可以升高一个普通音差,如下例。为了适应上举二例,并列入F大音阶。

例 103

	1	2	3	4	5	6	7	8
C大音阶	c	d ($\underline{d}$)	$\underline{e}$	f	g	a (a)	$\underline{b}$	c
F大音阶	f	g ($\underline{g}$)	$\underline{a}$	bb	c	$\underline{d}$ (d)	$\underline{e}$	f

类似的情况是，小音阶也有两个音可以变动，如下例：

例 104

1	2	3	4	5	6	7	8
c	d ($\bar{d}$)	$\flat\bar{e}$	f	g	$\flat\bar{a}$	$\flat\bar{b}$ ($\flat b$)	c

不 规 则 律

§ 198. 与各种中庸全音律的产生同时，在欧洲出现一种“不规则律”(irregular temperament)。不则规律用于键盘乐器。除其中少数几种没有一定的构成规律可循（如维琴蒂诺的特制羽管键琴所用的三十五律〔§185〕)之外，一般都与某种中庸全音律多少有牵连。或者是中庸全音律的变形，或者于某种中庸全音律中掺入其他律制(或其反)。

德国管风琴家兼作曲家施利克(Armolt Schlick, 1460～1521以后)在所著«管风琴制造家和管风琴演奏家之镜» (1511年)中提出一种不规则律；它是中庸全音律的变形。他的律制的不规则性在于，从$\flat e$至$\sharp c$的五度音列中十个“五度”音程〔参见§57-例19〕，彼此虽然近似，却不完全相同；五度音程$\sharp c$—$\sharp g$（或$\flat a$)完全不适用。以致大三度e—$\sharp g$约如毕达哥拉斯律，而$\flat a$—c约如十二平均律。他不赞成把两个相邻的升降音(如$\sharp g$和$\flat a$)在管风琴上使用分裂式的黑键，以求得发音的和谐。施利克为适应自己的不规则律和管风琴上某些机制技术，特创作一些专用乐曲，作为对他的著作的补充。但是，他的不规则律在应用上扩散程度如何，不得而知。

§ 199. 梅桑纳〔§188〕于1635～1636年间提出一种不规则

律。它是在四分之一音差中庸全音律中掺入毕达哥拉斯律，即在五度音列中上生时缩小五度〔见§190-例97(1)〕；但从f律下生$\flat b$和$\flat e$时〔见同例(2)〕却没有缩小五度，而用毕达哥拉斯律。梅桑纳从别人处得知这种律制，而自己未经仔细研究，就加以应用，并在论著中加以强调，造成混乱和谬误。当时一些管风琴曾用这种不准确的律制调音，以致同时代的法国作曲家兼管风琴家 L. 库普兰(Louis Couperin, 1626～1661)的作品中，$\flat b$音和$\flat e$音都失之过高。以上几种不规则律都没有五度狼音〔§192〕。

§**200.** 前述有规则的中庸全音律（即四分之一音差等中庸全音律）构成大音阶或小音阶时，都有同一的音程结构与和弦结构〔见§191-例98〕，且在一定范围内在转调后仍不变动〔§192〕。反之，多数不规则律构成大音阶或小音阶时，则具特有的音程结构与和弦结构，而一经转调，其音程结构与和弦结构就发生变化。那么，为什么在有规则的中庸全音律发生以后，甚至在十二平均律产生之后，反而出现不规则律而且受人欢迎呢？——对这个问题，我们不能从纯数理角度而应当从当时音乐家的审美观点来解答〔参见§20〕。

关键在于“调的性格”① (key characteristics) 问题。即除大音阶(大调)和小音阶(小调)外，同一大音阶和同一小音阶都因调(调高)的不同而异其性格。德国作曲家兼音乐理论家马特松(Johann Mattheson, 1681～1764)在所著《新生的管弦乐》(1713年)中给各调规定喜悦、忧愁、爱情等等效果。德国音乐理论家基

---

① 直到18世纪后期至19世纪，十二平均律已经确定，仍有音乐家从别的角度(不再从律制角度)提出“调的性格”问题。例如法国作曲家格列特里(André-Ernest-Modeste Grétry, 1741～1813)从歌剧(包括戏剧配乐)角度；法国作曲家柏辽兹(Hector Berlioz, 1803～1869)从小提琴角度；法国音乐学家拉维尼亚克 (Albert Lavignac, 1846～1916)从总的方面，各自提出大小各调的性格。

恩伯格(Johann Phillip Kirnberger, 1721～1783)于1779年说，佳良的律制决不能损害各调的色调。德国作曲家兼音乐理论家赖夏特(Johann Friedrich Reichardt, 1752～1814)认为，作曲家写作时，在构思曲调与和声之前，应先选择何调。奥地利作曲家兼音乐理论家利希滕塔尔(Peter Lichtenthal, 1780～1853)于1826年还说，平均律不应存在，否则各调就会失去各自的特性。以上论述表明，18世纪时(甚至其后)作曲家强调各大小调各具自己的特性，甚至有人嫌十二平均律在调的结构上缺乏特性。就是在这种音乐思潮下，各种不规则律应运而生，而且影响深远。关于J. S, 巴赫对待律制问题，且待讲述十二平均律时再加以研究〔§208〕。根据摩拉维亚小提琴家、指挥家兼音乐理论家欣德勒(Anton Schindler, 1795～1864)对贝多芬(Ludwig van Beethoven, 1770～1827)的作品进行研究，于1840年发表论著说，贝多芬直到晚年始终敏感地关注各调的性格表现，因为他的许多钢琴作品是用18世纪时不照十二平均律调音的钢琴作成的。

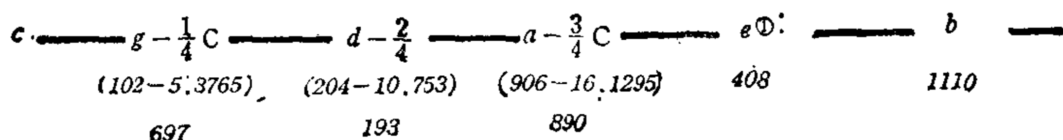
§201. 从17世纪以来，许多音乐理论家相继提出各种各样的不规则律，常混用几种律制，有的甚至掺入十二平均律。

以倡导十二平均律著称的韦克迈斯特〔§207〕在17世纪应用一种不规则律于管风琴上。如下例所示，他在五度音列上，上生

例 105

韦克迈斯特不规则律五度音列

(1) 上生



① 这个 e 律亦可用四分之一音差中庸全音律(408－21.5＝386 音分)。

$^{\sharp}f-\frac{1}{4}C$ —— $^{\sharp}c$ —— $^{\sharp}g$ —— $^{\sharp}d$ —— $^{\sharp}a$

(612−5.3765) 114 816 318 1020
607

（2）下生

c —— f —— $^{\flat}b$ —— $^{\flat}e$ —— $^{\flat}a$ —— $^{\flat}d$

498 996 294 792 90

g—*d*—*a*—*e* 和*b*—#*f* 各律，都用四分之一音差中庸全音律〔§190〕，其它各律和下生各律都用毕达哥拉斯律，

这种律制的发音十分适合于17世纪和18世纪早期的德国管风琴音乐作品。

§202. 意大利作曲家兼音乐理论家瓦洛蒂（Frencesco Antonio Vallotti, 1697～1780）在18世纪应用于管风琴的不规则律，在五度音列中上生 *f*—*c*—*g*—*d*—*a*—*e*—*b* 各律都用六分之一音差中庸全音律〔§193〕，其它上生各律和下生各律（除一律外）都用毕达哥拉斯律。如下例：

例 106

瓦洛蒂不规则律五度音列

（1）上生

c —— $g-\frac{2}{6}C$ —— $d-\frac{3}{6}C$ —— $a-\frac{4}{6}C$ —— $e-\frac{5}{6}C$ —— $b-\frac{6}{6}C$ ——

702−7.1687 204−10.753 906−14.3373 408−17.9212 1110−21.506
695 193 892 390 1088

$^{\sharp}f$ —— $^{\sharp}c$ —— $^{\sharp}g$ —— $^{\sharp}d$ —— $^{\sharp}a$

612 114 816 318 1020

（2）下生

c —— $f+\frac{1}{6}C$ —— $^{\flat}b$ —— $^{\flat}e$ —— $^{\flat}a$ —— $^{\flat}d$

498+3.5843 996 294 792 90
502

塔蒂尼〔§219〕认为这种律有相当微妙的效果。

§ 203. 法国有一种十分复杂的不规则律。18 世纪法国人称为"普通律"（tempérament ordinaire〔法〕），在五度音列中，上生 *c—g—d—a—e—b* 各律间其"五度"都比六分之一音差中庸全音律〔§ 193〕稍狭，其它各律大都用毕达哥拉斯律；下生 *f—♭b—♭e—♭a* 各律间其"五度"则比毕达哥拉斯律较大，以致用自然音构成的三度音程与带有降(♭)音的三度音程（如 *♭d—f*、*f—♭a*、*♭a—c*）有明显的区别。

§ 204. 基恩伯格〔§ 200〕于 1779 年提出一种不规则律：在五度音列中，下生都用毕达哥拉斯律；上生 *g* 和 *d* 两律继续用毕达哥拉斯律，*a* 和 *e* 两律用"二分之一音差中庸全音律"〔§ 193〕，*b* 和 #*f* 两律虽继续用二分之一音差中庸全音律，但未照该律制原理，每律迭减一个"二分之一音差"（*10.753* 音分〔参见 § 190-例 97〕，而只分别减去两个"二分之一音差"。见下例：

例 107

基恩伯格不规则律五度音列

（1）上生

c	—	*g*	—	*d*	—	$a-\frac{1}{2}C$	—	$e-\frac{1}{2}C\times2$	—	$b-\frac{1}{2}C\times2$	—	$\#f-\frac{1}{2}C\times2$
		702		*204*		*895*		*386*		*1088*		*590*

（2）下生

c	—	*f*	—	♭*b*	—	♭*e*	—	♭*a*	—	♭*d*
		498		*996*		*294*		*792*		*90*

第三时期——十二平均律时期

§ 205. 欧洲律学史的第三时期：自 18 世纪至 20 世纪，是采用十二平均律时期。

在18世纪，欧洲音乐进入划时代的发展时期，不仅音乐创作方面，而且在音乐理论方面，都产生新的成果。主调音乐不仅巩固，而且积极发展起来，同时复调音乐进入新的时期。追求调的不同性格的风尚〔§200〕让位给大、小音阶各调的音程组织与和弦组织的同一性；转调（包括各种调的应用和触及它调的变化音）日趋繁复，使音乐家逐渐认知十二平均律的优越性。

十二平均律最早于15世纪就有人提出；16世纪有许多人加以研究和实验。从此就与中庸全音律〔§190〕和不规则律〔§198〕相抗衡，至18世纪（特别是18世纪中期）处于优势地位，从19世纪起成为典范的律制。其间足足经历了500年。

§206. 十二平均律的理论，早在文艺复兴时期前，就有人知道半音用$\frac{18}{17}$的频率比（计*99*音分）而迭加十二次的律制；后来意大利音乐理论家、作曲家、琉特琴演奏家兼歌唱家加利莱伊（Vincenzo Galilei，约1520～1591）于1581年在琉特琴上即以99音分作为半音构成十二律。这种律制在计算上已极近十二平均律（准确的十二平均律半音为*100*音分）。

在文艺复兴初期，据说拉莫斯〔§186〕发现西班牙民间拨弦乐器“吉他”（guitar）及其类似乐器“维乌埃拉琴”（vihuela）的指板上的品条都照半音安装，同时用等比例的半音构成音阶。他得到启发，在1482年提出十二平均律的理论〔参见第六章，§166〕。

随后有札利诺〔§187〕于1588年用计算的方法提出十二平均律。荷兰数学家兼工程师斯特芬（Simon Stevin，约1548～约1620）于1600年前后用$\sqrt[12]{2}$的方法提出十二平均律。

在实践方面，16世纪的作曲家已深知十二平均律所特有的“等音”〔§69〕的便利处。例如，佛兰芒作曲家维拉尔特（Adrian Willaert，1490～1562）在1530年出版的作品中已使用等音。约100年后，意大利作曲家兼管风琴演奏家夫雷斯科巴尔迪（Girola-

mo Frescobaldi, 1583～1643)亦接受这种律制。当时有许多乐器制造家应用十二平均律于管风琴和羽管键琴等键盘乐器上。从此十二平均律不断扩散，各国有更多人从事研究、宣扬并实践。

德国作曲家、管风琴和其它键盘乐器演奏家夫洛伯格(Johann Jacob Froberger, 1616～1667)，是夫雷斯科巴尔迪的学生。他在键盘乐器上应用十二平均律，曾赴西欧各国旅行演奏他自己的作品，同时宣扬十二平均律。比利时发明家加莱(Jean Gallé)于1626 年教导管风琴制造家如何在键盘乐器应用十二平均律来转调；后来加莱赴巴黎宣扬十二平均律。

§207. 自 17 世纪晚期至 18 世纪前期，许多德国音乐理论家致力于十二平均律的开发。德国音乐理论家、管风琴制造家兼作曲家韦克迈斯特(Andreas Werckmeister, 1645～1706)的名字是与十二平均律联在一起的。一般认为他发表十二平均律的理论数据是在 1691 年。准确的年代应是 1686～1687 年之间，因为他发表十二平均律的著作是 1686～1687 年完成的，但是该著作初版失落了，1691年才再版。他除十二平均律之外，尚设计几种加入某种中庸全音律的不规则律〔§198〕，曾为J. S. 巴赫所采用〔见§208〕。

追随韦克迈斯特并与他合作的，则有德国音乐理论家奈夏特(Johann Georg Neichardt, 1685～1739)。他在 18 世纪早期与韦克迈斯特共同钻研，使律制上制作工艺趋于完善。奈夏特设计过多种律制，但他被推荐赴各地检查键盘乐器时，都给调成十二平均律。此外，马特松〔§200〕也转而主张使用十二平均律。因许多人倡导十二平均律，使当时众多优秀的管风琴制造家群起采用十二平均律。

风尚波及英国。英国管风琴制造家R. 哈里斯(Renatus Harris)放弃使用分裂式的键来演奏相邻两个变化音(如♯*g* 和♭*a* 等)而改用十二平均律。英国作曲家布尔(John Bull, 1563～1628)在键

盘乐器"维吉那琴"(virginal)作品中遍用十二律各调，且遍用五个升(♯)号和五个降(♭)号，似乎已应用十二平均律；但他未曾在同一首乐曲内用一个升号和一个降号，因此他很可能只是应用维琴蒂诺的"特制羽管键琴"的不规则律〔见§185、§198〕。

§208. 德国作曲家兼管风琴演奏家J.S.巴赫(Johann Sebastian Bach, 1685～1750)作有通常译为《十二平均律钢琴曲集》二卷(分别于1722年和1742年成书)，每卷都有系统地依次用十二个大调和十二个小调，写成"前奏曲"(prelude)和"赋格曲"(fuga)。这二卷曲集一向被认为充分发挥十二平均律的效能、可以自由转调的典范作品。据近人研究，认为巴赫创作该曲集时并非全用十二平均律，但具有充分开拓十二平均律效能的作用。英国乐器研究家巴恩斯(John Robert Barnes, 1928～　　)在20世纪60年代对巴赫的该二卷曲集内48首乐曲对照18世纪的各种不规则律细加研究，发现巴赫对各首乐曲以周密适应或符合各种不同的调的特性而选用律制。基恩伯格〔§200〕缜密地回忆说，他的老师巴赫曾教导他把所有的大三度音程都调得比纯律较高。综上所说，研究家认为巴赫的二卷曲集是用多种律制写成的：既有十二平均律，又用韦克迈斯特和瓦洛蒂的不规则律〔§201、§202〕，还有法国普通律(不规则律)〔§203〕等。

至于二卷曲集的名称，按原文应为《调音适宜的键盘曲》(Das Wohltemperierte Clavier〔德〕)，在律制方面与今日曲名译法略有出入，所指乐器亦复不同(巴赫生前钢琴尚未流行，当时供古钢琴或羽管键琴用)。但因今日该作品普遍在以十二平均律调音的钢琴上用以练习弹奏和理解18世纪的复调音乐(特别是赋格曲)，故被译作《十二平均律钢琴曲集》或《平均律钢琴曲集》。

§209. 18世纪上半叶，拉莫〔§218〕在法国和意大利以宣扬十二平均律著称。他在1726年还对法国的不规则律"普通律"〔§203〕

发生兴趣，撰文谈论该律制的音程结构以及各音程给人以各种感情，并强调开拓这种音程的不同效果；而在11年以后，到了1737年，他放弃了过去所持的强调调的性格以获致调的变化〔§200〕的观点，转而提倡十二平均律。

当时钢琴已开始流行（钢琴约创制于1709年），初创伊始，律制尚未确定，后逐渐稳定为十二平均律。

J. S巴赫的次子、德国作曲家兼音乐理论家C. P. E. 巴赫(Carl Philipp Emanuel Bach, 1714～1788) 特别推崇十二平均律，并认为以该律制调音的古钢琴和钢琴适于即席演奏他的"幻想曲"(fantasia)。他的钢琴等作品也是18世纪特适用于十二平均律演奏的。

§210. 德国音乐理论家兼作曲家马普格(Friedrich Wilhelm Marpurg, 1718～1795)于1756年（迟至1776年书面发表）发出精辟又有远见的论断，他针对当时的风尚，认为作曲家选择何调〔参见§200〕无关于律制。又认为十二平均律便于合奏时（包括歌唱部分）有所依据。他研究了奈夏特〔§207〕和基恩伯格〔§204〕等人的不规则律的设计，深为感慨地说，不规则律层出无穷，长此以往，人各创制一种，将无尽头，倒不如只实行一种十二平均律，以利于各地区人们都能接受同一概念和同一"语言"。

事实果然如此。时至19世纪，十二平均律已成为键盘乐器标准的调音法，并广泛流传，成为一种典范律制。

英国乐器学家希普金斯(Alfred Hipkins, 1826～1903)在19世纪40年代以十二平均律钢琴调音法活跃于乐坛。当肖邦(Fryderyk Franciszek Chopin, 1810～1849)逝世前一年（1848年）在伦敦演奏时，所用钢琴必定是由希普金斯调音的。

随着钢琴制造的精益求精，发音日趋优美，十二平均律调音的质量亦更精美，并化困难为优异，例如以往一音只有二条弦，现在

增至三条弦。德国作曲家勃拉姆斯（Johanne Brahms, 1833～1897）的钢琴作品显示出十二平均律所特有的等音〔§69〕的灵巧运用。法国作曲家德彪西（Claude Debussy, 1862～1918）的钢琴作品飘忽而又明亮的音色，既由于乐器发音的特质，更有赖于十二平均律的律制所使然。至20世纪，随着钢琴的进一步普及，由十二平均律奏出的曲调与和声已响遍寻常百姓家。

纯律和微音

§211. 在欧洲，纯律可以远溯至古代希腊公元前1世纪〔§178〕。以后在文艺复兴（1430～1650）时期，在器乐与声乐上都积极加以应用〔见§190、§195〕。当时在器乐上反映纯律，曾应用多种中庸全音律。尽管如此，仍然不能完全符合纯律〔§193〕。所以从16世纪起，一直有人继承前人〔§184〕就多种乐器从事于纯律的研究、探索和实验。

小提琴方面，美国音乐学家博伊登（David D. Boyden, 1910～ ）于1951年发表论文说，根据18世纪一些小提琴家的著作，证明当时的意大利小提琴家杰米尼阿尼（Francesco Geminiani, 1687～1762）和塔蒂尼〔§219〕都能在纯五度调音的小提琴上，适应和声与曲调的需要，奏出纯律的音程。

拨弦乐器方面，T.汤普森（Thomas Thompson）于1829年制成一把纯律吉它，在指板上面装置适应纯律的精密品条。萨利纳斯〔§193〕曾提出在维乌埃拉琴等有品拨弦乐器上应用“三十一平均律”〔参见§212-例108〕。

§212. 其它纯律乐器大多在键盘乐器上通过细分的白键和黑键奏出由各种“微音”（microtone）① 构成的各种律数的平均律。

① 微音泛指小于半音的音，或由全音划分而成的微小音程〔见§216〕。

例如，奥地利人埃尔萨茨①(Elsaz)约在 159(年提出“十九平均律”(相当三分之一音差中庸全音律〔§ 193〕)。每律计 *63.15* 音分。全音用三律，计 *189.45* 音分；半音用二律，计 *126.30* 音分。20世纪这种律制引起一些人的注意，并加以发展。

荷兰数学家兼音乐理论家胡希根斯 (Christiaan Huygems, 1629～1695)根据维琴蒂诺〔§ 185〕提出的把大半音分为三律的原理(按这原理，全音可以用五律)，于 1661 年提出“三十一平均律”。每律计 *38.71* 音分。全音不分大小，都用五律，计 *193.55* 音分；半音(大半音)用三律，计 *116.13* 音分。荷兰物理学家兼声学家福凯(Adriaan Daniel Fokker, 1887～1972)于 1950 年照此律制建造一架管风琴，用特别设计的键盘。

比利时数学家兼地理学家麦卡托 (Gerard Mercator, 1512～1594)提出“五十三平均律”。每律计 *22.64* 音分，即每一律几乎都相当一个普通音差(*22*音分)。全音不分大小，用九律，计 *203.76* 音分；半音用四律，计 *90.56* 音分。

现在把三种平均律所构成的大小音阶与纯律及五度相生律比较，作图如下例108。每行横线表示一种律制；线上数字为律数，线下数字为音分。纯律和毕达哥拉斯律则记在另一条线上。

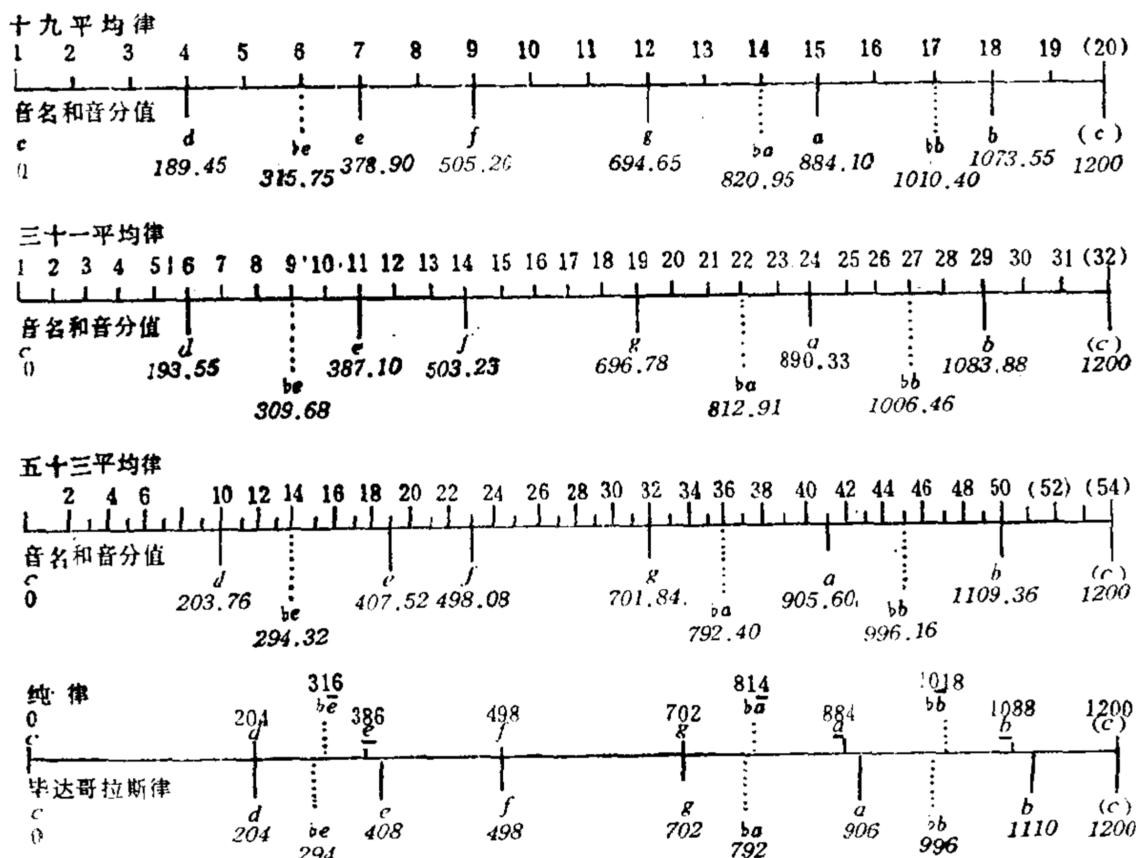
从下例看来，十九平均律和三十一平均律，都比较接近纯律，而五十三平均律则接近毕达哥拉斯律。由于五十三平均律每一律几乎都相当一个普通音差，所以，这种制度只要在某种音程中变动律数，就可以适应纯律。这样，五十三平均律既能解决毕达哥拉斯律和纯律本身存在的矛盾，又能解决两种律制之间存在的矛盾。这种律数繁多的律制，在乐器制造方面或在演奏实践方面，都会发

---

① 据梅桑纳〔§ 188〕说，法国管风琴家兼作曲家蒂特卢兹 (Jehan Titelouze, 1562～1633)曾有一架用十九平均律调音的羽管键琴。这种律制，究为何人首创，尚无定论。

生一些困难，但可以在律学上作为科学实验之用（个别付诸实用〔参见 § 283〕)。

例 108



§ 213. 以后尚有多人以微音构成各种平均律，以期解决纯律问题。

匈牙利数学家兼钢琴家杨科(Paul von Janko, 1856～1919)提出“四十一平均律”。每律计 *29.27* 音分。大全音用七律，计 *204.89* 音分。小全音用六律，计 *175.62* 音分。大半音用四律，计 *117.08* 音分。杨科照这种律制于 1890 年制成一架立式钢琴，有六排键盘，各相邻键盘所发之音，都稍高一点。

索韦尔〔§ 194〕提出“四十三平均律”。每律计 *27.91* 音分。大全音用七律，计 *195.37* 音分。小全音用六律，计 *167.46* 音分。半音用四律，计 *111.64* 音分。

英国物理学家博赞克特(R. H. M. Bosanquet)于1876年提出“五十三平均律”。每律计22.64音分。大全音用九律。大半音用五律，计*113.20*音分。

博赞克特的五十三平均律，与麦卡托的五十三平均律〔见§212-例108〕在律制上是一样的。博赞克特主张在纯律大音阶中把七倍音用作属七和弦的七音〔见§85〕。他称这个七音为“和声七度”。他认为属七和弦用这个和声七度，声音才能和谐。博赞克特根据五十三律，制成一架“微音差风琴”(enharmonic harmonium)，这架风琴有四个八度半，每个八度有十二个键；键盘共有七排，所以每个八度内即有八十四个键。

§214①. 纯律的律数，随着调的增加而无限地扩张〔§103〕。日本物理学家兼音乐理论家田中正平(Tanaka Shōhei, 1862～1945)于1890年在德国发表“五十三纯律”。这种纯律利用两种极小的音差的变换，把律数加以限制，解决了纯律律数无限扩张的问题。

(1) 第一种变换叫做“斯基斯马变换”。“斯基斯马”(schisma)就是相距八个纯五度又一个大三度的两音之差〔参见§92，纯律音系网〕，如下例:

例 109

(1)

$\flat\bar{f}$ —— $\flat\bar{c}$ —— $\flat\bar{g}$ —— $\flat\bar{\bar{d}}$ —— $\flat\bar{\bar{a}}$ —— $\flat\bar{\bar{e}}$ —— $\flat\bar{\bar{b}}$ —— $\bar{f}$ —— $\bar{c}$ / [illegible]

(2)

$\underline{\underline{d}}$ —— $\underline{\underline{a}}$ —— $\underline{\underline{e}}$ —— $\underline{\underline{b}}$ —— $\sharp\underline{\underline{f}}$ —— $\sharp\underline{\underline{c}}$ —— $\sharp\underline{\underline{g}}$ —— $\sharp\underline{\underline{d}}$ —— $\sharp\underline{\underline{a}}$ / $\times\underline{\underline{\underline{c}}}$

(3)

$\underline{\underline{g}}$ —— $\underline{\underline{d}}$ —— $\underline{\underline{a}}$ —— $\underline{\underline{e}}$ —— $\underline{\underline{b}}$ —— $\sharp\underline{\underline{f}}$ —— $\sharp\underline{\underline{c}}$ —— $\sharp\underline{\underline{g}}$ —— $\sharp\underline{\underline{d}}$ / $\times\underline{\underline{\underline{f}}}$

产生公式和频率比〔参见§93〕是:

---

① 本条根据田中正平著《日本和声的基础》(1940年)内有关资料写成。

$$\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^8 \times \frac{5}{4}}{2^5} = \frac{32805}{32768}$$

音分值计 *1.953* 音分(即 2 音分)

即 *e* 音比 ♭*f* 音高一个斯基斯马，×*c* 音比 *d* 音 高一个斯基斯马。这个斯基斯马只有最大音差（*24* 音分）的十二分之一。斯基斯马如此之小，不易为人耳所察觉，因此凡遇相差一个斯基斯马的两音，都可以互相变换，这就是“斯基斯马变换”。在下面例111，中央菱形内，上方第一行(低三音差列〔参见 § 92，纯律音系网〕)右端×*f* 音，倘再向右加五度（×*c* 音)，就可以换为 *d* 音。×*c* 音—*d* 音相差一个斯基斯马〔见上例 109[2]〕，即 ×*c* 音比 音高一个斯基斯马，所以 ×*c* 音换为 *d* 音时，这 *d* 音须升高一个斯基斯马；这时用＋s 为记。第二行(低二音差列)左端 *d* 音，倘再向左加五度(*g* 音)，就可以换为 ×*f* 音。×*f* 音比 *g* 音高一个斯基斯马〔见例 109[3]〕，所以 *g* 音换为 ×*f* 音时，这 ×*f* 音须降低一个斯基斯马；用－s 为记。其余各音列，均同此。

早在 1726 年时，拉莫〔§ 218〕曾发现这个音差，他称它为“小微音差”(semicomma minime)。这个音差实际就是最大音差减去普通音差所余下的差数：

$$\frac{531441}{524288} \div \frac{81}{80} = \frac{32805}{32768}$$

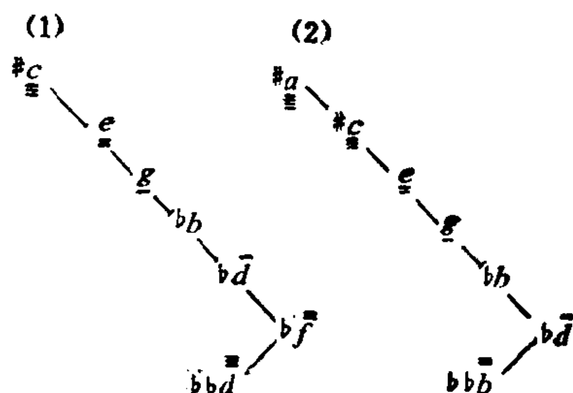
按音分值计算，即：

24音分(最大音差)－22音分(普通音差)＝2音分

又，赫尔姆霍茨〔§ 26〕有一条定理说：“在五度音列上，相隔八个五度级的两音，与纯律大三度几乎完全相同”。这就是说，在例 109[1]，从 *c* 音到 ♭*f* 音，与从 *c* 音到 *e* 音(这是纯律大三度)，几乎完全相同。这个“几乎完全相同”，即指相差一个小微音差（斯基斯马)。

（2）第二种变换叫做“克来斯马变换”。“克来斯马”(kleisma)是相距一个大三度又五个小三度的两音之差〔见§92，纯律音系网〕，如下例：

例 110



产生公式和频率比是：

$$\frac{5}{4}\div\left(\frac{6}{5}\right)^{5}\times 2〔参见\ §93〕=\frac{15625}{15552}$$

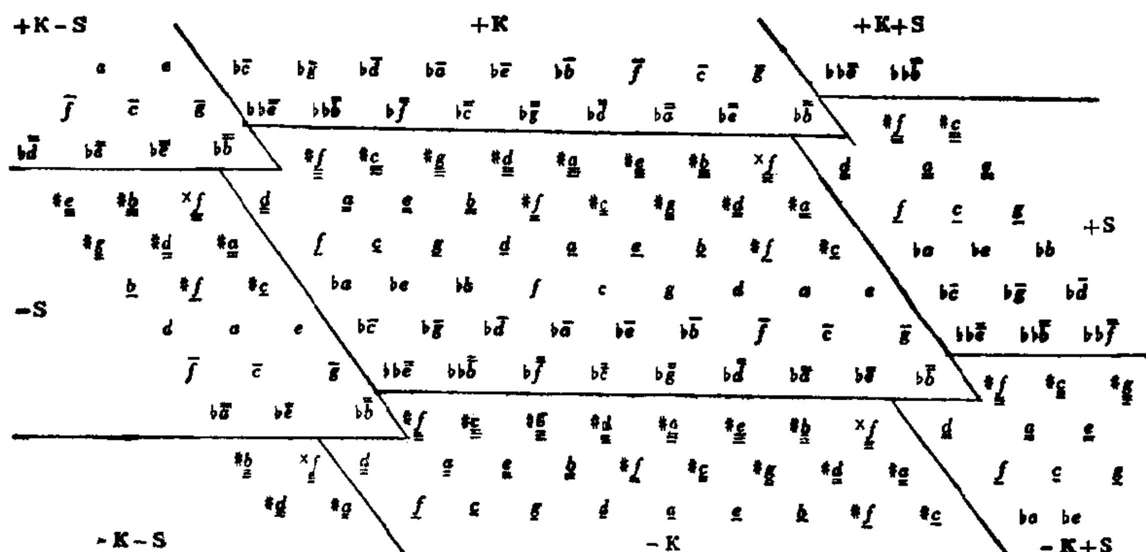
音分值计 *8.107* 音分(即 *8* 音分)

即$\sharp\underline{\underline{c}}$音比$\flat\flat\overline{\overline{d}}$音高一个克来斯马，$\sharp\underline{\underline{a}}$比$\flat\flat\overline{\overline{b}}$高一个克来斯马。这个克来斯马只有最大音差(*24* 音分)的三分之一。拉莫也曾发现这个音差，他称它为“大微音差”(semicomma majeur)。凡遇相差一个克来斯马的两音，都可以互相变换，这就是“克来斯马变换”。在下面例 111，中央菱形内，最下一行(高二音差列)左方第三律$\flat\overline{\overline{f}}$音，倘向左下加一个大三度($\flat\flat\overline{\overline{d}}$音)，就可以换为$\sharp\underline{\underline{c}}$音。$\sharp\underline{\underline{c}}$音比$\flat\flat\overline{\overline{d}}$音高一个克来斯马〔见例 110⁽¹⁾〕，所以$\flat\flat\overline{\overline{d}}$音换为$\sharp\underline{\underline{c}}$音时，这$\sharp\underline{\underline{c}}$音须降低一个克来斯马；用 −K 为记。例 111 中央菱形内最上一行(低三音差列)左方第二律$\sharp\underline{\underline{c}}$音，倘向左上加小三度($\sharp\underline{\underline{a}}$)，就可以换为$\flat\flat\overline{\overline{b}}$。$\sharp\underline{\underline{a}}$比$\flat\flat\overline{\overline{b}}$音高一个克来斯马〔见例 110⁽²⁾〕，所以$\sharp\underline{\underline{a}}$换为$\flat\flat\overline{\overline{b}}$音时，这$\flat\flat\overline{\overline{b}}$音须升高一个克来斯马；

用＋K 为记。

还有中央菱形的四个角上，同时用斯基斯马变换和克来斯马变换，例如＋K－S、＋K＋S……，其理亦同。只是＋K＋S或－K－S 的双重变换，差数最大，约如最大音差的$\frac{5}{12}$($\frac{1}{12}+\frac{1}{3}=\frac{5}{12}$)。以$c$音为中心，构成五十三纯律，如下例：

例 111



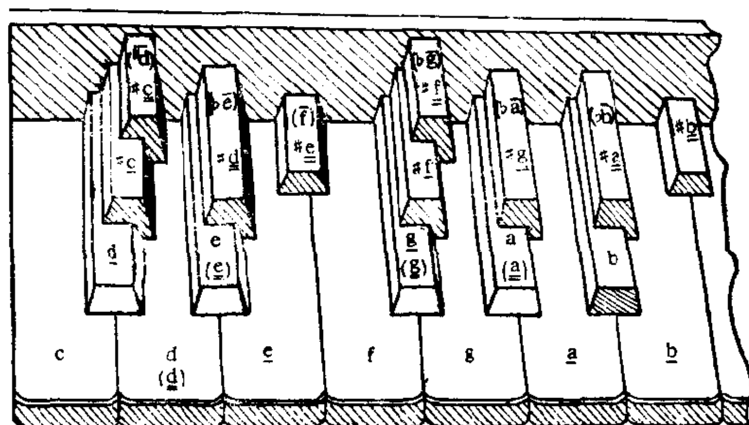
田中正平主张在纯律中用自然七度〔§ 85〕来构成大小调中的属七和弦。他认为，例如在C大（c小）调中构成属七和弦 g—$\underline{b}$—$\underline{d}$—f 时，如果在属和弦中混入下属和弦的音(f)，将引起强显的不协和性，所以这个七音(f)须用自然七度。为了避免在五十三纯律之外再增加律数，他提出用 $\sharp\underline{\underline{e}}$ 音来代替 f 音，作为 g 音的自然七度。即$\sharp\underline{\underline{e}}$ 音作为 g 音的自然七度的代用音。

这个 $\sharp\underline{\underline{e}}$ 音在 g 音上方；从 g 音出发至 $\sharp\underline{\underline{e}}$ 音，频比率为$\frac{225}{128}$，计 976 音分。自然七度是 969 音分。即$\sharp\underline{\underline{e}}$ 音比自然七度高 7 音分。

田中正平根据五十三纯律制成一架风琴，名为"微音差风琴"(enharmonium)。这风琴的键盘，除了普通七个白键和五个黑键外，又加四个小白键和五个小黑键(共二十一个键)，再用杠杆装

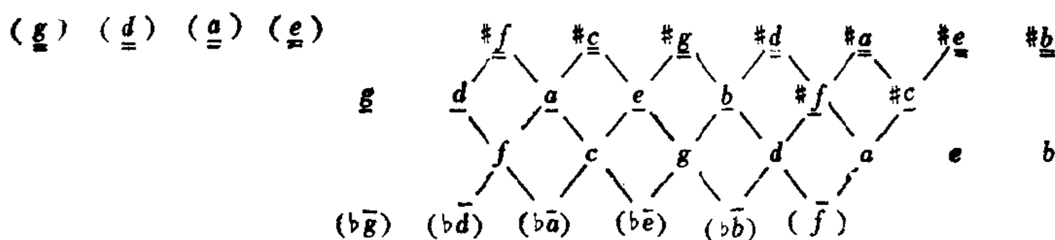
置，由膝部操纵，产生另外十律(下图中有括弧为记)。以上共三十一律。此外，把全部键盘向左右移动，可以使所有的音全部升高或降低半音、全音等。键盘图如下：

例 112



这个键盘包含如下的三十一律，带括弧的律是由杠杆操纵而产生的律。

例 113



上举各种律数繁多的律制，无论在乐器制造方面或演奏实践方面(即使应用机械辅助)，都会发生困难，但可以在律学上作为科学实验之用。

§ 215. 挪威作曲家格罗文 (Eivind Groven, 1901～　　)于1939年首创一种纯律簧风琴，八度内设三十六律，用通常的键盘，演奏时能自动调节，发出纯律音程与和声。他于1954年照同样的方式，制造一架管风琴，今在奥斯陆的法盖贝格教堂。又于1965年制成一架电子管风琴，八度内设四十三律，今在奥斯陆的瓦莱伦

森教堂。后又结合他的发明，于1970年制成一架纯律的管风琴。格罗文的纯律键盘乐器的特征是，演奏时与通常的键盘乐器完全一样，无任何困难。

§216. 19世纪末至20世纪前期，有些作曲家以微音〔§212〕为素材进行创作。这里所称微音，是把十二平均律全音（包括半音）细分为若干小音程。例如，捷克作曲家哈巴（Alois Hába，1893～1973）于1917年用“四分音”（即半音之半）首次写作一首弦乐队组曲。意大利作曲家布索尼（Ferruccio Busoni，1866～1924）把全音分为三个音、五个音和六个音（分别称为“三分音”、“五分音”和六分音”）。为演奏他的作品，曾于1191年特制两架六分音簧风琴。墨西哥作曲家卡里罗（Julián Carrillo，1875～1965）把全音分为四个音、八个音和十六个音（分别称为“四分音”、“八分音”和“十六分音”）。他早在1895年应用微音于小提琴；1930年用于合奏。又于1940年设计制造微音钢琴。

为解决大小音阶和民族调式而用微音密律（包括纯律和律数繁多的各种平均律）〔§185、§212、§213、§214〕与用微音进行创作和演出，同是运用微音，但两者目的不同，效果亦异，有根本性的区别。

与律学有关的科学研究成果

§217. 倍音〔§7〕的发现对律学与音乐声学都起了极大的作用。它是制定各种律制（毕达哥拉斯律、纯律、中庸全音律〔§190〕和不规则律〔§198〕）的根据；也是产生各种音程（纯五度、纯四度、大小三度、全音、半音和四分之三音〔§225〕）的依据。此外，音色也决定于一音中某些倍音的存在和强度〔§8〕。音高不定而有一定音色的打击乐器，则是由非整数倍的倍音所决定〔§14〕。

倍音的原理是在17世纪由梅桑纳〔§188〕首先发现；他是从

弦振动的现象发现这一原理的。后由索韦尔〔§ 194〕对倍音以及有关倍音的一些名词(如节点、腹点〔§ 6〕)加以详释。18 世纪赫尔姆霍茨〔§ 26〕对倍音作了大量的开发工作。他用自己发明的共鸣器〔§ 26〕审听倍音，并细察倍音在音色方面所起的作用。拉莫首次把倍音原理应用于和弦的构成。

§ 218. 法国作曲家兼音乐理论家拉莫 (Jean-Phillippe Rameau, 1683～1764)深受法国启蒙运动思想家笛卡尔 (René Descartes, 1596～1650) 的影响，以声学作为和声理论的基础。拉莫的重要论著《基于自然法则的和声论》(1722年)对当时的主调音乐给予有力的理论建设，奠定了近代和声学的理论基础。他根据札利诺〔§ 187〕提出的和弦原理〔§ 189〕，再凭“八度近似性”〔§ 307〕，把各种转位和弦，归纳于同一和弦。例如，把 *e—g—c* 和 *g—c—e* 和弦都视为具有同一根音 *c* 的 *c—e—g* 和弦。拉莫首次把倍音的原理应用于和弦的构成。他阐明大三和弦(例如 *c—e—g*) 各音所以和谐，是由于和弦中上方两音与根音所含的倍音相一致的缘故〔见§ 7-例 2〕。拉莫把大三和弦的构成，归因于倍音，使札利诺的大三和弦的构成原理〔§ 189〕得到新的科学论据。至于小三和弦，拉莫原先根据倍音原理，只是把倍音原来的排列次序加以变换。由于此说应用札利诺的二元论〔见 § 189，注①〕，而当时二元论尚未被普遍承认，遂改为由倍音列中十倍音、十二倍音和十五倍音构成。又拉莫将“主和弦” 及其上方五度的“属和弦”与下方五度的“下属和弦”共三个主要和弦作为基础，建立起近代和声体系。

§ 219. 当两个不同高度的音同时发生时，我们能听到“合成音”(combination tone)，它分为“差音”和“合音”两种。

当两个不同高度的音用强音量同时发音时，我们能听到该两音的频率差数的音和频率合数的音。频率差数的音称为“差音”(differential tone)；频率合数的音称为“合音” (summational

tone)。合成音是差音和合音的总称。

先用实例说明差音。下例第一小节，c^1 和 g 两音同时发音时，能听到该两音的频率差数的音C音。又倒数第二小节，c^1 和 $\underline{e}^2$ 两音同时发音时，能听到该两音的频率差数的音 g^1 音。差音通常是低音，比两个原音为低〔见下例第一小节至第八小节〕；但是也有介于两个原音之间的〔见下例最后两小节〕。

下例高音谱表下面的数字，表示两音的频率及其差数；低音谱表下面的数字是谱上所记的音的实际频率。上面一行的频率差数与下面一行的实际频率，不是完全符合的，但所差甚微。例如第四小节，$\underline{e}^1$—g^1 的频率差数是 65.407，而低音C^1 音的频率是 65.406。例中各音频率都按纯律计算。

例 114

	1	2	3	4	5
原音					
频率及其差数	261.63 (c^1) −196.22 (g) 65.41	348.84 (f^1) −261.63 (c^1) 87.21	327.0375 ($\underline{e}^1$) −261.63 (c^1) 65.387	392.4445 (g^1) −327.0375 ($\underline{e}^1$) 65.407	392.4445 (g^1) −261.63 (c^1) 130.81
差音					
频率	65.406	87.206	65.406	65.406	130.81

6	7	8	9	10
327.0375 ($\underline{e}^1$) −196.22 (g) 130.81	523.26 (c^2) −327.0375 ($\underline{e}^1$) 196.22	436.05 ($\underline{a}^1$) −261.63 (c^1) 174.42	654.075 ($\underline{e}^2$) −261.63 (c^1) 392.45	523.26 (c^2) −196.22 (g) 327.04
130.81	196.22	174.41	392.45	326.97 ($\underline{e}^1$)

差音为意大利作曲家、小提琴家兼音乐理论家塔蒂尼（Giuseppe Tartini，1692～1770）于1714年所发现，故亦称“塔蒂尼音”。

差音较弱，要注意听辨，才能听到。尽管如此，差音对小提

琴上演奏“双音”的技术，还是有一定的帮助。一直有人强调差音的作用，认为它是小提琴演奏上校正三度和六度双音的有效方法。

合音与差音相反，当两个不同高度的音用强音量发音时，我们稍能听到该两音的频率合数的音。例如上例第一小节，c^1(频率为 261.63)和 g(频率为 196.22)两音同时发音时，能听到该两音的频率合数 (457.85)的音 ↓♭b^1(倍音列中七倍音；这个七倍音频率为 457.85)。

$$261.63(c^1\text{音的频率})+196.22(g\text{音的频率})=457.85$$

合音为赫尔姆霍兹〔§ 26〕所发现。合音极弱，不易听到。

合成音除上述的一次合成音(包括差音和合音)外，尚有二次、三次等合成音。但是这些合成音不是重复八度，就是较为混杂，而且次数愈多则愈甚。举差音为例，二次差音由二倍下方原音频率减去上方原音频率而得。如例 114，第一小节，$196.22\times2-261.63=130.81$，合于 c 音。又可由二倍上方原音频率减去下方原音频率而得。同例，$261.63\times2-196.22=327.04$，合于 $\underline{e}^1$ 音。

二次合音，照此推算。

第八章　阿拉伯-伊朗律学简史

§220. 阿拉伯和波斯（今伊朗）古时合为一体而以阿拉伯为代表〔见§236〕，有着高度发展的文化传统。用阿拉伯文写成的古代哲学、数学和文学的文献，极为丰富。在乐制方面，阿拉伯和波斯都以"四分之三音"〔详见§224〕为主要特征，世称"阿拉伯-伊朗乐制体系"。根据当代音乐民族学家的考察，发现许多以阿拉伯民族为主体的国家，如西亚的伊拉克、叙利亚、约旦和利比亚，北非的埃及、阿尔及利亚和摩洛哥，它们在乐制方面多少都受阿拉伯-伊朗传统音乐的影响；西亚诸国甚至在音乐革新方面也追随阿拉伯，尽管阿拉伯本身对如何革新尚有争议。

阿拉伯的民族乐制

§221. 阿拉伯人从伊斯兰教诞生以前的蒙昧时期（公元622年以前），已有多种为歌唱伴奏的乐器。例如，拨弦乐器"乌德琴"（'ūd〔阿〕）的前身乐器、由波斯传入的"巴巴特琴"（barbat〔阿〕）和"冬不拉琴"（dömbra〔阿〕）；多弦击奏乐器"卡侬琴"（qānün〔阿〕）；拉弦乐器"拉巴卜琴"（rabāb〔阿〕）（8世纪时传入欧洲，有人认为它是小提琴类乐器的远祖）；吹奏乐器笛子、唢呐、双管；① 打击乐器定音鼓、铃等。

伊斯兰教诞生和四代正统哈里发时期（公元632～661年），音

① 这些乐器，在阿拉伯均有专名。

乐时而遭禁止(主要因为许多歌曲充满了伤感、轻佻、颓废等内容或情调),时而又提倡(因为抑扬动听的歌曲给人的以欢乐,特别是赞美歌等纯朴的风格)。几番反复,终于在第四代哈里发(公元656～661年)时期,音乐受到极大的支持和鼓励,音乐家地位提高,不再像蒙昧时期音乐被鄙视为奴隶歌手的玩艺;并成立了音乐家和歌唱家的机构(公元656年以前)。朗读"古兰经"越来越接近歌唱,使阿拉伯音乐起着与各伊斯兰教国家联系在一起的作用。

到了伍麦叶王朝(公元661～750年),阿拉伯音乐得到全面的发展。政府对音乐和文艺活动制定奖励制度,给音乐家以优厚的待遇。歌唱家常能演奏一种至数种乐器。音乐家在国内外旅游,吸收了波斯和希腊等地的乐曲、调式、乐制和乐器演奏等,丰富了阿拉伯音乐。人们称这个时期是阿拉伯民族音乐的春天。

阿巴斯王朝(公元750～1258年)将中央势力东移至伊拉克,建都于巴格达,文学艺术进一步繁荣,音乐艺术更是蓬勃发展,音乐体裁迅速繁衍,乐器种类大大增加,器乐得到发展。涌现出一批优秀的作曲家、音乐理论家、歌唱家和乐器演奏家,人才济济。乐坛出现一派空前的昌盛景象。人们称阿巴斯王朝是阿拉伯音乐的黄金时代。当时阿拉伯传统音乐多受波斯的影响,音乐理论则受希腊——特别是毕达哥拉斯学派〔§175〕的影响。

§222. 古代阿拉伯的律学极其发达。阿拉伯人有一种"测音学"(messel theory),专事测量音律。他们不仅知道八度、纯五度和纯四度的协和,而且知道处理四分之三音。根据测音学,要想产生纯四度,就把一弦舍其$\frac{1}{4}$,取其$\frac{3}{4}$。看§7-例2,以C音为基础,弦的$\frac{1}{3}$,发生g音(三倍音),弦的$\frac{1}{4}$,发c^1音(四倍音);所以c^1音的弦长,就是g音的弦长的$\frac{3}{4}$。以g音为基础,g音的弦长的$\frac{3}{4}$,发生纯四度的c^1音。阿拉伯人就用这个纯四度,作为生律的基础;即四度依次相生,而成各律,一如五度相生法〔参见第三章,§57〕。

他们用这种“四度相生法”，最初产生九律。用今日音名来表记，如下例：

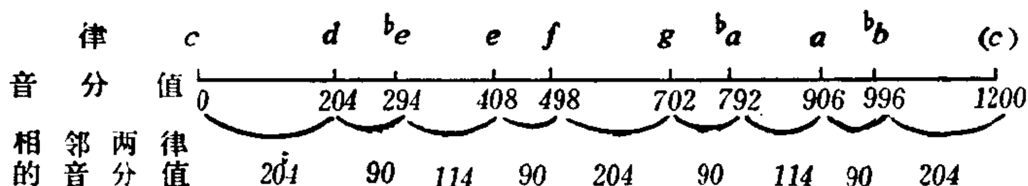
例 115

四度音列

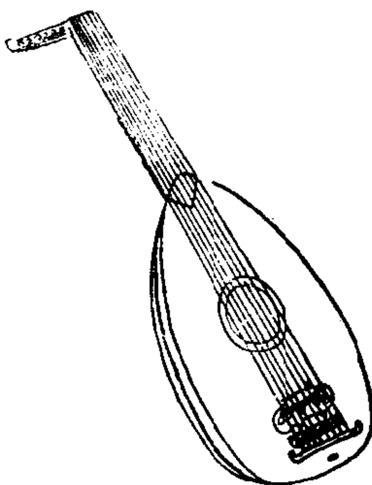
e —— *a* —— *d* —— *g* —— *c* —— *f* —— ♭*b* —— ♭*e* —— ♭*a*

把上例中各音照高低次序排列起来，如下例：

例 116



纯四度是纯五度的转位，所以四度相生法实质上无异于五度相生法。上例从相邻两律间的音分值看来，与五度相生律完全相同〔参见第三章，§ 73-例 27〕。但是四度音列〔例 115〕所含之音与五度音列所含之音，在一定范围内，是不相同的。就是说，从同一音(例如 *c* 音)出发，四度相生法所生之律，与五度相生法所生之律，在一定范围内是不相同的。



乌德琴

§ 223. 古代阿拉伯乐制与乌德琴紧密联系，乌德琴的定弦和指位(手指按弦位置)是乐制的基础。因此，乌德琴上有系统的指位，即表示一种乐制。上面例116即凭阿拉伯宫廷乐师、阿拉伯传统音乐拥护者迈乌西利(Ishāg al-Mawsilī，767～850)在乌德琴上用四度定弦和各指位〔见下面例 117〕而定。不过在乌德琴第二弦

和高音弦上多♭d 和♭g两音。又低音弦中指指位所发之音，与第一弦空弦之音相同；其余各弦均同此。例中音名只是为读者易于了解而列，并非音名固定如此，而在音程、音分不变的范围内可以变动。例中所列音分值，均表示与 *c* 音的音高距离。以下各例均同此。

例 117

	低音弦		第三弦		第二弦		高音弦	
空弦	C	(*0*)	F	*498*	♭B	*996*	♭e	*294*
食指	D	*204*	G	*702*	*c*	*1200* (=*0*)	f	*498*
中指	♭E	*294*	♭A	*792*	(♭d)	*90*	(♭g)	*588*
无名指	E	*408*	A	*906*	d	*204*	g	*702*
小指	(F)	*498*	(♭B)	*996*	(♭e)	*294*	♭a	*792*

§ 224. 上例中奏出 ♭E 和 ♭A 两音的中指指位，称为“古代中指”(ancient middle finger)。古代阿拉伯人出于民族音律的听觉习惯，对于古代中指奏出的 ♭E 和 ♭A 两音，觉得太低；于是就把这两个音的指位稍移高，使 ♭E 音由原来的 *294* 音分提高到 *303* 音分(升高 9 音分)，使 ♭A 音由原来的 *792* 音分提高到 *801* 音分(也是升高 9 音分)。经过调整的稍高的 ♭E 和 ♭A 两音的指位，称为“波斯中指”(persian middle finger)。

古代阿拉伯人对波斯中指所产生的 ♭E 和 ♭A 两音，还是觉得太低，要求再升高一点。8 世纪时，波斯乌德琴名手兼音乐理论家

札尔札尔(Mansūr Zalzal al-Dārib〔al-Dārib 意为"演奏家"〕,生年不明,卒于公元 791年)有鉴于此,加以改革。他把原来九律中♭E 和 E 音一起删去,代之以介于该两音之间的"中立音"(neutral tone)的 dE 音(d 表示降低半音之半),即表示降低四分音(quarter tone)〔§ 225〕;同时把♭A 和A也一起删去,代之以中立的 dA 音。这两个中立音分别称为"中立三度"(neutral third)(与C音的频率比是$\frac{27}{22}$,计 *355* 音分)和"中立六度"(neutral sixth)(与C音的频率比是$\frac{18}{11}$,计 *853* 音分)。奏出两个中立音的指位称为"札尔札尔中指"(Zalzal middle finger)。这样,中指共有三个不同高度

例 118



的指位，如上例 118 所示。(也有记载表明，从古代中指至札尔札中指之间，可以有五个不同高度的指位。与此相联系的中立音音程亦起变动〔见 § 243〕)。换入札尔札尔中指指位的乌德琴称为“完整的乌德琴”；札尔札尔亦以改革乌德琴、保护住阿拉伯、波斯的音乐特性及于乐制，而留芳后世。

§ 225. 前面 § 222-例 116，由于中立音(包括中立三度和中立六度)的介入，就构成这样的七声音阶：

例 119

音阶	c	d	^{d}e	f	g	^{d}a	$^{\flat}b$	(c)
音分值	0	204	355	498	702	853	996	1200
相邻两律的音分值	204	151	143	204	151	143	204	

这种音阶的特点，是具有 d—^{d}e、^{d}e—f 等特殊音程。d—^{d}e 的音程值是 *151* 音分(频率比$\frac{12}{11}$)，^{d}e—f 的音程值是 *143* 音分 (频率比$\frac{88}{81}$)，它们约等于全音(*204* 音分)的四分之三，所以称为“四分之三音”(three-quarter tone)。g—^{d}a、^{d}a—$^{\flat}b$ 之间，也是这种四分之三音。依据四分之三音，还可以派生出“四分音”(即半音之半，音程值约为 *50* 音分)和“四分之五音”(即全音加四分音) 之类音程。这一类特殊音程 (包括四分之三音、四分之五音和四分音等)，直至今日，仍为阿拉伯国家和混居着阿拉伯民族的国家的民族音乐的共同特征。

§ 226. 关于中立音的起源问题。可以认为，中立音发生于某些倍音，至少与倍音有关。律制中对倍音的应用，既有调整问题，又有选择问题〔参见第一章，§ 20〕。就四分之三音的本身来说，可以认为是十一倍音距十二倍音的音程；例如上项所述的 d—^{d}e 音程，频率比为$\frac{12}{11}$，证明它是十一倍音距十二倍音的音程。中立六度(*853* 音分)就其在音阶中的位置来说，可以认为与十三倍音(*841* 音分)

有一定的关系；就其频率比$\frac{18}{11}$看来，又可视为十一倍音距十八倍音的音程。

有关中立音的音程变动问题，见§243。

§227①. 至9世纪，肯迪〔§229〕摹拟乌德琴在D—E两指位之间存在三个中指指位〔见§224-例118〕，在C—D两指位之间也加入三个指位〔见下面例120〕。加入的三个指位，除第一指位（*90* 音分）与食指指位(D)距古代中指(♭E)（*295*－*204*＝*90* 音分）相同外，其它两个指位在音高比例上与波斯中指及札尔札尔中指均无共同之处。又，加入的三个指位虽含有毕达哥拉斯律制的因素，例如其中第一个指位（*90* 音分）为五度律小半音，第二个指位距第三个指位约为最大音差（*24*音分），但音高方面只是大体接近，含糊不明〔参见§228〕。如果要准确摹拟D—E两指位之间三个中指指位，应当如例120第二弦c—d之间三个中指指位（即分别为*90*、*99*、*151*音分）。

§228. 此后在9～10世纪间，出现阿拉伯哲学家、音乐理论家兼乐器演奏家法拉比（Abū Naṣr al-Fārābī[阿]，870～950）。他是一位博学多能、精通东方多种语文的学者，所著《音乐全书》② 广载10世纪以前阿拉伯各时代的音乐构成和特点、音阶的构成、乐器的性能和应用以及乐音的物理性质等。法拉比在迈乌西利〔§223〕提出的乌德琴的定弦和指位〔见例117〕的基础上，加入札尔札尔等三个中指指位〔§224-例118〕和肯迪加入的三个摹拟指位〔§227〕，并增加一条弦（最高音弦），使乌德琴的指位一再加多，构成一种极为复杂的乐制。如下例：

---

① §227—§229、§231和§233均参考赖特（O. Wright）为《新格罗夫音乐和音乐人名词典》（1980年）所撰"阿拉伯音乐"（Arab Music）条中有关资料写成。

② 《音乐全书》（Kitāb al-mūsiqi al-kabir〔阿〕）由代兰热〔§233〕译成法文，辑入《阿拉伯音乐》第一卷（1930年）和第二卷（1935年）。

例 120

	低音弦		第三弦		第二弦		高音弦		最高音弦	
空弦	C	(0)	F	498	♭B	996	♭e	294	♭a	792
食指	●	90	●	588	●	1086	●	384	●	882
	●	145	●	643	●	1141	●	439	●	937
	●	168	●	666	●	1164	●	462	●	960
	D	204	G	702	c	1200 (=0)	f	498	♭b	996
古代中指	♭E	294	♭A	792	♭d	90	♭g	588	♭c	1086
波斯中指	♭F	303	♭A	801	●	99	●	597	●	1095
扎尔扎尔中指	^{d}E	355	^{d}A	853	●	151	●	649	●	1147
无名指	E	408	A	906	d	204	g	702	c^1	1200 (=0)
小指	F	498	♭B	996	♭e	294	♭a	792	♭d^1	90

尽管法拉比在《音乐全书》中所述能结合当时的音乐，但是他的乐制却引起今人的争议。他所引进的肯迪的三个摹拟指位本身有无根据，已属可疑；更有人认为法拉比提出的乐制，其中有许多指位并非来自当时的实际音乐，而是凭臆断和数学演算而加入的。

§ 229. 9 世纪时，阿拉伯哲学家兼音乐理论家肯迪（Abū

Yūsuf al-Kindī, 790～874）供职于阿巴斯宫廷。当时从希腊通过翻译引进了各种理论，阿拉伯学者们研究如何使希腊哲学应用于阿拉伯。肯迪跻身于他们之间，深受希腊理论——特别是毕达哥拉斯学派〔§ 175〕的影响。肯迪的理论著作预示着阿拉伯音乐理论必将分为强调音程及音阶的数学分析与强调宇宙哲学的观点两种理论方法。后来大多数音乐理论家倾向于前者，只有少数人倾向于后者。肯迪本人则在乌德琴上除以纯理论方法处理指位外，并给琴弦蒙上一层宇宙哲学的外衣。他认为乌德琴的四条弦与黄道带、四行（地、水、火、风）、四季和四体液（血液、粘液、黄胆汁、黑胆汁，以前用此四液决定人的体质和性格）有关。他在乌德琴四条弦的纯四度定弦上，以毕达哥拉斯律制的两种半音（即五度律半音〔*90* 音分〕和五度律大半音〔*114* 音分〕）相间使用，安排

例 121

		低音弦		第三弦		第二弦		高音弦	
空弦		G	*702*	c	*0*	f	*498*	♭b	*996*
	90								
		♭A	*792*	♭d	*90*	♭g	*588*	b	*1110*
食指	*114*								
		A	*906*	d	*204*	g	*702*	c	*0*
	90								
中指		♭B	*996*	♭e	*294*	♭a	*792*	♭d¹	*90*
	114								
无名指		B	*1110*	e	*408*	a	*906*	d¹	*204*
	90								
小指		c	*0*	f	*498*	♭b	*996*	♭e¹	*294*

指位，如上例121。这种指位安排等于一种十二不平均律。例中低音弦左边所记音分值，即为相邻两指位之间的音分。其它各弦相同，只有高音弦第一指位 b 音（*1110* 音分）较高一个最大音差（*24* 音分）。

§ 230. 13世纪时，阿巴斯王朝最后一位重要音乐家——阿拉伯音乐理论家塞菲丁（Ṣafī al-Dīn al-Urmawi, 1230～1294）先在宫廷中任乐师等职，1258年阿巴斯王朝复灭后，他以才华出众，在新王朝的权贵家中执教。其间，塞菲丁为弟子撰写一部《作曲论》①（约1267年成书）；此前曾写成《曲调之书》（约1252年成书）。此二书均为塞菲丁的传世之作。塞菲丁提出根据四度相生法的十七不平均律，即把以前根据四度相生的九律〔§ 222〕再往下生八次，共得十七律，如下例：

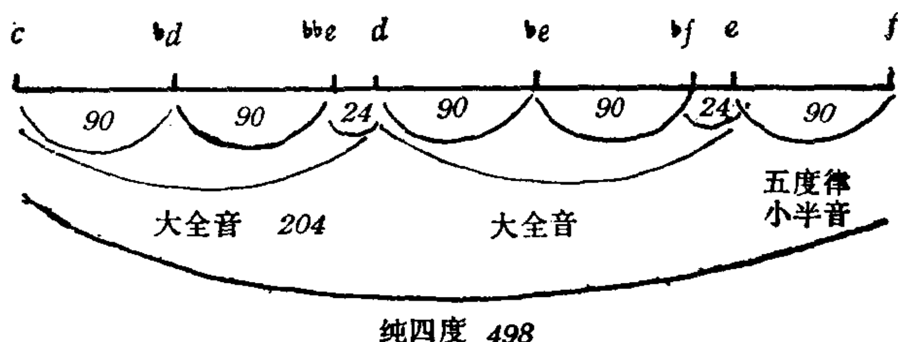
例 122

e—a—d—g—c—f—♭b—♭e—♭a—♭d—♭g—♭c—♭f—♭♭b—♭♭e—♭♭a—♭♭d.

把各律照高低次序排列起来，则如223页例125第一行所示。

这种十七律系根据一种四音列〔见后文 § 231〕构成。即〔见下例123〕由两个大全音（*204* 音分）和一个五度律小半音（*90* 音分）构

例 123



纯四度 *498*

① 《作曲论》（Al-rissāla al-sharafiyya〔阿〕）和《曲调之书》（Kitāb al-adwār〔阿〕）二书均由代兰热〔§ 233〕译成法文，辑入《阿拉伯音乐》，第三卷，1938年。

成四音列，而其中大全音又分为两个五度律小半音和一个最大音差(24音分)。

即十七律由两个上举四音列用叠接方式〔见§231〕相联结，加入一个大全音而成。

这种四音列与塞非丁制定的乌德琴上指位安排〔见下例124〕完全相同。而这种指位安排又与225页例125的十七律相符合，只删去两个指位(未用高音弦和最高音弦的第三指位)。

塞非丁企图用十七律解决阿拉伯民族律制的问题。尽管没有

例 124

	音程	低音弦	第三弦	第二弦	高音弦	最高音弦
空弦		C 0	F 498	♭B 996	♭e 294	♭a 792
	90	♭D 90	♭G 588	♭c 1086	♭f 384	♭♭b 882
食指	90	♭♭E 180	♭♭A 678	♭♭d 1176	● 474	● 972
	24	D 204	G 702	c 1200 (=0)	f 498	♭b 996
中指	90	♭E 294	♭A 792	♭d 90	♭g 588	♭c¹ 1086
无名指	90	♭F 384	♭♭B 882	♭♭e 180	♭♭a 678	♭♭d¹ 1176
	24	E 408	A 906	d 204	g 702	c¹ 1200 (=0)
小指	90	F 498	♭B 996	♭e 294	♭a 792	♭d¹ 90

例 125

十七律

律	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	(18)
音名	c	♭d	♭♭e	d	♭e	♭f	e	f	♭g	♭♭a	g	♭a	♭♭b	a	♭b	♭c	♭♭d	(c)
音分值	0	90	180	204	294	384	408	498	588	678	702	792	882	906	996	1086	1176	1200

相邻两律的音分值

90 90 24 90 90 24 90 90 90 24 90 90 24 90 90 90 24

各种调式

（1）乌沙克调式（uschāq）

1	2	3	4	5	6	7	(8)
c	d	e	f	g	a	♭b	c

（2）奈瓦调式（nawā）

1	2	3	4	5	6	7	(8)
c	d	♭e	f	g	♭a	♭b	c

（3）布塞利克调式（būsalīk）

1	2	3	4	5	6	7	(8)
c	♭d	♭e	f	♭g	♭a	♭b	c

（4）拉斯特调式（rāst）

1	2	3	4	5	6	7	(8)
c	d	♭f	f	g	♭♭b	♭b	c

（5）伊拉克调式（irāq）

1	2	3	4	5	6	7	8	(9)
c	♭♭e	♭f	f	♭♭a	♭♭b	♭b	♭♭d	c

（6）伊斯法汉调式（isfahān）

1	2	3	4	5	6	7	8	(9)
c	♭e	♭f	f	g	♭♭b	♭b	♭♭d	c

（7）济拉夫坎德调式（zīrāfkand）

1	2	3	4	5	6	7	8	(9)
c	♭♭e	♭e	f	♭♭a	♭a	♭♭b	♭b	c

（8）布祖尔克调式（buzurk）

1	2	3	4	5	6	7	8	(9)
c	♭♭e	♭f	f	♭♭a	g	a	♭c	c

（9）赞库莱调式（zenkūla）

1	2	3	4	5	6	7	(8)
c	d	♭f	f	♭♭a	♭♭b	♭b	c

（10）拉哈维调式（rahāwī）

1	2	3	4	5	6	7	(8)
c	♭♭e	♭f	f	♭♭a	♭a	♭b	c

（11）胡赛尼调式（husaynī）

1	2	3	4	5	6	7	(8)
c	♭♭e	♭e	f	♭♭a	a	♭b	c

（12）希贾济调式（hijāzī）

1	2	3	4	5	6	7	(8)
c	♭♭e	♭e	f	♭♭a	a	♭b	c

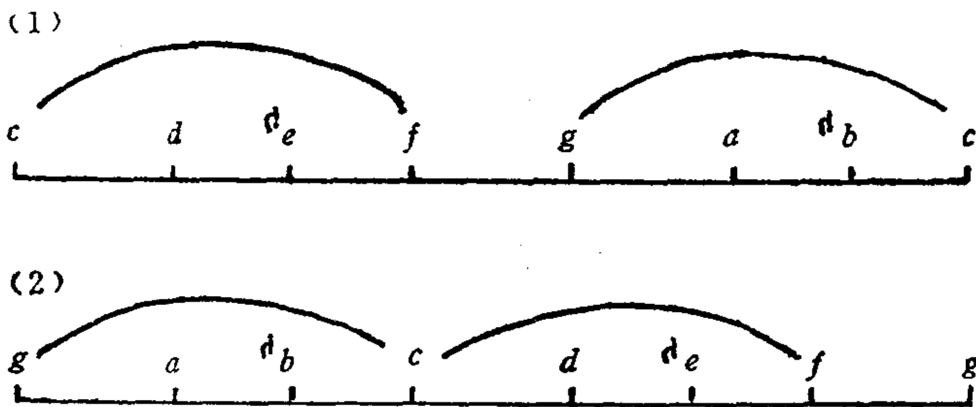
§ 230

达到相应的目的，但这种律制在18世纪以前盛行于阿拉伯国家。

现将十七律与塞非丁所记录的十二种主要调式相配合，列表如上例125。各调式名称的来源见§233。

§231. 阿拉伯音乐理论家常仿效古代希腊音乐理论，在律制上用四音列〔见§176〕作为基础，以连接或叠接方式〔见§177〕，联结两个相同或不同的四音列而构成调式。例如，同一“拉斯特”(rāst)四音列，用连接方式而成下例(1)；用叠接方式则成下例(2)〔参见§225-例119〕。

例 126



有时略有变化，例如塞非丁所用的四音列〔§230-例123〕由 *c—d—e—f* 构成，而 *c—d* 和 *d—e* 之间又分为若干音。这种四音列是乌德琴上其它各弦指位的基础。相同的情况见于§223-例117、§224-例118等。四音列不管其中分成若干更小的音程，也不管用连接或叠接方式联结，四音列首尾两音必为纯四度音程(除极少数例外)。

§232. 19世纪中叶，阿拉伯人民反抗奥斯曼帝国的统治；随着政治上迸发出民族独立斗争，文化方面展开一场复兴阿拉伯民族文化和民族艺术的运动，这就是阿拉伯的“文艺复兴”。

塞非丁的十七律〔§230〕，严格地说，不完全符合阿拉伯民族的

中立音，不能满足阿拉伯人的听觉习惯。十七律中$\flat f$和$\flat\flat b$两音，对中立音来说，都失之过高。中立三度是355音分，而$\flat f$是384音分；中立六度是853音分，而$\flat\flat b$是882音分。

直至19世纪，阿拉伯（一说黎巴嫩）音乐理论家兼数学家迈萨盖(Mikhael Mashāqa，1800～1888)在论著《论希哈卜的音乐艺术》①提出二十四平均律，才进一步解决阿拉伯民族律制问题。他用二十四平均律解决阿拉伯律制中的中立音、四分之三音和四分音等问题。二十四平均律等于把十二平均律的各律都分为两律，各律的音程值都是50音分。中立三度（音程值355音分）在二十四平均律由七律构成(350音分)；中立六度(853音分)由十七律构成(850音分)；四分之三音d—^{d}e(151音分)和^{d}e—f(143音分)都由三律构成(150音分)。

阿拉伯的二十四平均律具有律制上规范性的意义，但在实际演奏上有灵活变动的可能性〔见§243〕。

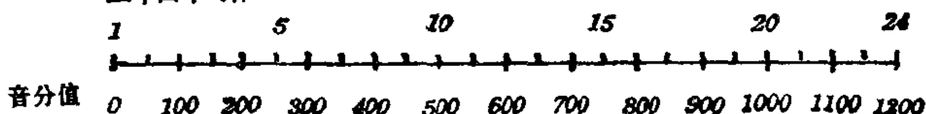
§233. 1932年在开罗举行阿拉伯音乐会议，讨论阿拉伯国家各种调式〔参见§234〕的结构和分类。会上发现，四分音出现在各种调式上是十分复杂而变化多端。特定的调式可以划分为四音列，或者是五声音阶的主体。这种四音列和五声音阶主体，阿拉伯文总称为“金斯”(jins)。根据法国研究阿拉伯音乐专家代兰热(Baron François Rodolph d'Erlanger，1872～1932)的分析研究，今日通用的金斯有十七种。现将十七种金斯对照二十四平均律，分类列表如下例。括号内的音表示联结其它四音列的首音（偶尔为其尾音），或是用以完成五声音阶的附加音。

阿拉伯国家的调式数目繁多，几乎无法作准确的统计。据代兰热统计，阿拉伯东方国家共有119种调式；西方国家（即北非地

① 该论文著择要发表于1881年，全文于1899年发表于《文选》杂志上。

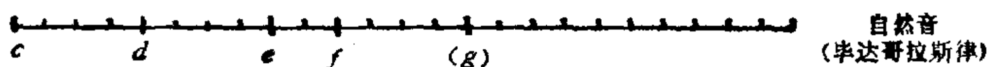
例 127

二十四平均律

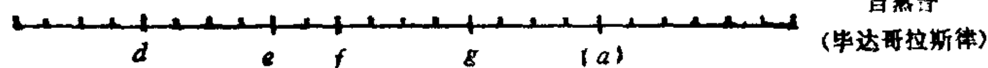


各种金斯

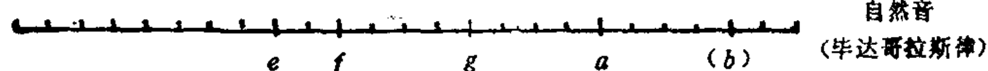
（1）舍哈尔贾赫（chahārgāh）



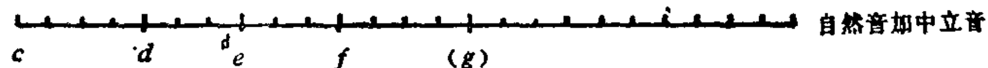
（2）布塞利克（busahlik）



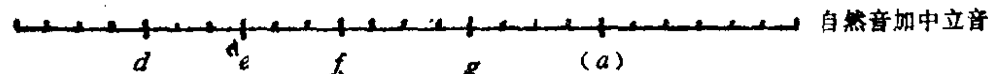
（3）库尔迪（Kurdi）



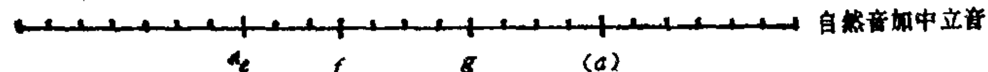
（4）拉斯特（rāst）



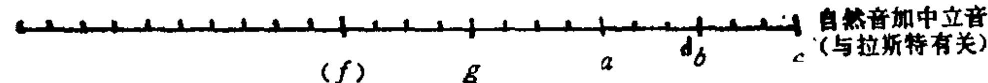
（5）拜亚提（bayātī）



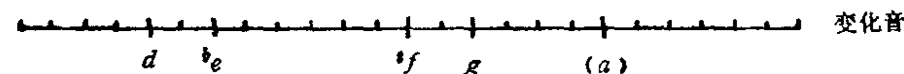
（6）西卡赫（Sikāh）



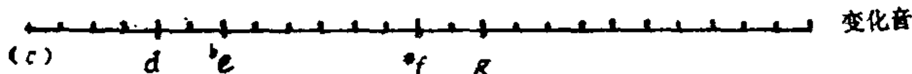
（7）奈季迪（najdī）



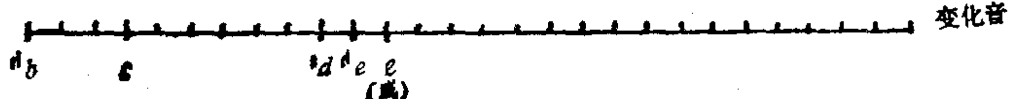
（8）希贾济（hijāzī）



（9）奈季里兹（nagrīz）



（10）阿乌亚拉（'awjārā）

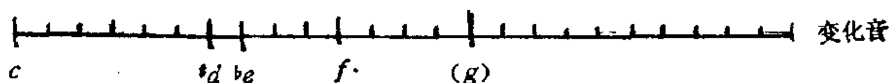


§ 233

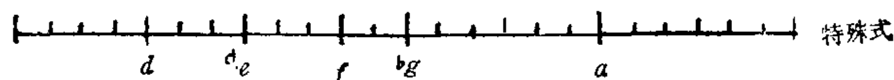
(11) 西派赫尔 (sipahr)



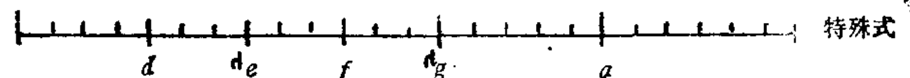
(12) 萨兹卡尔 (Sāzkār)



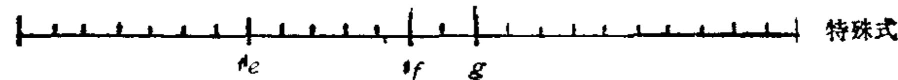
(13) 塞巴 (sabā)



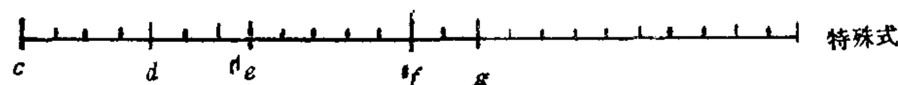
(14) 拉克卜 (rakb)



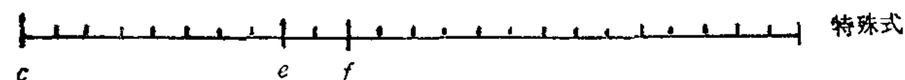
(15) 穆斯泰阿尔 (musta'ār)



(16) 札维尔 (zāwīl)



(17) 拜海舒拉克 (baharshūrak)



区)的调式，其结构大体上与东方相似，但传统各异，所收数量较少(以突尼斯为例，代兰热仅收 29 种调式)。

调式(包括金斯)的名称，有的来自地名(如希贾济、塞巴)；但是这些调式名称在不同地区常异其结构〔参见§180〕。个别调式名称来自诗的用语(如拜亚提)。也有表示某种概念(如拉斯特在波斯文为“正当”、“端正”之意)。还有些可能表示弦乐器的品位和音阶的音级。总之，调式名称只表示起源，今日沿用，常已失去原意。

§ 234. 阿拉伯文调式称为“木卡姆”(maqām〔阿〕)。木卡姆一词同时指一种与调式(音阶)息息相关的音乐体裁而言。作为体

裁，木卡姆根据一定调式(有时包括四分之三音等)，并包括曲调型和各级音在重要性方面的等次、作用等而成。这些内容亦为阿拉伯调式或金斯所具有。所以木卡姆一词兼有调式和体裁的双重含义，而内容又相统一，成为一体。阿拉伯的木卡姆，在伊朗则为“达斯特加”〔§ 240〕。在阿拉伯和伊朗的音乐理论中，木卡姆和达斯特加都属于重要课题。

§ 235. 19 世纪以至 20 世纪，阿拉伯国家的音乐家中出现一种论调，主张取消阿拉伯特殊音律四分音(当然包括四分之三音)，说是它与西方乐队所用的大小音阶体系不相符合，应予删除，以利于阿拉伯音乐的发展，逐步成为世界性的音乐语言。早在阿巴斯王朝期间，公元 9 世纪时，音乐理论家中也曾有过这种论调。正如阿拉伯音乐理论家兼作曲家托马 (Habib Hassan Touma, 1934～)在论文《十九世纪的阿拉伯音乐》①中所指责，随着欧洲的音乐和乐器(包括广播、唱片等媒介)输入阿拉伯国家，“由于一批阿拉伯的头面人物不论过去或现在都相信，从欧洲输入的一切东西都比自己的文化成果好。因此轻视甚至厌恶自己原有的音乐文化、音乐形式和乐器。这就促成了一场实实在在对阿拉伯音乐进行文化渗透的大灾难”。我们知道，美国爵士乐中常用小号吹出大小音阶中所无的“布鲁斯七度”〔§ 306〕(即自然七度〔§ 85〕)，它比十二平均律大音阶七级音低一个接近四分之三音(*1100－969＝131* 音分)；它不仅没有在音律方面发生矛盾，却显示出一种民间音乐的特征。同理，阿拉伯音乐一旦与西方乐队结合，对四分音等理应采取积极态度，作为特征来处理——可能要经历相当时期的探索和实践过程，而不宜以消极态度轻率地加以取消。因为特定调式中的特殊音律，正是民族音乐的基础——至少是基础之一。在

① 见《十九世纪东方音乐文化》，金经言译，1985 年，中国文联出版公司。

世界性的音乐语言中有了四分音等显示出阿拉伯音乐的特征，这才是阿拉伯音乐健康发展的道路。

伊朗的民族乐制

§ 236. 早在波斯萨珊王朝(224～642 年) 时期，文艺已经兴盛，音乐繁荣，音乐家受到王室保护。其时波斯音乐理论家兼作曲家巴尔贝德(Bārbad, 6 世纪)曾提出一种音乐体系，认为有七种主要调式，30 种派生调式，360 个曲调，以合于萨珊王历的一周七日、一月 30 日、一年 360 日的占星术概念。但是，这些调式和曲调均已湮没，只在肯迪〔§ 229〕的著作中留下若干名称。

波斯古代乐器有拨弦乐器“巴尔巴特琴”(barbāt〔波〕)、“弹不儿琴”(tanbur〔波〕)、潘杜拉琴(pandura〔波〕)、竖琴式的“钱琴”(chang〔波〕)、铜管乐器“卡尔纳号”(karnā〔波〕)和“塔比拉鼓”(tabira〔波〕)等。

公元 642 年，波斯萨珊王朝被阿拉伯哈里发王朝〔§ 221〕所征服，领土并入阿拉伯版图，长达 500 余年。在这漫长的时期内，波斯音乐家和学者在东方伊斯兰文化的建设和发展方面做出显著的成绩；波斯音乐家的创作和音乐理论的成熟为阿拉伯音乐增添光采。同时波斯音乐家常被认为阿拉伯音乐家。例如，最早制定阿拉伯四分之三音乐制的波斯人札尔札尔〔§ 224〕，一般将他作为阿拉伯人。

§237①. 11世纪时，波斯哲学家、医生兼音乐理论家伊本·西纳(Ibn Sīnā，亦称阿维森纳〔Avicenna〕，980～1037)是一位学问渊

---

① § 237—§ 243 参考法哈特〔§ 242〕为《新格罗夫音乐和音乐人名词典》(1980 年)所撰“伊朗(音乐)”(Iran)条和日本柘植元一(Tsuge Gen' ichi)为日本《音乐大事典》(1982 年)所撰“西亚(音乐)”条中有关资料写成。

博的学者，用阿拉伯文和波斯文写成的著作达100种以上。其中《医疗之书》①实际是一部百科全书，共十八卷。其中第十二卷除讲解音乐治疗法外，遍述音乐的各种构成要素，他主张多律数的乐制〔§228-例120〕；又提出十二种调式的名称，一部分见于塞菲丁所记录的调式〔§230-例125〕，但调式本身不同。这种调式的名称在今日伊朗音乐中尚能见到。

此后几百年间，波斯音乐家与阿拉伯音乐家共同领略塞菲丁所制定的乐制和根据他所收录调式的音乐。

§238. 16世纪时，塞费维德王朝（1501～1722）执行约一千年前阿拉伯执行过的排斥音乐的政策〔见§221〕，加上极端民族主义，使波斯音乐家蒙受双重的屈辱。尽管如此，波斯音乐家仍能与阿拉伯音乐家一样，按照木卡姆〔§234〕进行即兴演奏和作曲，所用调式超出原由伊本·西纳所提出的十二种调式。

§239. 伊朗音乐理论家兼作曲家瓦济里（Ali Nagi Vaziri, 1887～ ）曾留学法国和德国。著有《塔尔②教科书》(1913年)，其中第二部分阐述传统体裁达斯特加〔§240〕的体系。瓦济里在20世纪20年代根据对达斯特加的测音，提出伊朗的律制是“任意的二十四律”。这种非严格的二十四平均律虽仅凭某种乐器的调音加以测算而成，却导致多数伊朗音乐家相信二十四平均律〔§232〕是伊朗音乐所赖以形成的基础。

§240. “达斯特加”(dastgah〔波〕）是一种波斯具有代表性的传统音乐体裁，起源时代不详，其名称在18世纪时已经存在，沿用至今。据记载，由300至400首歌曲和乐曲归纳而成十二种达斯

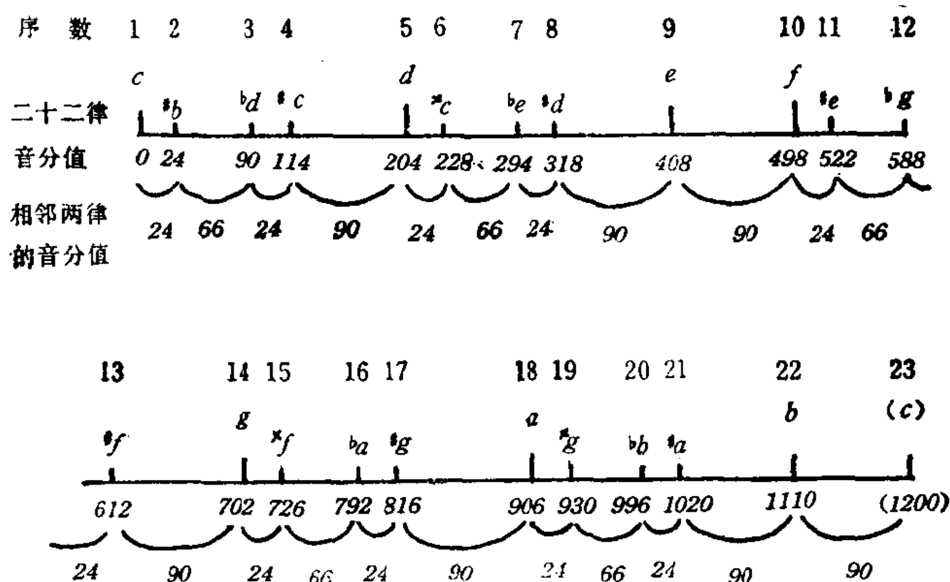
① 《医疗之书》(Kitāb al-shifa)第十二卷音乐部分由海夫尼(M. al-Hefni)译成德文，名《伊本西纳的音乐学》，1931年；由代兰热〔§233〕译成法文，辑入《阿拉伯音乐》，第二卷，1935年。

② “塔尔”(tār〔波〕)是波斯一种长颈拨弦乐器。

特加。其结构由波斯拨弦乐器“塞塔尔琴”(setār〔波〕)演奏家阿卜多拉(Mirzā Abdollāh,1845～1918)予以定型。每种达斯特加根据一种音阶，用具有曲调型的引子“片段”(gusheh)开始，有系统地继以各种曲调片段，亦可转调，最后回到引子片段而告终。较长大的片段亦可成为独立的达斯特加。通用于声乐和器乐。音乐理论家常以达斯特加作为伊朗律制和乐制研究的根据〔见§239、§241、§242〕。

§241. 20世纪伊朗声学家巴凯奇利(mehdi Barkechli, 1913～)为了企图表明伊朗古代音乐与今日传统音乐之间的联系，测验今日达斯特加所用的音程，得出结果认为，伊朗音阶中全音并非如塞菲丁所制定的分为三个小音程(五度律小半音＋五度律小半音＋最大音差)〔见§230-例123〕，而应分为四个小音程。根据他的理论，八度应包含二十二个音。即在八度内五个全音都分为四个音，加入两个半音，共计二十二个音；构成一种二十二不平均律。如下例：

例 128



§242. 伊朗音乐理论家法哈特(Hormoz Farhāt, 1928～)著有《波斯古典音乐》(1960年)和《波斯音乐中的达斯特加概念》

(1965 年)。他研究达斯特加时,对所用各种乐器的品位严密测算,并联系乐曲加以分析,得出结论认为,在达斯特加所用的音阶,八度不是支配一切的要素,即八度并不是最重要的;最重要的是反映曲调片段的"调式片段"。这种调式片段在音阶中有一至三个;每个片段约合四音列或五声音阶,也可能超出这个范围,如下例(方括弧表示调式片段)。这些特点与达斯特加的结构〔§ 240〕有密切联系。同时音阶可以超出八度〔例中(3)、(5)、(8)、(12)〕,或音阶上方八度音与下方八度音不同〔例中(6)、(7)、(8)、(9)、(10)〕。下例是达斯特加所用的十二种音阶(音阶下方所附英文字母表示音程性质〔见§243-例 130〕)。

例 129

(1) 舒尔 (shur)　　(2) 阿布·阿塔 (abu atā)



(3) 达什蒂 (dashtī)　　(4) 巴亚特埃·托克 (bayāt-e tork)



(5) 阿夫沙里 (afshārī)　　(6) 塞加 (segāh)



(7) 查哈加 (chahargāh)　　(8) 霍玛永 (homayun)



(9) 巴亚特埃·埃斯法汉 (bavat-e esfahān)　　(10) 纳瓦 (navā)





上列各音阶中,(2)、(3)、(4)、(5)均由(1)所派生;(7)由(8)所派生。括号内的半降号(d)表示有时可能用。

§243. 法哈特又依毕达哥拉斯律〔§175〕将达斯特加的各种音阶中的音程分为五种,并规定音分值;此音分值后经萨夫瓦特(Dariouche Safvate, 1928～)加以调整,列表如下例。例中(2)"中立小二度"(neutral minor second)和(3)"中立大二度"(neutral major second)即一般所称四分之三音〔§225〕。合两个任何中立二度,可构成中立三度〔§224〕。例中所构成的中立三度,比一般中立三度(355音分)为小。又,各音程所列音分值的不确定性或在一定幅度内的可变性,说明律制有灵活性的一面〔参见第十章,§285、§286〕,而伊朗多数拨弦乐器演奏家能随机移动指板上的活动品位,以适应微小音程的变化。

例 130

音程名称	略号	哈法特所定音分	萨夫瓦特所定音分
(1) 小半音	m	96上下	72—106
(2) 中立小二度	n	135(或120—124)	126—146
(3) 中立大二度	N	160(或160—180)	152
(4) 大全音	M	204	204—224
(5) 扩大大全音	P	270上下	240—270

第九章　亚洲地区几种民族乐制

中国的中立音问题

§244. 今日我们研究某种民族音乐（戏曲和民歌等）的乐制时，一般根据唱片和盒带之类进行测音。据以测音的音源，往往经过三番五次的转录，加上测音仪器有时不够完善，以致对原演奏演唱在音高上发生不同程度的失真。所以，本书对测音结果在适当范围内加以调整，并加说明，求其在关键性音级的音高大致合于"规范化"〔详下文〕音分值，或在整体上能显示出某种乐制的特点〔见§245〕。同时就所研究的乐制，根据其基本特点，暂定某种律制（如纯律或五度相生律），并按倍音列〔§7-例2〕原理来制定一种"规范化"乐制，作为标准，以供比较〔§246〕。至于各人对乐制的基本特点的看法不尽相同，则待日后加深研究，逐渐统一。

§245. 中国一些戏曲和民间器乐曲常于音阶或调式中使用四分之三音〔见§225〕；这种四分之三音常由于在调式——例如五声徵调式——中小三度之间加入中立音而产生〔参见§224〕。在五声徵调式中高低两方的小三度之间，各加入一个中立音，——俗称"7(si)不7"、"4(fa)不4"，就构成"中立音七声徵调式"。这种调式为中国戏曲秦腔中"苦音"（或称"哭音"）音乐和晋剧（山西中路梆子）所常用。有人认为广东潮州音乐中"重三六调"也用这种调式。下面举示韩宝强、陈乐昌两人对秦腔《火焰驹》中《花园悲怨》①

---

① 见韩宝强《论陕西民间音乐的律制》，载《音乐研究与学习》，1985年，第二期。该文根据中国唱片4-2965（萧玉珍演唱）测音。本书所用的音分值基本上根据唱腔，个别音（如四级音、五级音）取本曲过门板胡的音分值，因为此值较为典型〔见§244〕。

唱段测音的结果。它与后列的规范化中立音徵调式〔见§246-例132〕比较,基本上相符合。但是测音者韩宝强认为,秦腔苦音调式的各级音使用纯律音程〔参见§75〕。

例 131

相当今日音名	c^1	d^1	$^{d}e^1$	f^1	g^1	a^1	$^{d}b^1$	(c^2)
习惯简谱记法	$\underset{\cdot}{5}$	$\underset{\cdot}{6}$	$\downarrow\underset{\cdot}{7}$	1	2	3	$\uparrow 4$	5
音分值	*0*	*210*	*342*	*510*	*707*	*900*	*1042*	*1200*
相邻两律的音分值	*210*	*132*	*168*	*197*	*193*	*142*	*158*	

§246. 中立音徵调式在高低两方小三度中间所加入的两个中立音中,下方的称为"中立三度"〔§224〕,上方的称为"中立七度"(neutral seventh)。按照规范化音分值,中立三度 $^{d}e^1$ 音与主音 c^1 音的频率比可定为$\frac{11}{9}$,计 *347* 音分。这个中立三度比札尔札尔中指奏出的中立三度(*355* 音分)稍低,但在实质上两者是相同的。中立七度 $^{d}b^1$ 音与主音的频率比可定为$\frac{11}{6}$,计 *1049* 音分。要特别注意的是,两个中立音($^{d}e^1$—$^{d}b^1$)构成了纯五度的音程(*1049*—*347*=*702*)。各音都照五度相生律计算音分。如下例:

例 132

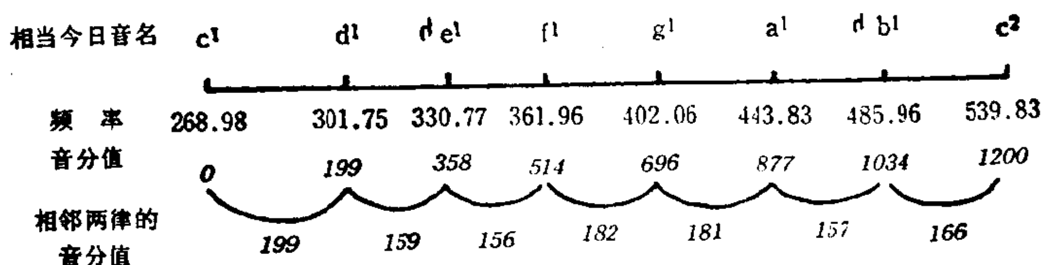
中立音徵调式	c^1	d^1	$^{d}e^1$	f^1	g^1	a^1	$^{d}b^1$	c^2
习惯简谱记法	$\underset{\cdot}{5}$	$\underset{\cdot}{6}$	$\downarrow\underset{\cdot}{7}$	1	2	3	$\uparrow 4$	5
规范化音分值	0	204	347	498	702	906	1049	1200
相邻两音的音分值	*204*	*143*	*151*	*204*	*204*	*143*	*151*	

中国的中立音徵调式与阿拉伯的中立音七声音阶〔见§225-例119、§226〕极其相似;只是音阶(调式)中后一个中立音的位置有所不同罢了〔参见§250〕。

此外,与阿拉伯的中立音类似,中国的中立音也可能变动音高而引起其上下两方的四分之三音的变动〔参见§243-例130〕。

§ 247. 王湘、姜夔两人对潮州音乐中“重三六调[①]《寒鸦戏水》作为中立音徵调式进行测音，[②] 得出结果如下例。它与上列规范化中立音徵调式〔见例 132〕比较，大体上相符合。又下例中 c^1 音的高度，比今日十二平均律的 c^1 音较高 *48* 音分。

例 138



陈威、 鄭诗敏在《潮州乐律不是七平均律》[③]一文中亦提出对《寒鸦戏水》测音结果的数据。该文认为潮州音乐中重三六调不是平均七声音阶〔见 § 281〕，而是中立音徵调式。并论及“在历史上陕西的秦腔确曾对潮州音乐和潮剧有过不可忽视的影响，潮州直至50 年代尚保存有《两秦戏》，……”。

§ 248. 在中国的古音阶(七声)〔§ 154〕，四级音常使用“中立四度”(neutral fourth)。例如在 c 调古音阶由三级音(*e* 音)和五级音(*g* 音) 构成的小三度之间插入一个中立音，即为中立四度 $^{+}$f 音

---

① “重三六调”全称“重三重六调”，是潮州音乐中的一种调式。因演奏时在传统“二四谱”上重按“三” 字(发调式的三级音)和“六” 字(发调式的七级音) 使音升高而得名。

② 根据唱片《北京的旋律》中的《寒鸦戏水》(1962 年汕头音乐曲艺团演奏)，中国唱片厂，M-645。本例中六级音和七级音均加高 *10* 音分；因为照测音结果，六级音距五级音为 *171* 音分，七级音距八级音为 *176* 音分，这两个音分值太接近，不能区别一为全音，一为中立音。

③ 载《音乐研究》，1990 年，第二期。其测音根据唱片《北京的旋律》的香港复制盒带。测音结果的数据与王湘等的测音结果大体相似；六级音和七级音仍须提高，才能接近中立音徵调式。

($^{+}$表示半升音)。这个中立四度可以认为是倍音列〔§ 7-例2〕中的十一倍音。音分值定为 *551* 音分；它与主音的频率比是$\frac{11}{8}$。照五度相生律计算，中立四度^{+}f 音(*551* 音分) 距下方音 *e* 音 (*108* 音分)为 *143* 音分，距上方音 *g* 音(*702* 音分)为 *151* 音分。

这种中立四度也用于湖南花鼓戏〔见下文〕。

在德国民间音乐也中有使用十一倍音的，称为“阿尔卑斯号筒fa 音”(alphorn fa)；这个音就是中立四度。

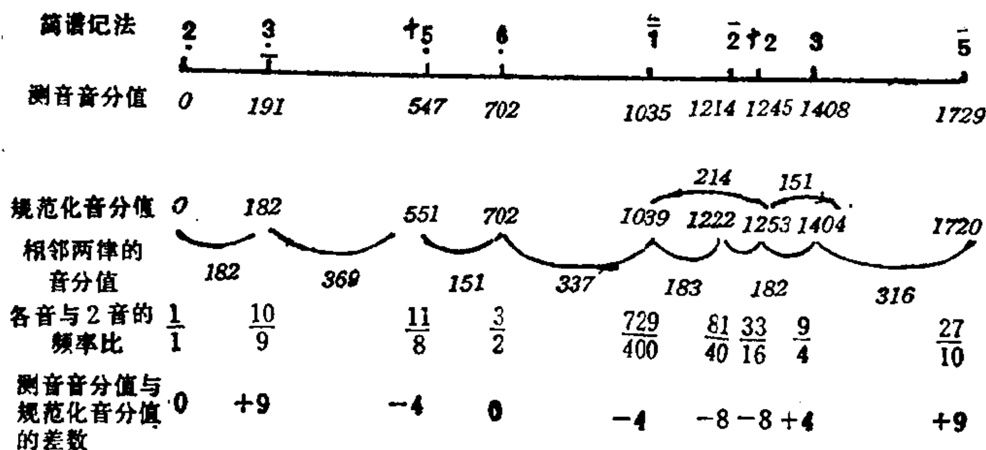
§ 249. 中国另有一种四分之三音(包括四分音)，源于中立四度，构成“中立音五声羽调式”。这种调式为湖南花鼓戏所常用。下面举示姜夔对花鼓戏«刘海砍樵»①于 1992 年测音的结果。②例134 中有两个中立四度。一个是$^{+}\underset{\cdot}{5}$(sol)音，是 $\underset{\cdot}{2}$ (re) 音的中立四度。$^{+}\underset{\cdot}{5}$ 距调式的主音 $\underset{\cdot}{6}$ 音为 *151* 音分，属四分之三音。$^{+}\underset{\cdot}{5}$ 音用于曲调的低方音区；高方音则用自然音，但加高一个普通音差(22 音分〕，于该音上方加横线为记。另一个中立四度是$^{+}\underline{2}$(re)音，是调式主音 $\underset{\cdot}{6}$ 音的中立四度。$^{+}2$音比自然音 2 音高 *53* 音分，属四 分音。$^{+}2$ 音用于乐句末尾处；一般曲调进行内则用 2 音。例中最后一行表示测音数据与规范化音分值的差数，例如第二音，测音所得音分值比规范化音分值低 *13*音分；余类推。例中简谱记法下方短横线(如 $\underline{3}$)表示比原音低一个普通音差(*22* 音分)；上方短横线(如 $\bar{2}$)表示比原音高一个普通音差；二条短横线(如 $\bar{\bar{1}}$) 表示比原音高两个普通音差。又 2 音的频率为 163.02，相当十二平均律的 e 音而低 *19* 音分。

---

① 根据«刘海砍樵»唱片，中华唱片厂出品，片号是 53001 甲。

② 见姜夔 «湖南花鼓戏‹刘海砍樵›头段律制特点»，载 «中央音乐学院学报»，1986 年第三期。

例 184



§250. 上述的秦腔苦音中的中立三度和中立七度以及湖南花鼓戏中的中立四度，与各该剧种的主要伴奏乐器的定弦和指位有密切关系。秦腔主要用中音板胡为伴奏，花鼓戏用大筒为伴奏。两种伴奏乐器一般都以纯五度定弦；各种中立音都由中指按弦发音。秦腔的中立音位置(主要是中立七度)之所以与札尔札尔中指奏出的的中立音位置(主要是中立六度)不同，即由于两者的定弦不同而起。秦腔的伴奏乐器以纯五度定弦，用偏高的中指指位按弦，发生中立三度和中立七度；札尔札尔则在乌德琴上以纯四度定弦，用偏高的札尔札尔中指指位按弦，发生中立三度和中立六度〔§224〕。秦腔苦音及花鼓戏的中立音与札尔札尔的中立音位置虽异，却同由中指按弦发音。仿“札尔札尔中指”的称谓，秦腔苦音及花鼓戏的中指指位可以称为“中国中指”。①现在把两种戏曲的主要伴奏乐器的定弦和指位作图示之如下例。所列音分值均为规范化音分值〔见§246〕。

---

① “中国中指”一词是罗复常在《略论中立音与中国中指问题》(载《中国音乐学》，1993年，第3期)中所创用。

例 135

（1）秦腔苦音

	内弦		外弦	
空弦	5	(0)	2	702
食指	6	204	3	906
中指	+7	347	+4	1049
无名指	1	498	5	1200

（2）花鼓戏

	内弦		外弦	
空弦	2	(0)	6	702
食指	3	182		
			1	1039
			2	1222
中指	+5	551	+2	1253
无名指	6	702	3	1404
			5	1720

日本的民族乐制

§251. 日本民族律制是十二律制；第一律名为“壹越”，①其它各律律名如下例136(1)。各律用“顺八逆六”法相生而得。顺八逆六相生法极似五度相生法。由一律出发，向上产生一律——这个律由出发律数起为第八律〔如下例(2) 中的壹越产生黄鐘〕；这就是“顺八”，也就是上方纯五度。由一律出发，向下产生一律，——这个律由出发律数起为第六律〔如黄鐘产生平调〕；这就是“逆六”，也

① 律名的日语读音如下：壹越＝ichikotsu；断金＝tangin；平调＝hiojo；勝绝＝shozetsu；下無＝shimomu；双调＝sojo；凫鐘＝fusho； 黄鐘＝oshiki；鸞镜＝rankei；盤涉＝banshiki；神仙＝shinsen；上無＝kamimu。

就是下方纯四度。顺八逆六相生法引伸为"顺六逆八"相生法。由一律出发，向上产生数作第六律的另一律〔如壹越产生双调〕；这就是"顺六"，也就是上方纯四度。由一律出发，向下产生数作第八律的另一律〔如神仙产生勝绝〕；这就是"逆八"，也就是下方纯五度。各律相生法见下例(2)，单线表示顺八逆六相生法，双线表示顺六逆八相生法。

例 136

(1)

壹越 断金 平调 勝绝 下無 雙调 凫鐘 黄鐘 鸞镜 盤涉 神仙 上無 壹越

(2)

上無 凫鐘 断金 鸞镜 勝绝 神仙 雙调 壹越 黄鐘 平调 盤涉 下無

上举的十二律，在五度音列〔见 § 57-例 19〕上，可以视为由 *c* 音出发，向上取六律，向下取五律而成。

§ 252. 近代日本民族律制，把壹越的绝对音高定为频率 292.7；这个高度相当于今日十二平均律的 d^1 音，而比 d^1 音低 *6* 音分。壹越定为频率 292.7 时，照顺八逆六相生法，则黄鐘(a^1 音)的频率为 439.1，比今日标准的 a^1 音(频率 440)低 *1* 音分。其它各律照上例(2)所示的相生法而得的频率和音分值，如下例：

例 137

序数	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
律名	壹越	断金	平调	勝绝	下无	双调	凫钟	黄钟	鸾镜	盘涉	神仙	上无	壹越
相当今日音名	d^1	$\flat e^1$	e^1	f^1	$\sharp f^1$	$\sharp g^1$	$\flat a^1$	a^1	$\flat b^1$	b^1	c^2	$\flat d^2$	d^2
频率	292.7	308.3	329.3	346.9	370.4	390.3	411.1	439.1	462.5	493.9	520.4	548.1	585.4
音分值	*0*	*90*	*204*	*294*	*408*	*498*	*588*	*702*	*792*	*906*	*996*	*1086*	*1200*
相邻两律的音分值		*90*	*114*	*90*	*114*	*90*	*90*	*114*	*90*	*114*	*90*	*90*	*114*

§253. 日本的民族调式是五声调式。这种五声调式分别为“无半音五声调式”和“有半音五声调式”两类。

有关日本音阶的理论研究，多达数十种，现择其有代表性的四种，阐述如下：

被誉为“日本民族音乐研究的先驱者”的上原六四郎(Wuehara Lokushiro, 1848～1913)在所著《俗乐旋律考》(1895年)中，曾对日本民族调式提出划分为“田舍节”(指农村的民歌所用的调式，相当无半音五声调式)和“都节”(指都市的歌曲所用的调式，相当有半音五声调式)两类调式，并指出有上行和下行两种形式的理论。如下例：

例 138



§254. 明治年代(1868～1912)为了使日本的两类五声调式与西方近代和声相结合，产生了与大、小音阶相适应的两种音阶称谓，即分别从大音阶和小音阶删去四级音和七级音而构成两种“去四七音阶”。其中由大音阶中一级、二级、三级、五级和六级音构成的“大调性去四七音阶”，属于无半音五声调式；由小音阶中一级、二级、三级、五级和六级音构成的“小调性去四七音阶”，属于有半音五声调式。

§255. 照日本音乐学家田边尚雄(Tanabe Hisao, 1883～

1984)的理论分析，日本的民族调式由音阶而构成。① 他所说的音阶和调式，与我们习惯所用的音阶和调式，含义略有不同。田边尚雄认为，在日本民族音乐，其音阶由七声构成，调式（日本称为"旋法"）则从音阶中选用五声构成。音阶分"阳音阶"和"阴音阶"两类；调式也随之分"阳调式"（即无半音的五声调式）和"阴调式"（即有半音的五声调式）两类。如下例：

例 139

音级	1	(2)	2	3	4	5	(6)	6	7	(8)
阳音阶	宫		商	婴商	角	徵		羽	婴羽	宫
相当今日音名	*d*		*e*	*f*	*g*	*a*		*b*	*c*	*d*
阴音阶	宫	商		婴商	角	徵	羽		婴羽	宫
相当今日音名	*e*	*f*		*g*	*a*	*b*	*c*		*d*	*e*
音分值	0	90	204	294	498	702	792	906	996	1200

日本音阶中各音，称为"宫、商、角、徵、羽"，外加"婴商"（比"商"高一律或二律）、"婴羽"（比"羽"高一律或二律）。

阳音阶和阴音阶两类音阶的区别，由音阶中商和羽两音移动一律而起。看上例，上方表示阳音阶，下方表示阴音阶。音分值照五度相生律计算。

§256. 从上例的七声音阶中选用五个音，就构成五声调式。婴商和婴羽两音，分别由商和羽两音变化（升高）而成，供代替商和羽两音之用。因此，在一种调式中，商和婴商不同时使用，羽和婴羽也不同时使用。

---

①有关日本民族调式和日本律制，本书根据田边尚雄所著《音乐音响学》（1950年）和《音乐理论》（1956年）两书的有关章节写成。

从七声阳音阶中选用宫、商、角、徵、羽五个音(不用婴商和婴羽),就构成阳调式的基本形。不用羽而代之以婴羽,就构成阳调式的第一变形。不用商而代之以婴商,就构成阳调式的第二变形。如下例:

例 140

阳音阶

音级	1	2	3	4	5	6	7	(8)
阶名	宫	商	婴商	角	徵	羽	婴羽	宫
相当今日音名	*d*	*e*	*f*	*g*	*a*	*b*	*c*	*d*

阳调式								
基本形	1 *d*	2 *e*		3 *g*	4 *a*	5 *b*		(6) *d*
第一变形	1 *d*	2 *e*		3 *g*	4 *a*		5 *c*	(6) *d*
第二变形	1 *d*		2 *f*	3 *g*	4 *a*		5 *c*	(6) *d*

依同理,从七声阴音阶中选用五个音,就构成三种阴调式。如下例:

例 141

阴音阶

音级	1	2	3	4	5	6	7	(8)
阶名	宫	商	婴商	角	徵	羽	婴羽	宫
相当今日音名	*e*	*f*	*g*	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*

阴调式								
基本形	1 *e*	2 *f*		3 *a*	4 *b*	5 *c*		(6) *e*
第一变形	1 *e*	2 *f*		3 *a*	4 *b*		5 *d*	(6) *e*
第二变形	1 *e*		2 *g*	3 *a*	4 *b*		5 *d*	(6) *e*

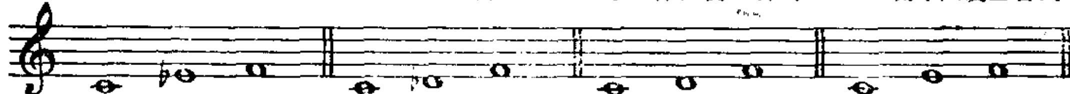
上举两例中，阳调式的第二变形和阴调式的第二变形，实际是相同的。

阳调式和阴调式，除了以宫音为终止音之外，又常以角音或徵音为终止音，构成了“变格”的调式。

上述的田边尚雄的理论，与上原六四郎的理论，基本上是一致的。无半音五声调式的阳调式相当于田舍节，有半音五声调式的阴调式相当于都节；第一变形相当于上行形，基本形相当于下行形。

§257. 日本音乐学家小泉文夫 (Koizumi Fumio, 1927～1983) 在所著《日本传统音乐研究(之一)》(1958 年)中对日本各种传统音乐的音阶和调式作了分析、归纳，提出新的日本音阶体系。他以“四度三音列”作为音阶构成的基本要素。四度三音列即从四音列〔§176〕取其构成纯四度的首尾两音，在其中插入一个音而成。插入音有四种音程，从而构成四种四度三音列。名称和结构如下例：

例 142



然后把两个相同的四度三音列连接起来〔参见 § 177〕，就构成日本四种基本音阶，如下例：

例 143



偶尔亦有用不同的四度三音列连接起来，——例如，把例 142 中(2)和(3)或(1)和(4)连接起来，构成音阶。上例中(1)和(3)属

于无半音五声调式，(2)和(4)属于有半音五声调式。

印度次大陆的民族乐制

§ 258. 印度次大陆在地理上包括印度、巴基斯坦、孟加拉、尼泊尔和斯里兰卡。

古代印度次大陆有着高度发达的文化。音乐在文化艺术中占有重要的地位。

印度律学研究自古甚为发达。

印度古代音阶有七个音级，这种音级印度称为“斯沃勒”(svara〔梵〕)。七个音级梵文名称和意义等如下：

音级名称	意译	简写	音译
ṣaḍja	具六	sa	萨
ṛṣabha	神仙调	ri	利
gāndhāra	持地调	ga	格
madhyama	中令	ma	玛
pañcama	等五	pa	帕
dhaivata	明意	dha	达
niṣāda	近闻	ni	尼

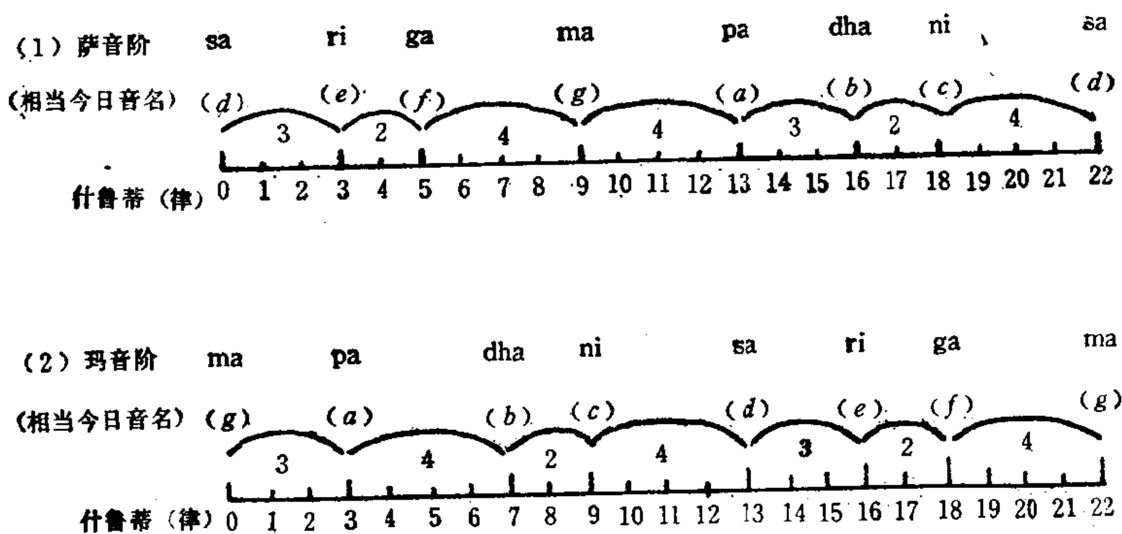
简写音级名亦用作唱名。

古代印度音乐理论常把上列七个音级与日月星辰、季节气候、禽兽鸣声、人的不同年龄以及各种颜色等相比拟，例如把七个音级依次比作月亮、水星、金星、太阳、火星、木星、土星，或比作孔雀、牡牛、山羊、苍鹭、杜鹃、马、象的鸣声〔参见第六章§126，管仲在《地员篇》中所说〕，等等。

§ 259. 约在4、5世纪，印度文艺理论家婆罗多(Bharata)用诗

体写成《乐舞论》①讲述音乐理论、舞蹈、戏剧、诗和美学。书中阐述古代印度两种基本音阶与二十二律相配合的理论。印度称音阶为"格拉玛"(grāma〔梵〕)。婆罗多所述的两种基本音阶，即分别以 sa 和 ma 为主音的"萨音阶"(sadja-grāma〔梵〕，简作 sa-glāma)和"玛音阶"(madhyama-grāma〔梵〕,简作 ma-grāma)。婆罗多又把八度分为二十二个微小的音单位。这种音单位，印度称为"什鲁蒂"(śrati〔梵〕,意为"听到"，即"能听到的最小的音程")，相当于中国的律。两种音阶中各音级由不同数量的什鲁蒂所构成,如下例。音级与音级之间的数字,即为什鲁蒂的数量。

例 144



玛音阶与萨音阶不同处在于(除主音不同之外)，pa 音级(g)少一个什鲁蒂。

由音阶可以演化成调式。印度称调式为"贾蒂"(jāti〔梵〕)。

印度的乐制没有绝对音高,上例为了读者方便,加入今日相当音名。据帕特肯代〔§ 266〕在《十五、十六、十七、十八世纪(印度)

① 《乐舞论》(Nātya-śātra〔梵〕)又是世界上最早将乐器照发音原理分为弦振、气振、膜振和体振的分类法〔见 § 5〕的著作。有戈什(M. Ghosh)的英文译本二卷(第一卷第二版1967年，第二卷1961年)；第二卷第二十至三十章，讲述音乐。

主要音乐体系比较研究》(20世纪40年代)一书中测定，约在17世纪时sa音的频率为240赫兹，合今日十二平均律#a音加51音分。

§260. 据婆罗多在《乐舞论》中规定，协和音有纯五度和纯四度，分别占十三个和九个什鲁蒂；不协和音有大七度和小二度，分别占二十个和二个什鲁蒂。照此规定，我们不难计算出什鲁蒂的音分值。以例144(1)为例，照五度相生法，算式如下：

(1) *702* 音分(纯五度，如sa—pa)÷13＝*55* 音分

(2) *498* 音分(纯四度，如sa—ma)÷9＝*54* 音分

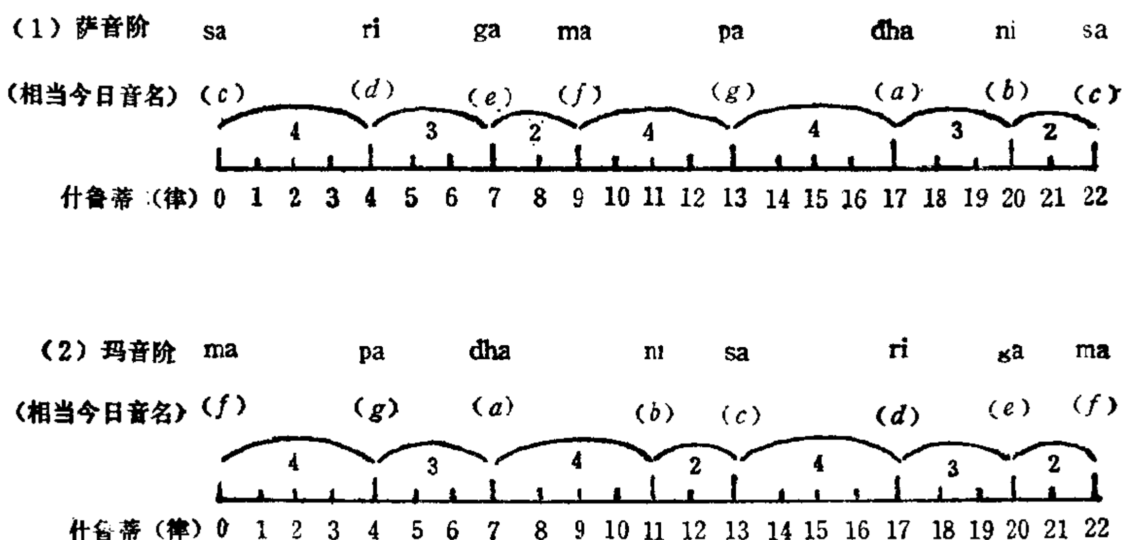
(3) *1110* 音分(大七度)如sa—升ni)÷20＝*55.5* 音分

(4) *90* 音分(小二度，如ri—ga)÷2＝*45.5* 音分

标准的什鲁蒂的音分，是*54.5*音分。我们可以仅用上面(1)(2)算式（因为纯五度和纯四度是音阶中重要的音程）而抛开(3)(4)算式，则(1)算式所得*55*音分只比标准音分大0.5音分；(2)算式所得*54*音分只比标准音分小0.5音分。两者实际均已十分接近什鲁蒂的标准音分。有的音乐理论家认为，印度的二十二律在理论上虽不是准确的二十二平均律，但在演奏上多遵守二十二平均律。所以称印度的二十二律为“二十二平均律”，亦无不可。

有一点必须注意，对某一音级包含什鲁蒂的数量，有两种不同的计算法，从而产生不同的音阶结构。第一种计算法是由高向低计算(也是今日一般的计算法)；例如说，“sa包含四个什鲁蒂”意味着ni—sa包含四个什鲁蒂，接着sa-ri包含三个什鲁蒂〔见259-例144(1)〕。即例144是照第一种计算法计算的。第二种计算法是由低向高计算；这时“sa包含四个什鲁蒂”意味着sa—ri包含四个什鲁蒂；其余各音级依此类推。这就改变了整个音阶的结构，如下面例145所示。偶有在一种计算法中掺入另一种计算法，以致造成混乱。

例 145



上例中(1)萨音阶各音级之间的音程关系有人认为近似今日的纯律大音阶(sa—ri近似大全音，ri—ga近似小全音，ga—ma近似半音，余类推〔参见§75-例29〕)；但此说尚有争议。

§261. 到13世纪，克什米尔音乐理论家娑楞伽提婆(Nārada Śārṅgadeva, 1210～1247)提出古代印度尚有一种音阶。娑楞伽提婆曾在宫廷中任职，著有《乐海》①一书，共七卷，阐述音乐理论、音乐创作、乐器、演唱技术、即兴演奏、舞蹈和戏剧等。该书是婆罗多的《乐舞论》〔§259〕以后印度重要的音乐论著。他在书中提出的音阶是"格音阶"(gandhāra-grāma〔梵〕)。关于这个音阶的结构，可以看娑楞伽提婆自己的说明：

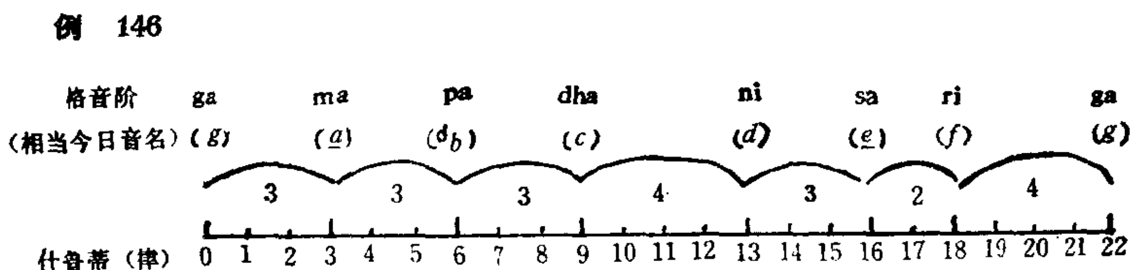
> 从萨音阶(按指例144)中的sa和ma两音级各取出一个什鲁蒂，(合并)加入ga音级中(其结果ri音级包含二个什鲁蒂，ga包含四个什鲁蒂，ma包含三个什鲁蒂)；从pa取出一个什鲁蒂，加入dha(结果pa包含三个什鲁蒂，dha包含四个什鲁蒂)；再从dha和sa各取出一个什鲁蒂，(合并)加入ni(结果dha

① 《乐海》(Saṅgīta-Ratmākara〔梵〕)英语译本1943年；第四版，1953年。又有第一卷施林吉(R. K. Shringy)等英语注译本，1978年。

包含三个什鲁蒂,ni包含四个什鲁蒂,sa包含三个什鲁蒂)。

按从高向低的计算法,将§259-例144(1)萨音阶(该音阶亦按从高向低的计算法构成)的各音级根据上面的说明加以处理,即得如下的格音阶:

例 146



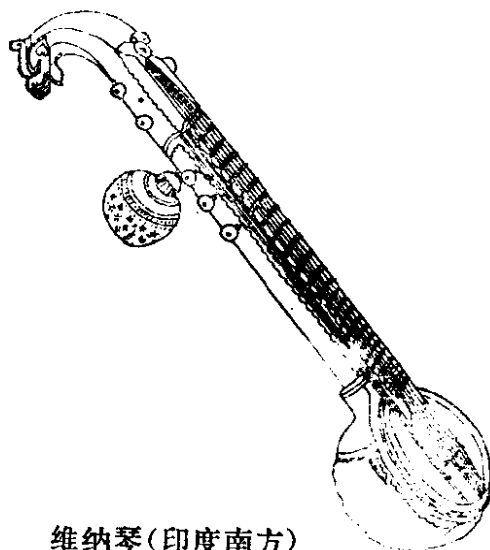
这个音阶的特点是连续使用三个什鲁蒂的音级〔上例中ma-pa—dha〕。这样就加进了四分之三音〔§225〕的因素。娑楞伽提婆提出这个格音阶时,曾说该音阶"仅在天堂,不在人间",推测当时就已失传;但是,今日在印度支那、缅甸和伊朗等处尚能见到。

从萨音阶与玛音阶在pa音级的什鲁蒂数量的变动〔§259-例144(2)〕看来,特别是从格音阶〔例146〕构成上多次变动什鲁蒂看来,可知古代印度乐制中,其音级的高度有多种变化。基本的萨音阶〔例144(1)〕的各音级称为"自然音级"(śuddha svara〔梵〕);此外尚有升音级和降音级(如加多或减少一个至二个什鲁蒂等),总称为"变动音级"(vikṛta svara〔梵〕)。甚至有某一音级加多三个至四个什鲁蒂,成为较高音级的"等音"〔参见§115〕。所以,这种升音级和降音级与欧洲音乐中的一般升音和降音,含义不同。由于变动音级的使用,音乐理论家对音级和什鲁蒂数量的关系,各持已见,互不相同,造成乐制的繁琐以至混乱的局面。

§262[①]. 从16世纪起,印度次大陆的乐制有重大的改变,并

① §262—§267参考鲍厄斯(Harold S. Powers)为《新格罗夫音乐和音乐人名词典》(1980年)所撰"印度(音乐)"(India)条和威德斯(Richard Widdess)为《新牛津音乐之友》(1983年)所撰"印度音乐"(Indian Music)条中有关资料写成。

分为南方(包括南印度和斯里兰卡)和北方(包括北印度、巴基斯坦、孟加拉和尼泊尔等)两种体系。乐制分化的原因，与南北地区各自在发展的“拉格”(rāga〔梵〕)的分类法有密切联系。拉格是在音阶的基础上构成的“曲调型”(melody type)，它在动机、曲调进行方向、装饰音用法和感情之外，一年中演出季度和一天内演出时间都有规定。拉格由乐器如印度拨弦乐器“西塔尔琴”(sitar)演奏，或配有歌词，由人声演唱；演奏(唱)者在规定范围内可以自由发挥。南方乐制理论对音阶的构成强调追随拉格所含音级的分类法〔详见§264〕。北方乐制理论虽亦以拉格的分类法作为音阶构成的基础，但因拉格有主要和从属之分，而且从这种分类法产生了用图形表示拉格的做法，导致乐制研究与拉格分类法较为疏远〔详见§265、§266〕。

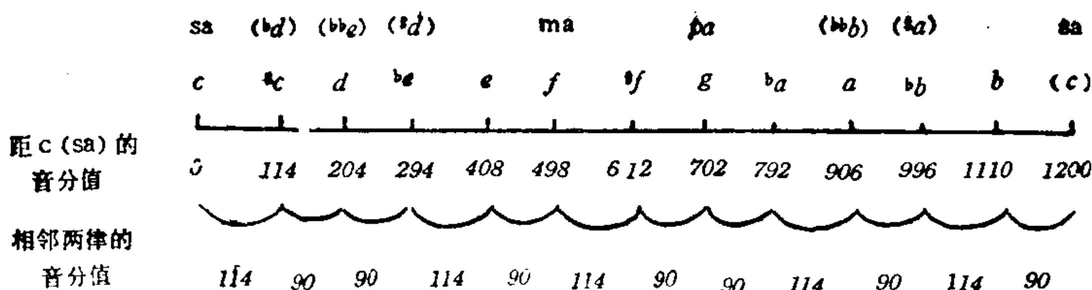


维纳琴(印度南方)

§263. 在南方地区，阿马特亚(Rāmā Amatya，约16世纪)在1550年采用由毕达哥拉斯律〔§175〕中两种半音构成的十二不平均律，代替由什鲁蒂构成的二十二律，以期适应印度传统音级(包括自然音级和变动音级)。阿马特亚在印度拨弦乐器“维纳琴”(vīṇā〔梵〕)上用四条弦，分别以纯五度(sa—pa)——纯四度(pa—sa)——纯四度(sa—ma)定弦，并按五度律大半音(*114* 音分)和五度律小半音(*90* 音分)相间地安装品条，产生一种律制，如下例。在这个律制中，因品位关系，第二律用 ♯*c*代替 ♭*d*，使本应为纯五度的♭*d*—♭*a* 之间缺少 *24* 音分。其它类似的两律之间，亦存在同样问题。又 ♭♭*e*、♯*d*、♭♭*b*、♯*a* 四律，均用等音，分别附在 *d*、♭*e*、*a*、♭*b* 四律上方(有括号为记)。除这些之外，这个律制与毕达哥拉斯十二律

完全相同。

例 147



§ 264. 17 世纪时，马基(Vyankata Makhi，约 17 世纪) 在所著《卡图登迪论》①(1640 年)中仿效古代希腊的四音列〔§ 177〕，将南方地区各种拉格在音阶构成上加以归纳，制定南方的音阶体系。马基把八度分为下方和上方两类四音列。下方四音列原有六种，有时末音(f^1音)升高半音($♯f^1$)，合为十二种，见下例(7)—(12)；其中 $♭♭e^1$音和 $♭e^1$音可分别用等音 d^1音和 $♯d^1$音。上方四音列由下方四音列移高五度而成，亦有六种，见下例(1)—(6)；其中$♭♭b^1$音和 $♭b^1$ 音可分别用等音 a^1音和 $♯a^1$ 音。上下两类四音列交换连接，可得 72 种“音阶型”(scale type)，如下例：

例 148

(1) (2) (3) (4) (5) (6)

(7) 或 (8) 或 (9) 或

(10) 或 (11) 或 (12) 或

① 《卡图登迪论》(Caturdaṇḍi Prakāśika〔梵〕)。

这样构成的七声音阶型，在应用于拉格时，可以减少某一音或二音，成为六声调式或五声调式。

由于音列和音阶所根据的拉格，在音高上除音列的第一音外，其余各音常存在不同程度或不同方式的游移性，所以组成的音阶特称为"音阶型"，表示音阶中某级音可以作细微的变动。举一种音阶型为例，由上例中(10)和(2)构成的音阶型如下例。其中 $♭e^1$ 和 $♭a^1$ 两音在拉格演奏上吟音〔§ 294〕波动幅度较大，难于测定明确的音高。又，f^1 和 $♭b^1$ 两音分别前面由 g^1 音和 c^2 音下行而进入时，有时升高一个四分音〔§ 179〕，且因人而异。

例 149



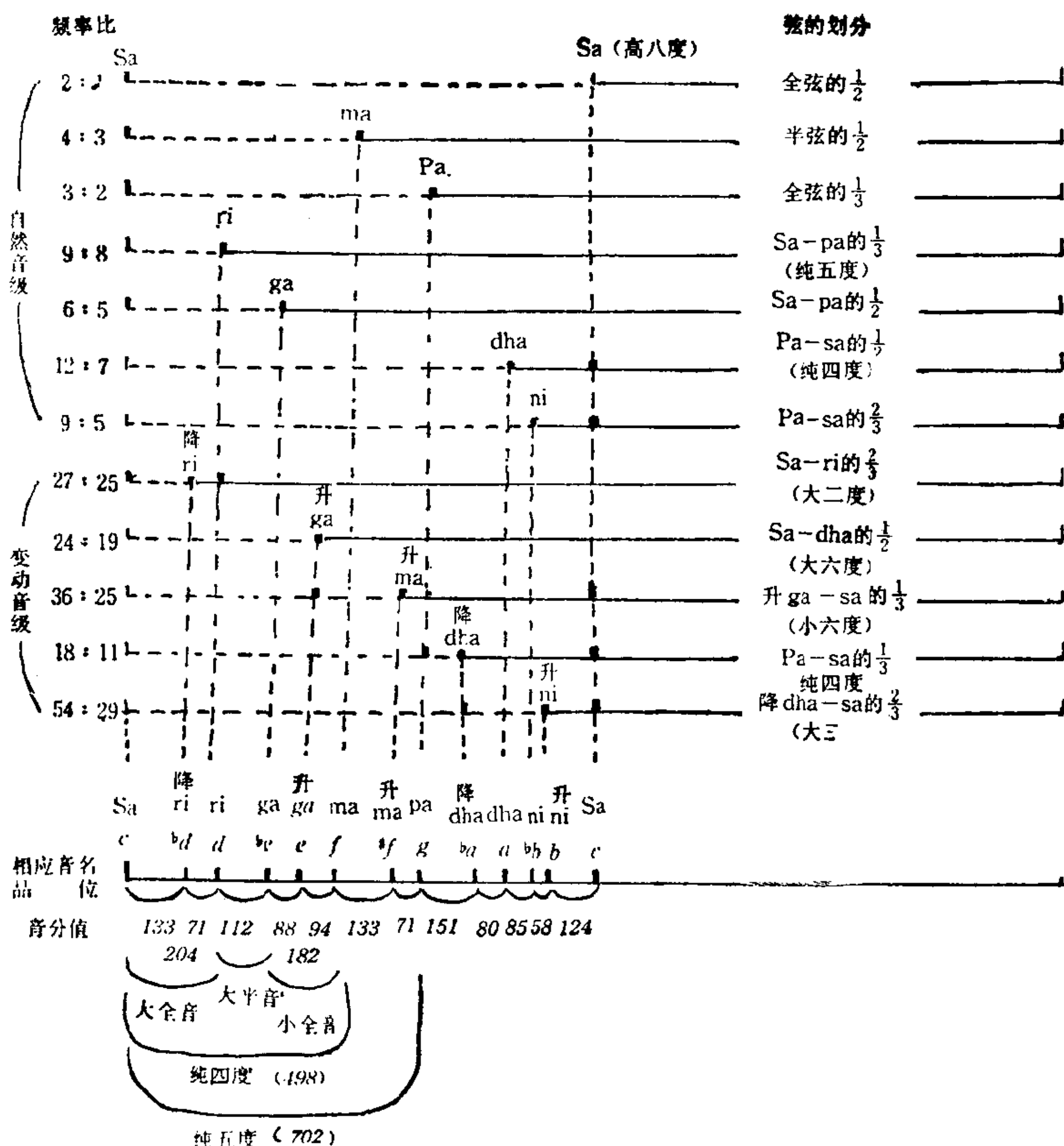
再者，四音列中有些音可用等音，也含有音高游移性的因素。

将上列十八种四音列〔例148〕中所有的音，照高低次序排列起来(包括等音)，与上面阿马特亚所制定的不平均十二律〔§ 263-例147〕比较，两者可以说完全相同；这决不是偶然的事。

§ 265. 在北方地区，17 世纪时，阿霍帕拉·彭迪达(Ahobala-Paṇḍita) 在所著《音乐之本》①中提出，在印度拨弦乐器维纳琴〔§ 263〕的一条弦上划分弦的长度，以求得各音级的高度。全弦振动所发之音为 sa 音（在下例中未画出）。将全弦分为相等的二段(即$\frac{1}{2}$)〔见下例中第一条弦〕，在分段处设品，手指在弦上按此品，则品与琴马(弦的右方末端)之间的弦振动所发之音，为高八度的 sa 音。再将左边的半弦分为二段〔见第二条弦〕，在分段处设品，则品与琴马之间的弦振动所发之音，为 ma 音。其余各弦的划分

① 《音乐之本》(Saṅgīta-pārijātā〔梵〕)，帕达加亚 (J. V. Bhaṭṭācārya) 编，1884 年。加林达吉(Kalindaji)编辑第一、第二部分；第二版，1956 年。

例 150



和所发之音，详见上例。弦的划分是有规律的，即只有$\frac{1}{2}$、$\frac{1}{3}$和$\frac{2}{3}$三种。但根据何音至何音来划分，则视情况而定。显然，阿霍帕拉·彭迪达企图给印度传统音级（包括自然音级和变动音级）建立一种新的律制。但是结果构成一种不规则的十二律。从sa音至ma音之间〔见例中最下一行〕，其自然音级所构成的大全音、大半音和小全音，均属纯律；ni音(♭b)距sa音(c)为*1018*音分，合于纯

律小七度。但是dha 音(a)距 sa 音为 *933* 音分，比纯律 a̲ 音(*884* 音分)高 49 音分，比毕达哥拉斯律 *a* 音(*906* 音分) 也高 *27* 音分。变动音级中，升 ga 音(e)距 *sa* 音为 *316* 音分，合纯律小三度 ♭ē。但是降dha 音 (♭a) 距 sa 音为 *853* 音分，比毕达哥拉斯律 ♭a 音(*792* 音分)高 *61* 音分，比纯律 ♭ā(*814* 音分) 也高 *39* 音分。升 ni 音(b)距 sa 音为 *1076* 音分，比毕达哥拉斯律 b 音 (*1110* 音分)低 *34* 音分，比纯律 b̲ (*1088* 音分)也低 *12* 音分。以上分析足以证明阿霍帕拉·彭迪达所制定的十二律，其中不乏纯律的音程和音级，但夹杂着一些不属于任何律制的音级，从而成为不规则的十二律。

§ 266. 制定北方地区主要音阶型的人是印度音乐学家帕特肯代(Vishm Narayan Bhatkhande, 1860～1936)。他原习法律，1875 年起学习印度乐器，系统地研究梵文音乐名著；也曾研究马基〔§ 264〕等著作。1910 年后深入印度各地收集大量传统的拉格，从各种拉格综合成音阶。重要著作有《印度斯坦音乐体系》4 卷(1910～1932)；《北印度音乐史概论》(1934)；《十五、十六、十七、十八世纪(印度)主要音乐体系比较研究》①(20 世纪 40 年代)。帕特肯代提出北方地区十种主要的音阶型〔参见 § 264〕，如下例:

例 151

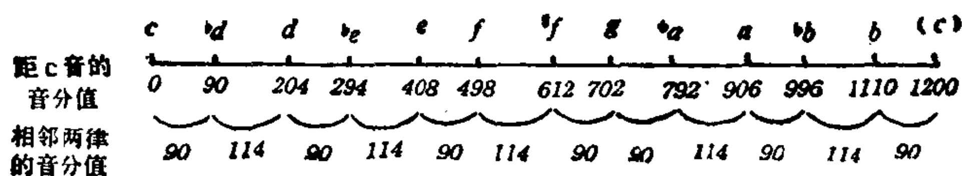


① 《十五、十六、十七、十八世纪(印度)主要音乐体系比较研究》(Comparative Study of Some of the Leading Music Systems of the 15th, 16th, 17th& 18th Centuries)，20 世纪 40 年代著者卒后出版；后人把原书名作为副题，另用《印度音乐体系》(Music Systems in India)作为正题，于 1984 年重新出版。



将上例十种音阶型所用的音，照音高次序排列起来，姑用毕达哥拉斯律，可以构成一种十二不平均律，如下例。这种十二不平均律与南方的十二不平均律〔§263-例147〕略有不同。

例152



上例音阶中，(1)和(3)分别类似中国的古音阶和清商音阶〔见§154-例70〕；(2)和(8)分别类似欧洲现代的大音阶与和声大音阶；(9)类似欧洲中世纪弗里吉亚调式〔见§180-例87(2)〕。

上例各七声音阶型，在应用于拉格时，可以减少某一音或二音，成为六声调式和五声调式。

从§264-例148和§266-例151看来，印度次大陆近代的乐制基本上可以视为一种多变化的七声音阶体系〔参见§118〕。

§267. 对于古代什鲁蒂的理论〔§259、§260、§261〕，今人一

般认为，它标志着古代印度音乐家对音高有高超的分辨力，在演奏上有严格控制音高的表演力，并在理论上熟悉声学方面的复杂计算法。但也存在着一些问题，例如，对什鲁蒂在各种音级上如何分配，缺乏明确的规定，以致后人难于诠释。今日印度次大陆南、北地区已通用十二不平均律构成七声音阶等，虽然仍有人在理论上以什鲁蒂为基础，但是实际上只是对全音和半音凭个人听觉加入某些细微的音高变化。

在今日南亚地区常有在十二个半音中，以 sa 和 pa 作为固定音，其它十个音中有五个音可以加升高音，另外五个音可以加降低音，合成二十二个"什鲁蒂"的律制。这种律制虽袭用印度律学传统名词，但实质上与婆罗多〔§259〕和娑楞伽提婆〔§261〕所述的由什鲁蒂构成二十二律有所不同。

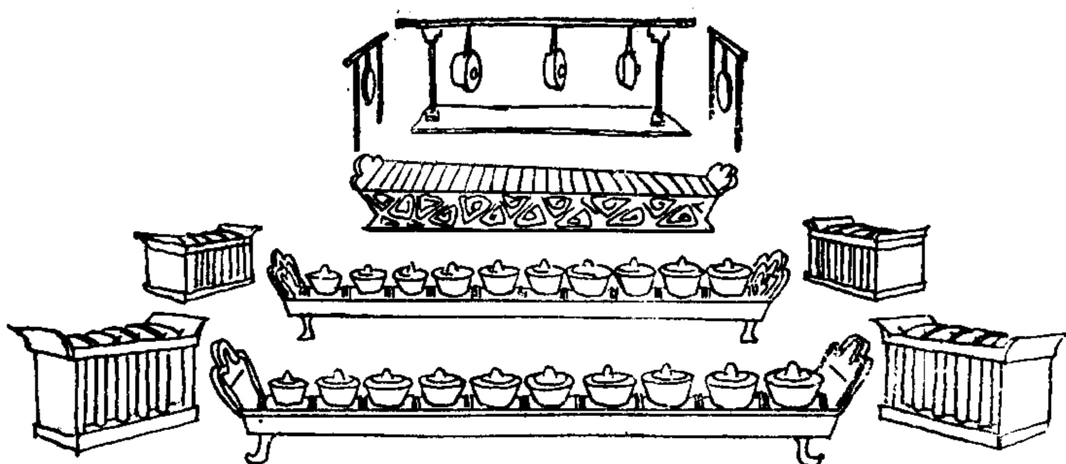
印度尼西亚甘美兰乐队的乐制

§268. 印度尼西亚以"甘美兰"(gamĕlan〔印尼〕)乐队闻名于世。甘美兰乐队历史悠久。据德国民族音乐学家孔斯特 (Jaap Kunst, 1891～1960)考察，最早的一种爪哇甘美兰三音乐器可能出现于公元 347 年。但是，另有人证明，早在公元前 1 世纪或 2 世纪时已发现甘美兰乐队中的主要乐器，如鼓形大锣。

按印度尼西亚的传统思想，甘美兰乐队具有超自然的、神授的力量；传说某种甘美兰乐队演奏，能呼风唤雨，或教人感情失控。因此，古时音乐家和常人均以毕恭毕敬的态度对待甘美兰。

§269. 甘美兰乐队主要用多种打击乐器（以金属、木材和竹材的制品为发音体），加入少量拉弦乐器和管乐器而组成。乐队单独演奏或为舞剧伴奏。乐队乐器有特殊的乐制。

对甘美兰乐制的研究，主要是对打击乐器的音高进行测音，而



甘美兰乐队的部分乐器

该类乐器的发音在音高上常不明确〔见 § 18〕；又在同一乐队，甚至在同一乐器，其高低八度的的同一律在音高上亦常有差异。所以音乐理论家须把测音所得的音分值略予增减，加以“平均化”或“规范化”〔见 § 244〕，以便于研究。在甘美兰的乐制研究中所称各种平均律，与钢琴等乐器所用的十二平均律有所不同。此外，由于据以测音的乐器有地区性差异或质量上的殊异，或由于演奏者在技术上不够精炼，不能随心应手地达到演奏者的要求，常使测音工作产生不同的结果；再加上测音者对测音结果加以平均化或规范化时对某音常有偏高偏低的不同作法，这样就会在理论研究者之间，对某一种甘美兰乐制产生不同的意见，引起争议。

§ 270. 甘美兰乐队分别为“甘美兰·斯伦德罗”(gamělan slendro〔印尼〕)（亦称“甘美兰·萨伦德罗”gamělan salendro〔印尼〕）和“甘美兰·珀洛格”(gamělan pelog〔印尼〕)两大类。两类乐队的乐制互不相同，不能合奏。

甘美兰·斯伦德罗(简称斯伦德罗）的乐制又有好几种。现在择要阐述两种。

第一种——也就是主要的一种——是西爪哇所称“定形斯伦德罗”。这种斯伦德罗采用“五平均律”，准确地说，是五平均化律，

因为它是经过平均化〔§ 269〕的。五平均律既是律制，即五平均律制，又是乐制，即平均五声音阶。

现在把英国语音学家、声学家兼数学家埃利斯（Alexander Ellis, 1814～1890）在《各民族的音阶》(1885 年）对这种斯伦德罗乐队的乐器所作的测音和计算引用如下。频率一栏是乐器测音的记录。音分值一栏从频率演算而得。从相邻两律的音分值一栏看来，各律相距不是完全一致的（标准五平均律的各相邻两律的音程，应当都是 *240* 音分，频率比为$\frac{85}{74}$)。

例 153

五平均律	1	2	3	4	5	(6)
频率	270	308	357	411	470	540
音分值	*0*	*228*	*484*	*728*	*960*	*1200*
相邻两律的音分值		228	256	244	232	240
平均化音分值	0	240	480	720	960	1200
相邻两律的平均化音分值		240	240	240	240	240

现在把苏约迪宁格拉特(R. M. Wasisto Surjodiningrat)等三人①对另一种优质的斯伦德罗乐队乐器的测音结果列在下面，以事比较。

例 154

五平均律	1	2	3	4	5	(6)
频率	288	333	382	439	503	562
音分值	*0*	*251*	*484*	*731*	*966*	*1200*
相邻两律的音分值		*251*	*233*	*247*	*235*	*234*

① 见苏约迪宁格拉特（R. M. Wasisto Surjodiningrat)、苏达亚纳(P. J. Sudarjana)和苏桑托(A. Susanto)合著《独特的爪哇甘美兰的测定音》，1969 年；英译本 1972 年再版。

(上例中 *1200* 音分，比实际测音高 *18* 音分。)

从总体看，上例比例 153 更接近标准五平均律。

§271. 现在把五平均律(即平均五声音阶)与十二平均律大音阶相比较如下。五平均律的音名借用现代通用的音名；除加用半升号(ɫ)、半降号(d)之外，并用纯律上的符号为记，以上方横线(如$\overline{a}$)表示升高一个普通音差(*22* 音分)〔见 §77〕，以下方横线(如$\underline{a}$) 表示降低一个普通音差。这些带有各种记号的音名，只表示大体的高度。

例 155

	1	2	3	4	5	(6)
五平均律	*c*	ɫ*d*	$\underline{f}$	$\overline{g}$	ɫ*a*	*c*
音分值	*0*	*240*	*480*	*720*	*960*	*1200*

十二平均律大音阶	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*a*	*b*	(*c*)
音分值	*0*	*200*	*400*	*500*	*700*	*900*	*1100*	*1200*

§ 272. 第二种斯伦德罗乐制也是五声音阶，但是不合于五平均律，而是一种不规则五律。这种乐制，经日本的桝源次郎 (Masumoto Jiro)和爪哇的库苏玛迪纳塔 (R. Machjar Anga Kusumadnata)两人共同测音研究，认为是十平均律，① 在十平均律上构成三种五声调式。十平均律如下：

---

① 见田边尚雄〔§ 255〕的《音乐音响学》(即音乐声学)(1950 年)。有一点要声明：照原书，本例中第六律的频率为 315.5，算出音分值为 *547*。与平均化音分值 *600* 差数较大，计"-*53*" 音分；这个差数与原书其它有关数据不相符合，违反十平均律的构成原理。本书著者推测，此律的频率很可能是 325.5 之误，故迳改为此数。

例 156

十平均律	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	(11)
频率	230.0	246.5	264.5	283.5	303.5	325.5	348.5	373.5	401.0	429.0	460.0
音分值	0	120	242	362	480	601	719	839	962	1079	1200
平均化音分值	0	120	240	360	480	600	720	840	960	1080	1200
相邻两音平均化音分值	120	120	120	120	120	120	120	120	120	120	
测音音分值与平均化音分值的差数	0	+2	+2	0	+1	−1	−1	+2	−1	0	

把第二种斯伦德罗的三种五声调式与十平均律相配合，如下例。括号内数字表示调式中相邻两音的音分值。

例 157

十平均律	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	(11)
音分值	0	120	240	360	480	600	720	840	960	1080	1200

各种斯伦德罗调式

(1)
	1		2		3		4		5		(6)
音分		(240)		(120)		(360)		(120)		(-360)	
音名	c		+d		ᵈe		$\bar{g}$		ᵈa		c

(2)
	1		2		3		4		5		(6)
音分		(360)		(120)		(360)		(240)		(120)	
音名	c		ᵈe		$\underline{f}$		ᵈa		$\underline{b}$		c

(3)
	1		2		3		4		5		(6)
音分		(360)		(120)		(240)		(360)		(120)	
音名	c		ᵈe		$\underline{f}$		$\bar{g}$		$\underline{b}$		c

上列各种斯伦德罗调式互有联系。例如把第一种调式〔上例中(1)〕的第三音作为主音，构成另一种调式，就是第二种调式〔上例中(2)〕。把第二种调式的四级音作为主音，构成另一种调式，就

是第一种调式。又，把第三种调式的四级音升高一律，就成为第二种调式。

东南亚地区盛行着一种五声调式，它与上例(3) 的调式近似。

§ 273. 五平均律和十平均律属于同一体系；把五平均律的各律都分为两律，就成为十平均律。关于两种律制的规律性问题，下面单就五平均律来说明，十平均律可以类推。

五平均律的定律法，可能基于纯律“狭四度”。五平均律的第一律至第三律，为 *480* 音分，频率比为$\frac{33}{25}$。这个音程比纯四度(*498* 音分)稍狭，而与狭四度非常近似。狭四度指 *c*—*f*、*d*—*g* 等；见§102-例43中第七律 d^1 至第二十二律 g^1。两音的频率比是$\frac{320}{243}$，计*476*音分。用这种狭四度来定律，可以产生五平均律的各律。即根据狭四度，从第一律得出第三律；依同法，从第三律得出第五律；再由高八度(即第六律)往下定律(同样根据狭四度)，得出第四律；由第四律得出第二律。

在例 157(2)(3)两种调式上，都有 *480* 音分的第三音。这说明狭四度在十平均律的某些调式上，也是存在的。

§ 274. 甘美兰乐队中另一种乐队——珀洛格乐队——的乐制，是一种不规则七律；在这种七律上构成四种五声调式。现在引用埃利斯〔§ 270〕对珀洛格乐队乐器所作的测音如下例。例中的规范化音分值，是把测音所得的音分以 50 音分为单位，略予增减而成。

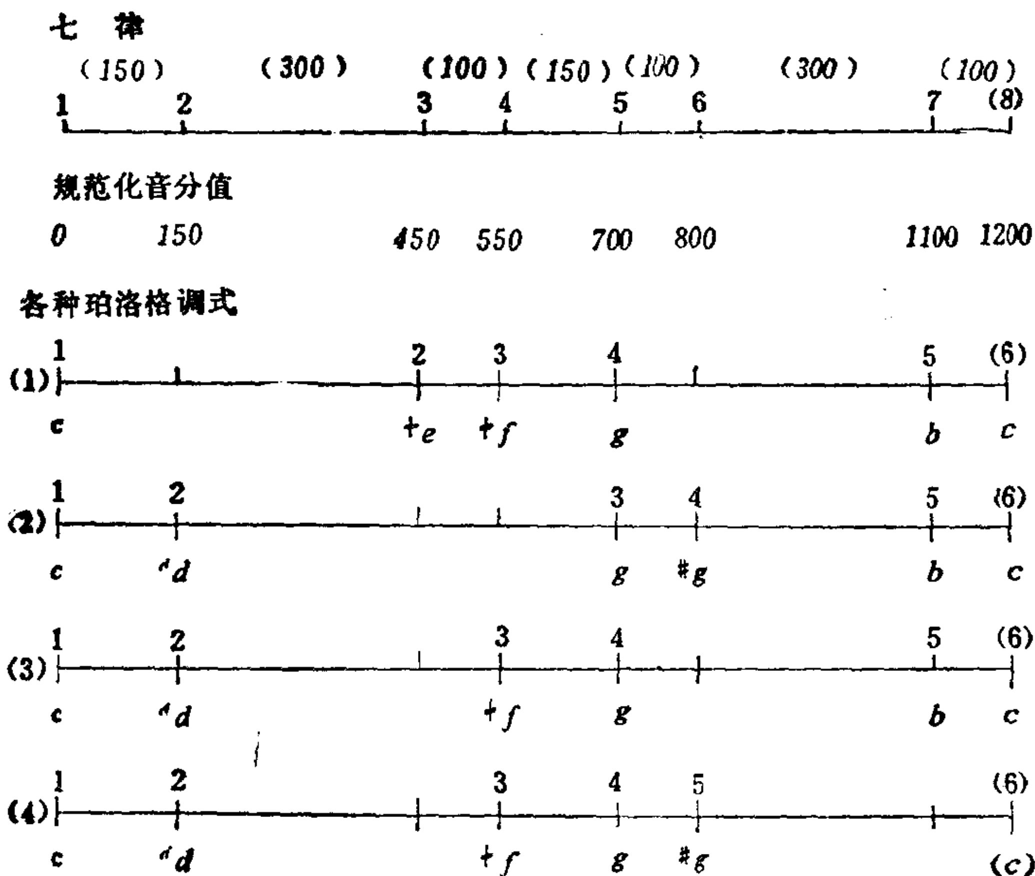
例 158

七律	1	2	3	4	5	6	7	(8)
频率	279	302	361	389	415	448	526	558
音分值	*0*	*137*	*446*	*575*	*687*	*820*	*1098*	*1200*
规范化音分值	*0*	*150*	*450*	*550*	*700*	*800*	*1100*	*1200*
相邻两律的规范化音分值	*150*	*300*	*100*	*150*	*100*	*300*	*100*	

§273

根据上面的七律构成四种五声调式如下例。括号内数字表示相邻两律的音分值。

例 159



上面所列的四种调式，显然互有关系。例如，把第一种调式的五级音(b)作为主音来构成调式，就大体相当于第四种调式。这种调式的变化，在原理上与第二种斯伦德罗一样。

§ 275. 对于珀洛格乐制，据霍恩博斯特尔〔§ 116〕测算，认为它是九律制，在九律上构成五声调式如下例。从下例各相邻两律的音分值看来，这种律制可以认为是九平均律；各律的音分值是

133.3 音分。下例中调式一行(最下一行)其括号内的数字，表示相邻两音间的音分值(平均化音分值)。

例 160

九平均律	1	2	3	4	5	6	7	8	9	(10)
频率	230	248.5	268.5	290	313	338	365	394	426	460
音分值	*0*	*134*	*268*	*401*	*533*	*666*	*800*	*932*	*1067*	*1200*
相邻两律的音分值	*134*	*134*	*133*	*132*	*133*	*134*	*132*	*135*	*133*	
珀洛格调式	1			2	3	4			5	(6)
	c			e	f	g			b	c

珀洛格调式相邻两音的音分值：*(400)*　*(133.3)*　*(133.3)*　*(400)*　*(133.3)*

上例中的调式，极似例 159 中第一种调式。

现在把苏约迪宁格拉特等人[1]对一种优质的珀洛格乐队乐器的测音列在下面，以事比较。

例 161

珀洛格七律	1	2	3	4	5	6	7	(8)
频率	291	321	345	405	440	471	519	598
音分值	*0*	*146*	*263*	*546*	*686*	*808*	*976*	*1200*
相邻两律的音分值	*146*	*122*	*278*	*140*	*122*	*168*	*224*	

(上例中 *1200* 音分比实际测音高 *30* 音分。)

上例与 § 274-例 158 比较，由于所据以测音的乐队乐器不同，两者测音结果也不相同，但仍有近似之处。如果把上例的第一律移至最后，其音程结构就近似例 158。

§ 276. 两种斯伦德罗乐制与珀洛格乐制虽是三种不同乐制，但是，三者之间仍有共同之处。首先，三种乐制都用五声音阶。其次，都盛用四分之三音〔§ 225〕(包括由四分之三音演化成的其它

① 见 § 270，注①。

音)。五平均律其相邻两律的音程都是 240 音分,而 240 音分可以视为"四分之五"音(即全音加四分音〔§179〕)。珀洛格乐制中也屡次出现四分之三音 (150 音分)。§ 275-例 160 所示的珀洛格调式中 e—f̄ 和 f̄—g 之间的音程,都接近四分之三音。不过,这里的四分之三音与由中立音造成的阿拉伯的四分之三音〔见 § 225〕有本质上的区别。所以,印度尼西亚甘美兰乐队所用的三种乐制,可以视为是加入四分之三音因素的五声音阶体系〔参见 118〕。

§ 277. 关于甘美兰乐队的乐制,对十平均律和九平均律的存在问题,尚有争议。举例来说,如果把桝源次郎等测算的第二种斯伦德罗乐制〔§272〕和霍恩博斯特尔测算的珀洛格乐制〔§ 275〕,都归入埃利斯测算的珀洛格乐制〔§ 274〕,——具体地说,如果把例 157 中(3)调式和例 160 中的调式,都归入例 159(1)调式,则十平均律和九平均律就不复存在了。

从 19 世纪末期起,许多民族音乐学家对甘美兰乐队的音律加以细致的测算,测算结果虽然各人不尽相同,但大体上可以使人认知其乐制的特点;遗留下一些有争议的问题,有待于作进一步的研究。

泰国、缅甸等地的一种乐制

§ 278. 泰国的民族乐器中存在着"七平均律"。七平均律与五平均律〔§ 270〕一样,是经过"平均化"的;既是律制,即七平均律制,也是乐制,即平均七声音阶。

埃利斯〔§ 270〕对泰国的一种木琴式打击乐器"拉纳德·埃克"(ranāt ēk〔泰〕)(以硬木、金属或竹材制成的板条为发音体,有三个八度)进行测音。他同时对可以与拉纳德·埃克合奏的同类打击乐器进行测音。他把从两种乐器测音所得的频率,加以平衡,得出

适中的频率。从这种适中的频率算出音分值；再把各律的音分值略予增减，得出平均化音分值。在测音时，埃利斯给乐器演奏者试听标准的平均七声音阶（相邻两音级都是 *171.4* 音分）和拉纳德·埃克所奏出的不甚准确的平均七声音阶，问他们两种音阶哪个准确；演奏者异口同声地认为前者准确。埃利斯由此断定，从乐器测算虽不能得到绝对准确的七平均律，但实际泰国的民族律制存在着七平均律。下例是埃利斯对拉纳德·埃克测算的结果：

例 162

七平均律	1	2	3	4	5	6	7	(8)
频　率	285	317	349	383	429	471	522	577
音分值	*0*	*184*	*350*	*511*	*708*	*866*	*1044*	*1218*
相邻两律的音分值	*184*	*166*	*167*	*197*	*158*	*178*	*174*	

德国音乐学家兼音乐心理学家施通普夫（Carl Stumpf，1848～1936）也曾对泰国的木琴类乐器进行测算，证明泰国的民族律制存在七平均律。施通普夫的测算结果如下：

例 163

七平均律	1	2	3	4	5	6	7	(8)
音分值	*0*	*182.6*	*344.0*	*522.6*	*687.2*	*864.6*	*1037.2*	*1200*
相邻两律的音分值	*182.6*	*161.4*	*178.6*	*164.6*	*177.4*	*172.6*	*162.8*	

这种七平均律的律制（包括与它相近似的律制）也存在于缅甸、柬埔寨、老挝和新加坡等东南亚国家的器乐中。也有人认为存在于中国潮州音乐中，但有异议〔见 § 281〕。

§ 279. 把标准的七平均律（即平均七声音阶）与十二平均律大音阶相比较如下。音名借用现代通用的音名。音名上加用的记号，与五平均律相同〔参见 § 271〕。

例 164

七平均律	1	2	3	4	5	6	7	(8)
	c	d	ᵈe	f	g	ᵈa	♭b	c
音分值	0	171.4	342.8	514.2	685.6	857.0	1028.4	1200

十二平均律大音阶	c	d	e	f	g	a	b	(c)
音分值	0	200	400	500	700	900	1100	1200

作为平均七声音阶，上例音阶中二级音接近小全音（*182* 音分），三级音接近中立三度（*355* 音分）〔§ 224〕，四级音接近纯四度（*498* 音分），五级音接近纯律狭五度（*680* 音分），六级音接近中立六度（*853* 音分），七级音接近纯律小七度（*1018* 音分）。

§ 280. 泰国的七平均律，据说古时随着木琴类乐器传入缅甸。霍恩博斯特尔〔§ 116〕和韦斯特（West）都曾对缅甸的民族乐器"巴德·塔拉"（pat-talà〔缅〕）（一种木琴类乐器）等进行过测算，证明缅甸也存在七平均律或接近七平均律的律制，如下例：

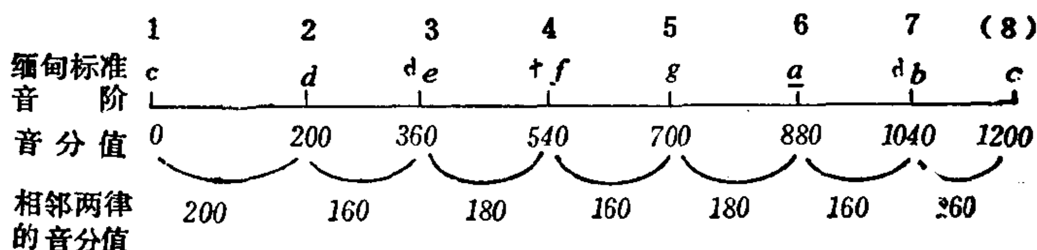
例 165

七平均律	1	2	3	4	5	6	7	(8)
	c	d	ᵈe	f	g	ᵈa	♭b	c
音分值	0	171.4	342.8	514.2	685.6	857.0	1028.4	1200
霍恩博斯特尔测算音分值	0	163.5	336.1	509.1	691.7	862.7	1040.1	1203.6
相邻两律的音分值		163.5	172.6	173	182.6	171	177.4	163.5
韦斯特测算音分值	0	199.4	372	533.4	716.8	888.6	1034.5	1199.5
相邻两律的音分值		199.4	172.6	161.4	183.4	171.8	145.9	165

看上例不难发现，韦斯特测算的结果，只是接近七平均律。因为一级音和二级音之间的音程，是大二度（十二平均律）。在这一点，韦斯特测算的结果相当于"缅甸标准音阶"。所称缅甸标准音

阶，是由缅甸的音乐理论家礼夫（Khin Zaw）在所著《缅甸音乐初探》(1941 年)中所提出，如下例。各音记以现代通用的音名。

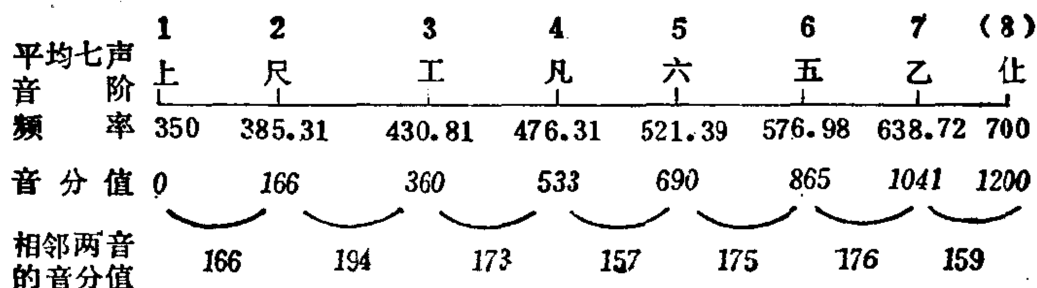
例 166



这是接近七平均律的一种律制。这种律制的重要特点是，除了一级音和二级音之间的音程是大二度之外，一级音和五级音之间的音程是纯五度。听惯今日大音阶的人，对上列音阶会觉得三级音和七级音过低，而四级音则过高。

§ 281. 中国广东潮州音乐中"重三六调"所用的乐制，有人认为属于平均七声音阶。根据谢永一在 1953 年对源正剧团（潮剧团）所用的扬琴进行测音，得出各音的频率；① 根据频率算出音分值，如下例：

例 167



① 见《潮剧音乐》，1958年，广东人民出版社。

但是，较多人认为潮州音乐中重三六调不是平均七声音阶，而是中立音徵调式〔见 §247〕。

土耳其的民族乐制

§282①. 公元 14 世纪末至 16 世纪末，土耳其是地跨欧、亚、非三洲的庞大帝国版图的一部分。约自 15 世纪初期起，土耳其音乐家积极参加阿拉伯和波斯的音乐理论工作，出现一些音乐理论家。1923 年，土耳其共和国建立后，有的音乐家排斥过去奥斯曼帝国统治下的音乐不是来自阿拉伯和波斯文化的真正土耳其音乐，并认为当代土耳其音乐应基于土耳其民歌重新创作；但是，另有一批有见识的土耳其音乐家不以为然，认为奥斯曼帝国时期的土耳其传统音乐应予保护，并加以研究。例如，土耳其音乐理家埃兹吉(Suphi Ezgi, 1869～1962)著有《土耳其音乐的理论和实际》五卷(1933～1953 年)，贝伊(Rauf Yekta Bey; 1871～1935)用法文写成《土耳其音乐》，还有土耳其音乐理论家阿雷尔(Hūseyin Sâdeddin Arel, 1880～1955)撰写《土耳其音乐理论教程》(1948～1955 年)连载在《音乐杂志》上；他们都致力于土耳其传统音乐的研究，留下不朽的业绩，给今日土耳其音乐以广泛的影响。

他们效法古代希腊的音乐理论，把土耳其音阶分为两个四音列，用连接或叠接的方式〔§ 177〕构成七声音阶。并测定土耳其音阶所用音程，半音有大半音(*114* 音分)和小半音(*90* 音分)；全音变化幅度较大，从 *180*、*204* 以至 *228* 音分；增二度从 *270*、*294* 以至

---

① §282—§284 参考日本柘植元一〔§237, ①〕为日本《音乐大事典》(1982 年)所撰“西亚(音乐)”条和德国音乐民族学家赖恩夏德(Kurt Reinchard, 1914～1979)为《新格罗夫音乐和音乐人名词典》(1980 年)所撰“土耳其(音乐)”(Turkey)条中有关资料写成。

318 音分〔参见 § 286〕。

§ 283. 土耳其音乐理论家奥兰萨伊（Gültekin Oransay）为适应土耳其音阶的音程于 1957 年提出二十九律制。其后，土耳其音乐理论家卡拉代尼兹（Ekrem Karadeniz）著有《新音乐体系》（1965 年），于 20 世纪 70 年代提出四十一律制〔参见 §213〕。今日埃兹吉、贝伊和阿雷尔〔§ 282〕等人主张用五十三平均律〔参见 § 212-例 108；§ 213〕；每一律为 *22.64* 音分。这种微小的律，作为音差稍大于普通音差（*21.506* 音分），稍小于最大音差（*23.460* 音分），称为"阿拉伯音差"。现将土耳其音阶（根据五十三律）所用的五种主要音程所含律数和音分值，附加相当其它律制的音程，列表如下例：

例 168

律数	音分值	相当音程及其音分值
四	*90.56*	毕达哥拉斯律小半音（*90*）
五	*113.20*	毕达哥拉斯律大半音（*114*）或纯律大半音（*112*）
八	*181.12*	纯律小全音（*182*）
九	*203.76*	纯律大全音（*204*）
十二	*271.68*	纯律增二度（275）

为了在五线谱上准确记示五十三律，除升（♯）、降（♭）号之外，加用若干相应记号，列表如下例：

例 169

对本位音降低律数	降低音分	记号		对本位音升高律数	升高音分
一	*22.64*	d	𝄲	一	*22.64*
四	*90.56*	ƀ	♯	四	*90.56*
五	*113.20*	♭	𝄰	五	*113.20*

土耳其的五十三律制只在音阶的音程上起规范作用，实际还是应用二十四不平均律。

§284. 土耳其具有代表性的传统音乐是“木卡姆”(mukam〔土〕)。土耳其的木卡姆与阿拉伯的木卡姆〔§234〕大致相同,根据一定音阶,对曲调进行方向(上行或下行)、各级音的重要性等次、开始音和结束音等都有规定。通用于器乐和声乐。

木卡姆所用的音阶，在理论上多达300种以上，经过多次筛选,成为今日十三种主要的音阶如下例。其中(1)至(7)七种为自然型,(8)至(13)六种为带有增二度音程型。音阶中各音程只在(1)、(4)、(10)三种用数字标出律数〔参见§283-例168、例169〕;其余各音阶照此推算。各音阶的名称多数沿用阿拉伯和伊朗的音阶(调式)名,但内容常不相同〔参见§233-例127、§242-例129〕。

土耳其的乐制基本上属于多变化的七声音阶体系〔参见§118〕。

例 170

(1) 恰尔加赫 (cargâh)

9 9 4 9 9 9 4

(2) 普塞利克 (puselik)

(3) 屈尔迪 (kürdî)

(4) 拉斯特 (rast)

9 8 5 9 9 8 5

(5) 乌沙克 (uşşak)

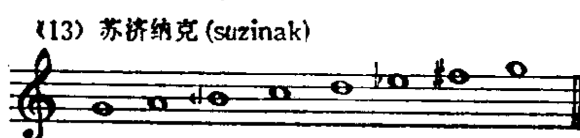
(6) 许塞伊尼 (hüseynî)

(7) 纳瓦 (neva)

(8) 希贾兹 (hicaz)


(9) 许玛云 (hümayun)
(10) 乌札尔 (uzzal)
5 12 5 9 5 12 5


(11) 曾古莱 (zengüle)
(12) 卡雷阿尔 (kareğar)


(13) 苏济纳克 (suzinak)

第十章　律制的应用

小提琴的音律

§285. 自从十二平均律流行以来，由于该律制存在着一些缺陷，因此在理论上曾经出现非议十二平均律的倾向，一度掀起一场“纯律热”。这种倾向也曾在科学实验上表现出来。而且凡是应用十二平均律而曾经接触过纯律音程的人们，都可能多少沾上这种倾向。但是近代的测音技术却又证明，在弦乐(小提琴类乐器)与声乐的演奏演唱实践上，纯律并不是普遍存在的，有时竟游离于几种律制之间，形成“三不象”的状态。这样就使一些人对律制产生虚无主义，对是否存在律制产生了怀疑。

经过一定时期的理论上和实践上的多次反复〔§182、§190、§198〕之后，十二平均律终于得到普遍的承认，同时人们认识到音律具有适度的变通性和灵活性。

美籍德国音乐学家爱因斯坦(Alfred　Einstein, 1880～1952)曾提出(大意)，①音阶中某些音凭其处于“静态”或“动态”而异其音律。静态和动态，即指一音处于和声的地位或曲调的地位而言。例如在C大音阶中，*b*音在和声性强显的段落中作为属和弦的三音而出现时，它就处于静态；为了获得*g*—*b*大三度的和谐的音响效果，*b*音要求与*g*音保持纯律大三度的高度关系。如果这个

① 见爱因斯坦(创立“相对论”的物理学家爱因斯坦〔Albert Einstein〕的堂弟)编订的新版里曼〔§189，注①〕《音乐辞典》(1929年11版)“律学”(Temperatur)条。

b 音在曲调性强显的段落中作为具有进入主音的强烈倾向的导音而出现时，它就处于动态，要求按照五度相生律的高度关系。

显然，爱因斯坦的这番话是对小提琴类乐器（包括其合奏）而说的。

匈牙利小提琴家弗莱什(Carl Flesch, 1873～1944) 在所著《小提琴演奏艺术》(1939 年)中的一段话①可以作为爱因斯坦的话的注释。弗莱什提到，同样一个 $^{\#}c^2$ 音，在下例(1)和(2)中音高有所不同。在(1)，$^{\#}c^2$音与a^1音构成大三度关系而与后面的d^2音没有多大关系，这时$^{\#}c^2$音的音高是正规的；但是在(2)，$^{\#}c^2$音作为导音，需要解决至 d^2音，这时$^{\#}c^2$音应稍提高。

例 171



§ 286. 小提琴是技术性很强的乐器之一。这种很强的技术性有很大一部分由于音律的复杂性所造成。三种律制（十二平均律、五度相生律和纯律）都会出现在小提琴的演奏上，此外还有其它音律方面的变化。今天音乐从业者一般都受过十二平均律的训练，熟悉十二平均律，因此小提琴家的演奏以不同程度接近十二平均律，是十分自然的。同时在盛用多声部的现代，加强了纯律的要求，因此，小提琴演奏上或多或少总会受纯律的影响。据赫尔姆霍兹〔§ 26〕的测验，匈牙利小提琴家约阿希姆 (Joseph Joachim, 1831～1907)是用纯律演奏小提琴的。但是，由于在小提琴之类乐器上，五度相生律源远流长，影响深广，因此总的倾向，在小提琴演奏上，五度相生律还是占着上风。

① 见弗莱什《小提琴演奏艺术》，姚念赓译，1960 年，音乐出版社。引语见该书第一部分。

此外，小提琴演奏上，在一种律制内还有“变通”的问题。即一种律制在一定范围内自由变化，这也是完全可能的。例如，当音乐变得激动时，或遇到向上跳进的音程，音律有升高的可能。德国音乐理论家兼小提琴家豪普特曼〔§ 84〕对小提琴演奏指出①：“数学上严格准确的音律，不能满足活生生的演奏”。他认为，小提琴演奏上“活生生的音律并不严格准确，正如演奏上活生生的拍子不完全符合于拍节器一样”：我们应当正确地理解音律上的准确性和变通性两者之间的辨证关系。准确性是基础，但是在如此生动的表演艺术上，不可能没有灵活性。我们既不应由于律制的存在而否定演奏实践上的灵活性，但是也不能因演奏上出现音律的自由变化而否定律制的存在。有些音乐理论家几乎完全否定律制的存在，这显然是片面的看法。

现代测音技术的进步，使人们能够准确地知道演奏家和演唱家所用的音律；当人们发现音律在演奏实践中如此复杂不定，不禁目瞪口呆。如果我们能正确地理解音律的准确性和变通性的辨证关系，那么我们就不致被这种复杂不定的现象所迷惑了。

§ 287. 经验和测音计算都证明，直到今天，对小提琴等弦乐器(包括小提琴、中提琴、大提琴和倍大提琴)的演奏者，五度相生律的影响还是根深蒂固的。小提琴等弦乐器不仅都用五度相生律纯五度或纯四度定弦，而且演奏半音时，通常尽量把音程缩小〔详见后文§289(1)〕。在小提琴上奏#*c*音时，常把#*c*音尽量紧靠上方的*d*音，以便解决于*d*音；奏♭*d*音时，常把♭*d*音尽量紧靠下方的*c*音，以便解决于*c*音。又，大提琴和倍大提琴的演奏者，常以相当大的手指距离，奏较高的#*c*音和较降的♭*d*音。这种#*c*和♭*d*两音之间的关系，正如第三章，§70-例25和§71-例26所示，#*c*音高于

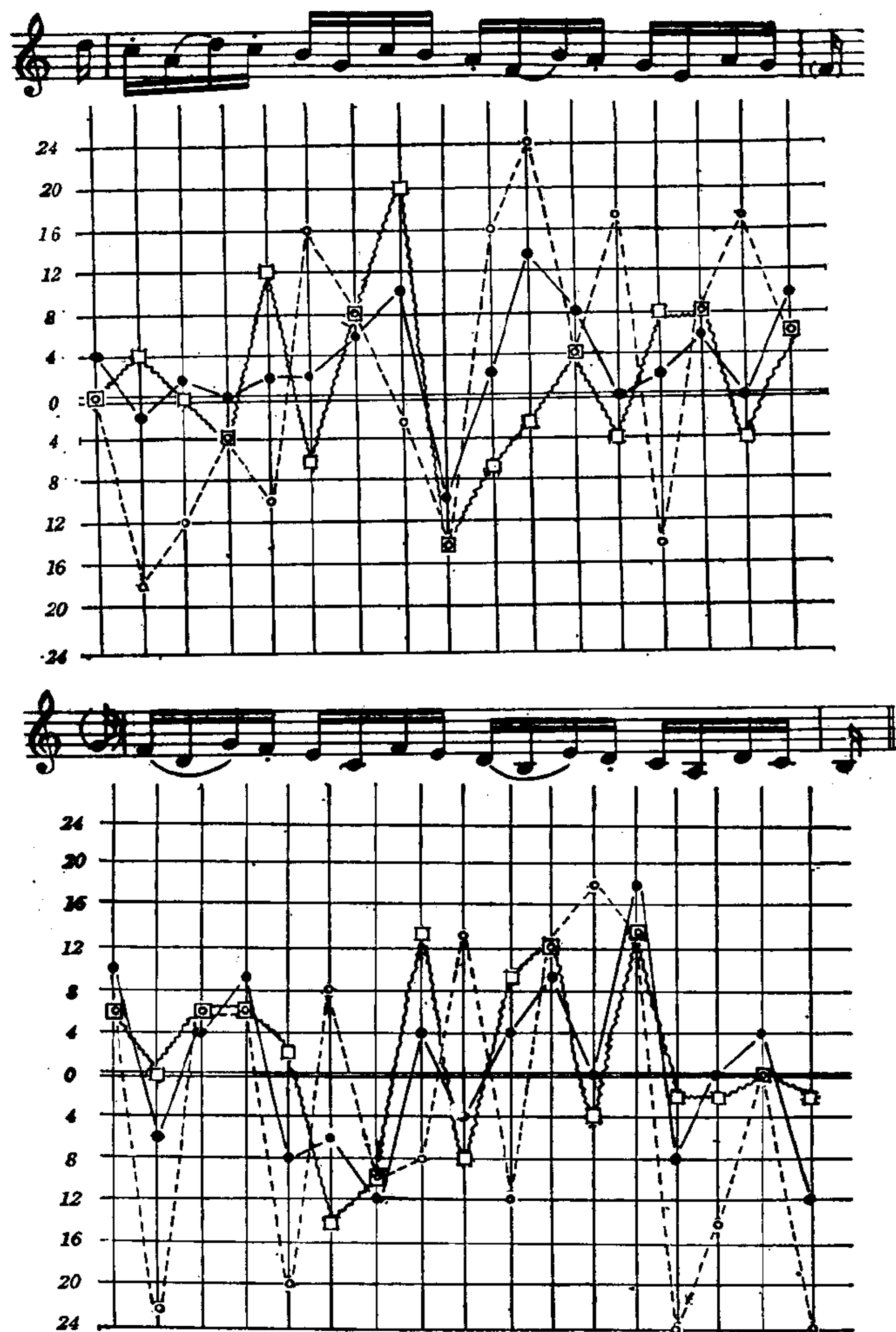
① 见斯科尔斯(Percy A. Scholes)编《牛津音乐之友》(1970年，第十版)中“律学”(temperament)条。

♭*d*音。这些都是应用五度相生律的表示。

§288. 格林(Paul C. Green)曾就当代六位小提琴家加以测验。① 被测验的六位小提琴家，都是在小提琴演奏上有很深的造诣的人：有管弦乐队的指挥或首席小提琴演奏者，有音乐学院的小提琴教授，等等。他们演奏同一的乐曲——法国小提琴家克鲁采(Rodolphe Kreutzer, 1766～1831)的«练习曲»第三首，演奏时不带伴奏，不奏吟音〔见§294〕。他们各从该曲的第一小节最后一音开始，共演奏56个音。现在就所演奏的56个音中，摘取前面的34个音，把六位被测音的小提琴家中的一位——圭迪(Scipione Guidi)，圣路易交响管弦乐队的副指挥兼首席小提琴演奏者——的演奏的测音结果摘录如下例。这个实例所要表明的是，演奏时各相邻两音间的音程，对十二平均律、对五度相生律和对纯律的标准高度的差距（较高或较低多少音分)。实例中，五线谱下面的直线即表示这种差距。横线表示差距的数据。零(0) 所指示的双线，表示标准高度；零上方的数字所指示的横线，依次表示高于标准高度多少音分；零下方的数字所指示的横线，依次表示低于标准高度多少音分。黑点和实线(•—) 表示演奏时与十二平均律相符合或存在某种程度的差距。方框和曲线(□~~~~)表示演奏时与五度相生律相符合或存在某种程度的差距。圆圈和虚线(○……)表示演奏时与纯律相符合或存在某种程度的差距。圆圈外面加方框(回)，表示五度相生律和纯律处于同一的情况。用下例中第一音和第二音构成的大二度 (d^2—c^2) 为例，演奏时比十二平均律高4音分，对五度相生律和纯律都完全准确。

① 见美国音乐心理学家西肖尔(CarlE. Seashore. 1866～1949)所著«音乐心理学»(1938年初版，1967年再版)中引用格林关于小提琴音律问题的研究报告。

例 172



上例一小段练习曲的测音结果表明，这位小提琴家所奏出的

各音程，对十二平均律的差距与对五度相生律的差距，大体上相同；从差距的数据看来，对五度相生律的差距比对十二平均律的差距为大，最大达 *20* 音分。但是，对纯律的差距就更大，最大达*24*音分；而且符合或接近纯律的音程，相对之下也比较少。可见演奏者比较接近十二平均律或五度相生律。

以上只就一位小提琴家对练习曲一小段的演奏的测音结果而言，如果把六位小提琴家对练习曲的56音的演奏的测音结果一齐加以统计，就会知道，总的情况是接近五度相生律〔详后文§289〕。

上例表明，对同一音程先后两次出现时，有时完全相同，有时有微小的差异，有时有明显的不同。例如，两次出现在第一小节的第三拍和第四拍内的 a^1—g^1 音程，完全相同。两次出现在第一小节的第一拍前和第一拍内的 d^2—c^2音程，微有差异(相差 *4* 音分)。两次出现在第二小节的第三拍和第四拍内的 d^1—c^1 音程，有明显的不同(相差 *14* 音分)。

又上例中第一个音程 d^2—c^2 是全音。测音记录表明，照十二平均律，这个音程的演奏高度比标准高度高 *4* 音分；可见这个音程的演奏高度是 *204* 音分(*200*＋*4*＝*204*)。在五度相生律和纯律，大全音正好是 *204* 音分；所以照该二律制，这个音程的演奏高度与标准高度完全符合。

又上例中第二个音程 c^2—a^1 是小三度。测音记录表明，照十二平均律，这个音程的演奏高度比标准高度低 *2* 音分；可见这个音程的演奏高度是 *298* 音分(*300*－*2*＝*298*)。在五度相生律，小三度是 *294* 音分；所以照五度相生律，这个音程的演奏高度比标准高度高 *4* 音分(*298*－*294*＝*4*)。又在纯律，小三度是 *316* 音分；所以照纯律，这个音程的演奏高度比标准高度低 *18* 音分（*316*－*298*＝*18*)。

§289. 从六位小提琴家对克鲁采的《练习曲》中56个音的演奏的测音结果，把其中五种音程——小二度、大二度、小三度、大三度和纯四度——分别加以统计，得出平均数如下：

（1）小二度(即半音)。统计的平均数表明，各小提琴家奏出的半音(例如b^1—c^2、e^1—f^1等)，音程有强烈的缩小趋势。用百分比说明具体的情况：有24%符合或接近(6音分内稍高或稍低〔下同〕)于十二平均律半音；没有一个完全符合于纯律半音，只有5%接近于纯律半音；但是有42%符合或接近于五度相生律半音；并有28%以不同程度小于五度相生律半音（个别竟有小于五度相生律半音36音分的)。

（2）大二度(即全音)。统计的平均数表明，各小提琴家奏出的全音(例如c^2—d^2、a^1—b^1、g^1—a^1等)，音程有强烈的扩大趋势。用百分比说明具体的情况：有29%符合或接近于十二平均律全音；只有5%符合或接近于小全音；但是有40%符合或接近于大全音；并有26%以不同程度大于大全音（个别有大于大全音32音分的)。

（3）小三度。统计的平均数表明，各小提琴家奏出的小三度(例如a^1—c^2、e^1—g^1等)，有类似小二度所具有的趋向。有17%符合或接近于平均律小三度；有12%符合或接近于纯律小三度；有44%符合或接近于五度相生律小三度；有20%以不同程度小于五度相生律小三度(有小于五度相生律小三度26音分的)。

（4）大三度。统计的平均数表明，各小提琴家奏出的大三度(例如g^1—b^1、f^1—a^1等)，有类近大二度所具有的趋向。有20%符合或接近于平均律大三度；没有一个完全符合于纯律大三度，只有4%接近于纯律大三度；有41%符合或接近于五度相生律大三度(六位小提琴家中有四位经常保持着符合于五度相生律大三度)；有26%以不同程度大于五度相生律大三度（有大于五度相生律大

三度 32 音分的)。

(5) 纯四度。五度相生律和纯律的纯四度，与十二平均律纯四度比较，只少 2 音分；由于两种纯四度差距极微，可以合并统计。统计的平均数表明，有71％符合或接近于平均律和纯律纯四度；有19％以不同程度大于这种纯四度(个别有大于平均律纯四度 24 音分的)；有 15％①以不同程度小于这种纯四度(个别有小于平均律纯四度 24 音分的)。

对纯四度的统计平均数，有一点须注意，即“大于纯四度”和“小于纯四度”双方，是相平衡的。即双方都超出(大于或小于平均律纯四度)24音分；在百分比数量上双方大体相同，不象在大小二度和大小三度那样，要么倒向扩大一边，要么倒向缩小一边。

从上面的测音和统计的结果可知，六位小提琴家所奏出的五种音程，就精密的高度而言，既不完全合于十二平均律，也不完全符合于纯律，而接近五度相生律。

§ 290. 小提琴等弦乐器演奏者参加弦乐重奏、弦乐合奏以至管弦乐队合奏时，必然会把五度相生律带进了各该重奏和合奏中去。今日的弦乐重奏等，一般倾向于五度相生律；但是在个别处所或段落，由于和弦上的需要，就改用纯律，——用纯律音程或纯律和弦。

弦乐四重奏并不如某些人所想象，全部用纯律演奏。现在举述弦乐四重奏的作品中个别处采用纯律音程和纯律和弦的实例。

下例引自柴科夫斯基(Peter Tchaikowsky, 1840～1893)的第三《弦乐四重奏》(作品第 30 号，♭e 小调)第一乐章，第一小节至第八小节(括号内数字表示小节数，箭头表示所要说明的音)。第六小节里第一小提琴的 ♮b¹音和第二小提琴的 ♯f¹音，如果照五度

① 这里各百分比的比值的总数超过了 100。这是由于原来计算上的误差所致。

相生律，应分别比第二小节里的♭c^2音和♭g^1音稍高〔参见第三章，§70〕。俄罗斯音乐学家拉本（Lev Nikolayevich Raben，1913～）在所著《四重奏演奏问题》①（1956年初版，1960年再版）提出，第六小节里的♮b^1音和#f^1音须分别比第二小节里的♭c^2音和♭g^1音稍低。这样就在和弦上使第六小节d^1—♮b^1的大六度和d^1—#f^1的大三度稍为缩小，以合于纯律音程。固然，第二小节的♭c^2音稍高，与曲调的向上进行（进入♭e^2和♮d^2音）有关，第六小节的♮b^1音稍低，与曲调的向下进行（进入♮a^1和♭b^1音）有关，但是和弦上纯律音程的要求，确是一种因素。

例173

第一小提琴 Andante sostenuto　柴科夫斯基

§291. 下例同样引自柴科夫斯基的第三《弦乐四重奏》第一乐章，第29小节至31小节。如果照五度相生律，在中提琴声部，第30小节的#f音应比第29小节的♭g音稍高。但是拉本提出，这里的#f音要比♭g音稍低。这样就使第29小节第二个和弦——小三和

① 见拉本：《四重奏演奏问题》，金文达、毛宇宽译，1962年，音乐出版社。

弦♭e—♭g—♭b 中的三音♭g 稍高，合于纯律的要求；使第 30 小节第二个和弦 d^1—♯f—A—c^1中与 d^1构成大三度（这里转位为小六度）的♯f音稍低，合于纯律的要求；并使第 30 小节第一小提琴的 ♮d^2不致高于第 29 小节的♮d^2音，给主要曲调保持正确的高度。

例 174

柴科夫斯基

第一小提琴 (29) (30) (31)

第二小提琴

中提琴

大提琴

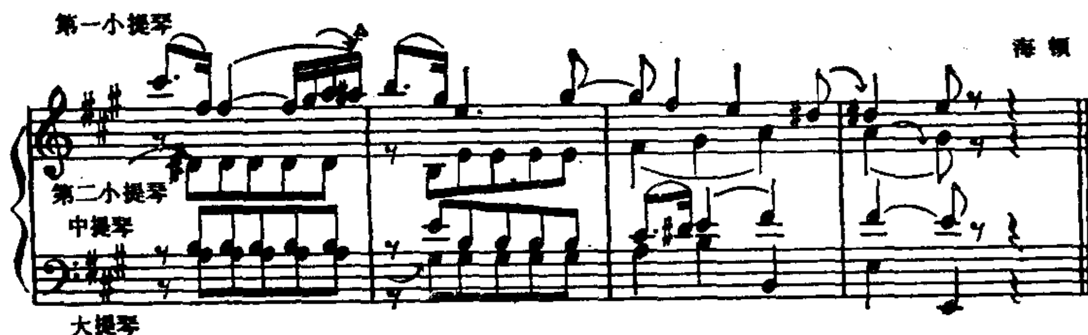
mf *più f*

§ 292. 俞丽拿等四人总结演奏弦乐四重奏的音律问题①时提出，演奏四重奏时，从和声的角度，大音阶的二级音“要高些”，三级音和六级音“要略低”。这里所说的“高些”和“略低”，就是从纯律的角度要求这些音比十二平均律或五度相生律略高或略低。

她们又提出，同样一个音，当它在曲调进行中与包含在和弦内，在处理音高时应有区别。下例引自海顿(Josef Haydn, 1732～1809)的«云雀»四重奏中第二乐章，记有箭头的各音，由于作为和弦的三音或处于和弦中的导音，“不宜过高”。即第一小节中♯d^1音作为*b*—♯*d*—♯*f*—*a* 和弦中的三音，第二小节中♯g音作为*e*—♯*g*—*b* 和弦中的三音，第四小节中♯d^2音处于♯*d*—♯*f*—*a*和弦中的导音，都不宜过高。反之，加记△的♯a^2 音（第一小节第一小提琴声部），则由于突出曲调的倾向，“可以较高”。前者，作为和弦的三音等“不宜过高”（即要求略低），显然是根据纯律；后者，由于突出曲调的倾向“可以较高”（即要求构成五度律小半音〔§61〕），显然是根据五度相生律。

① 见«弦乐四重奏排练心得»，俞丽拿、丁芷诺、吴菲菲、林应荣（丁芷诺整理），«生活、思想、技巧»（第一辑），1962 年，音乐出版社。

例 175



再又提出，演奏一个和弦（例如F大调的主和弦），和弦的三音是小提琴上不能变动的空弦 a^1 音时，“这种情况就只能根据 a^1 弦将 f^1 音奏得略高些”。这不消说是为了获得纯律的和弦效果。

§293. 小提琴和钢琴合奏或小提琴由钢琴伴奏时，情况略有不同。这时主要是小提琴演奏者要适应钢琴的十二平均律。小提琴演奏者如果演奏和弦时需要合于纯律，就在低方声部作适当的变动，而保持高方声部与钢琴的十二平均律相一致。

下例引自贝多芬〔§200〕的«克鲁采奏鸣曲»(Kreutzer Sonata)（作品第 47 号）小提琴独奏部分。敏感的演奏者演奏第一小节第二个和弦时，会把 d^2 音稍为升高，以合于纯律。这是因为，第二个和弦由 d^2—$\#f^2$ 两音构成，$\#f^2$ 是音阶的六级音，按纯律要求，这个 $\#f^2$ 音应当稍低于钢琴上的音，现在演奏者为了保持与钢琴的音高一致，又要合于纯律，就把低方音 d^2 音稍为升高。

例 176



尽管小提琴能与钢琴相适应，但是音乐创作者写作小提琴和钢琴合奏，或由钢琴伴奏，以及弦乐和钢琴合奏这类作品时，总是尽量避免小提琴等声部与钢琴声部作完整的大音阶或小音阶的齐

奏。因为这种齐奏，会使两种乐器在音高上不相适应的缺陷暴露出来,而又难于补救。

§294. 小提琴等弦乐器上普遍应用“吟音”(vibrato)。吟音就是由原音和另一稍高的音迅速交换而成，即一音产生“波动”的一种演奏方式。从律学研究的角度来看，吟音主要有两方面的特征:一是“波动幅度”的大小,这是属于音的高度方面的;二是“波动速度”,即一秒钟内波动多少次。斯莫尔①(Arnold Small)曾就当代九位优秀小提琴家选出他们所演奏的在一定范围内有典范性的曲目(大部分根据唱片),加以测音和统计,得出吟音波动的平均幅度为50音分;即构成吟音的原音和另一稍高的音两者在高度上的差距为50音分(相当四分音);得出吟音波动的平均速度为每秒钟6.5次。

斯莫尔所据以测音的九位优秀小提琴家，——其中包括着好几位人们熟悉的小提琴家，他们的姓名和曲目如下。小提琴家原文姓名后所附[德]、[美]等表示国籍,[奥—美]表示奥地利人入了美国籍;未注明者表示国籍不明。

小提琴家	曲目(作曲者)
…………	………………
布施(Adolf Busch[德])	d小调奏鸣曲(J.S. 巴赫)
克莱斯勒(Fritz Kreisler[奥-美]	g小调奏鸣曲(J S. 巴赫)
梅纽因(Yehudi Menuhin[美])	C大调奏鸣曲(巴赫) 《吉卜赛人》(Tzigane) (拉威尔[Ravel])
西盖蒂(Joseph Szigeti[匈-美])	g小调奏鸣曲(巴赫)
埃尔曼(Misha Elman[俄-美])	G弦曲调(巴赫-威廉 [wilhelmj])
塞德尔(Toscha Seidl[俄-美])	同　上
肯德里(Frank Estes Kendrie)	《圣母颂》(舒柏特-威廉)

① 见西肖尔的《音乐心理学》[§288，注①]中所引用的斯莫尔的有关著述。

斯莱特金(Felix Slatkin[美])	同　上
斯莫尔(Arnold Small)	G 弦曲调(巴赫-威廉)
	《圣母颂》(舒柏特-威廉)

根据西肖尔的测算认为，今日小提琴家演奏上吟音波动的平均速度为每秒钟 7 次;其极限，每秒钟不少于 5 次,不多于 10 次。西肖尔的测算与斯莫尔的测算是十分接近的。

§295. 吟音除用在小提琴演奏上之外,同样用在中提琴和大提琴演奏上。用在中提琴和大提琴上的吟音，其波动幅度和波动速度,大致与小提琴上的相同。

吟音既用在小提琴等弦乐器的独奏上，也用在弦乐重奏和管弦乐队中同类乐器的合奏上。在重奏和合奏上，小提琴等乐器的吟音,由首席的带领下,使吟音的波动速度等取得一致。

附带地说一下，在管弦乐队中，管乐器较少用吟音。管乐器只在乐队中作为独奏乐器而出现时,才用吟音。例如,长笛、双簧管、大管和小号等,在乐队中作为独奏而出现时，经常用吟音。单簧管一般不用吟音。无吟音的音称为“白音”(white tone)。

声 乐 的 音 律

§296. 声乐上音律的变通性的情况,基本上与小提琴的相同。今天合唱队的训练者,要求合唱队员在唱大音程(例如大二度的全音、大三度、大六度等)时,尽量扩大音程,在唱小音程(例如小二度的半音、小三度、小六度等)时,尽量缩小音程〔参看§289〕，是普遍的现象；这就必然导致合唱队倾向于五度相生律。如果合唱队在某一处所或段落需要纯律的效果，就必须提出特殊的要求〔参见§290〕。如果整首合唱曲要求获得纯律的效果，那就得有具体的

措施了〔参见第七章，§195〕。

声乐用钢琴伴奏时，音律上适应的情况，大体与小提琴和钢琴的关系相同〔参见§293〕。

§297. 吟音极其广泛地应用在声乐上。比起小提琴一类弦乐器来，声乐上远为普遍地应用着吟音，无论哪种唱法，都无例外。在歌唱上无所不在地应用着吟音，就连一音滑入它音的滑行过程中也用吟音。唱歌家几乎是不用吟音就无法唱歌。研究家①就当代优秀的唱歌家29人所演唱的歌曲，加以测音和统计，得出吟音波动的平均幅度为*96*音分(可以说是半音)，吟音波动的平均速度为每秒钟6.6次。即声乐上吟音波动的平均幅度，比小提琴上的大一倍(小提琴上的吟音波动的平均幅度为*50*音分〔§294〕，而声乐上的则约半音)。但是声乐上吟音波动的平均速度，却与小提琴上的几乎相同（小提琴上吟音波动的平均速度为每秒钟6.5次或7次〔§294〕)。现在把29位唱歌家每一个人的吟音波动的平均幅度和平均速度，按次序(左栏幅度由小至大，右栏速度由慢至快)列表如下。歌唱家姓名原文后所附〔美〕、〔德〕等表示国籍，〔捷-美〕表示捷克人入了美国籍；未注明者表示国籍不明。

在吟音的波动幅度方面，被测验的29位唱歌家中，幅度最小者为*62*音分，最大者为*196*音分(相当于十二平均律全音)。最大者为最小者的三倍。

从表中看来，吟音无论在波动幅度或波动速度方面，都与歌声的类别没有关系；同时幅度和速度两方面，也没有必然的联系。

---

① 见西肖尔所著《音乐心理学》〔§288，注①〕所引哈罗尔德·西肖尔（Harold G. Seashore)、梅特费塞尔(Milton Metfessel)等人的有关资料。

歌唱家	吟音的波动幅度(音分值)
麦克贝思(Florence Macbeth[美])(女高音)	62
布拉斯劳(Sophie Braslau[美])(女低音)	72
德特拉齐尼(Luisa Tetrazzini[意])(女高音)	74
舒曼·海恩克(Ernestine Schumann-Heink [(捷—美])(女低音)	76
拉香斯卡(Hulda Lashanska)(女高音)	86
加莉·库奇(Amelita Galli-Curci[意])(女高音)	88
西肖尔(Helen Seashore)(女高音)	88
马蒂内利(Giovanni Martinelli [意])(男高音)	88
贝克(Elisie Baker)(女低音)	90
达德芒(Royal Dadmun)(男低音)	92
德·哥哥萨(Emilio Eduardo de Gorgoza)(男中音)	92
卡鲁索(Enrico Caruso[意])(男高音)	94
哈克特(Karleton Hackett)(男高音)	94
克鲁克斯(Richard Crooks[美])(男高音)	94
庞塞尔(Rosa Ponselle[美])(女高音)	96
斯塔克(Herald Stark)(男高音)	96
雷特伯格(Elizabeth Rethberg[德])(女高音)	98
霍　默(Louise Homer[美])(女低音)	102
马　什(Lucy Marsh)(女高音)	104
吉　利(Beniamino Gigli[意])(男高音)	104
耶里扎(Maria Jeritza[捷])(女高音)	106
汤普森(Carl Thompson[美])(男低音)	106
沙利阿平(Feodor Chaliapin[俄])(男低音)	108
塔　莉(Marion Talley[美])(女高音)	108
奥尼金(Sigrid Onegin[德])(女低音)	108
蒂贝特(Lawrence Tibbett)[美])(男中音)	110
代·卢卡(Giuseppe De Luca[意])(男中音)	116
克拉夫特(Arthur Kraft)(男高音)	118
里米尼(Giacomo Rimini)(声部不明)	196

歌唱家	吟音的波动速度(每秒钟次数)
霍　默(女低音)	5.9
克拉夫特(男高音)	5.9
哈克特(男高音)	5.9
汤普森(男低音)	5.9
贝　克(女低音)	6.2
西肖尔(女高音)	6.3
达德芒(男低音)	6.3
奥尼金(女低音)	6.4
里米尼(声部不明)	6.5
吉　利(男高音)	6.5
斯塔克(男高音)	6.5
克鲁克斯(男高音)	6.5
马　什(女高音)	6.6
布拉斯劳(女低音)	6.6
蒂贝特(男中音)	6.6
塔　莉(女高音)	6.7
耶里札(女高音)	6.8
拉香斯卡(女高音)	6.8
德特拉齐尼(女高音)	6.8
代·卢卡(男中音)	6.8
沙利阿平(男低音)	6.9
庞塞尔(女高音)	6.9
马蒂内利(男高音)	6.9
雷特伯格(女高音)	7.0
卡鲁索(男高音)	7.1
麦克贝思(女高音)	7.2
加莉·库奇(女高音)	7.3
舒曼·海恩克(女低音)	7.6
德·哥哥萨(男中音)	7.8

钢 琴 的 音 律

§ 298. 钢琴是用十二平均律调音的。十二平均律与五度相生律以及纯律之间的矛盾，在第五章，§ 114、§ 115 已作了详细的说明。十二平均律在应用上有其优点，也有其缺点。为了适应今天音乐上移调、转调和变化音的需要，十二平均律是切实可行的最佳的律制。哪怕是多么复杂的转调和繁多的变化音，十二平均律都能应付裕如。但是十二平均律确也存在着一定的缺点，除了构成大小三和弦时音律不纯〔见第五章，§ 112、§ 113〕之外，还有“协和音”和“不协和音”的界限模糊不清的问题。

今日多声部音乐，以音程的协和性与不协和性作为音结合的两大范畴。八度或纯五度的两音的结合，产生协和音；大小三度和大小六度的两音的结合，产生次协和音；二度、七度和增减音程的结合，产生不协和音。现在在十二平均律上，于 *a*—*b* 之间用一个两可的♯*a*或♭*b*，两音可以随时变换(这称为“等音变换”〔enharmonic change〕)，以致协和音的小三度 *c*—♭*e* 与不协和音的增二度 *c*—♯*d*，在音高上完全相同了。又小六度 *c*—♭*a* 与增五度 *c*—♯*g*，在音高上也完全相同了。这样就把协和音与不协和音的两个范畴完全混淆了。

§ 299. 在用十二平均律调音的钢琴上，怎样解释这个矛盾呢？

在音乐中，每个音都不是孤立的，它总是与别的音结合成一组音，才发生一定的意义。对一个音，要看它在音阶与和弦中处于何种地位，又看它与前后音如何联系，才有可能决定它为何音，发生何种意义。

先用实例来说明小三度 c^1—$\flat e^1$ 和增二度 c^1—$\sharp d^1$ 的不同，亦

即 $\flat e^1$ 和 $\sharp d^1$ 的不同。下例 (1) 引自奥国作曲家舒柏特 (Franz Peter Schubert, 1797～1828)的作品。例中第二小节$\flat e^1$，是音阶的三级音，同时是主和弦的三级音(看第二小节第二拍，较为明白)；与前小节比较，$\flat e^1$ 音是C大音阶的三级音降低半音，使大调(C大调)转入同主音小调(c 小调)。下例(2)引自匈牙利作曲家李斯特 (Franz Liszt, 1811～1886) 的作品。例中 $\sharp d^1$ 音是C大音阶的升高的二级音，同时是变化 II^7 和弦中的升高的根音；当这个不协和弦进入主和弦以事解决时，$\sharp d^1$ 音进入音阶的三级音 e^1 音上。即 $\flat e^1$ 音和 $\sharp d^1$音尽管在钢琴的键盘上是同一个音，但是由于两音在音阶与和弦中处于不同的地位，又与前后音的联系也各有特点，因此，$\flat e^1$音属于调内的音(音阶的三级音)，与主音(c^1)结合时表现为协和音，而 $\sharp d^1$ 音则属于调外的变化音 (升高的二级音)，在和弦中与主音结合时，表现为不协和音。

例 177

(1) 舒伯特

C　　c

(2) 李斯特

C

§ 300. 再举实例来说明小六度 c^1—$\flat a^1$ 和增五度 c^1—$\sharp g^1$ 的不同，亦即 $\flat a^1$ 和 $\sharp g^1$ 的不同。在下例(1)，$\flat a^1$ 音是C大音阶的降低的六级音，同时是变化 IV 和弦的降低的三音。在下例(2)，$\sharp g^1$ 音则是C大音阶的升高的五级音，同时是变化 I 和弦的升高的

五级音。

Ⅰ和弦因为有了升高的五音，使和弦成不协和的增三和弦。通过这个增三和弦，使C大调转入 #c 小调。♭a¹ 和 #g¹ 两音在音阶与和弦中处于不同的地位，又与前后音的联系也各有特点，因此，♭a¹ 音和主音(c¹)相结合时，表现为协和音，而 #g¹ 音与主音相结合时则表现为不协和音(虽则 ♭a¹ 音也可以组成不协和音，如例(1)第二小节第二拍前半)。

例 178

(1)

C I Ⅳ V I

(2)

C I I #c I I

§ 301. 钢琴用十二平均律调音，通用的调音法有两种。一种用十二平均律纯五度（*700* 音分）加入八度而调音。从 a 音（220 Hz)出发，上生高八度a¹ 音(440 Hz)〔§ 21〕，继即从 a 音上生纯五度 e¹ 音。如此上下相生，最后回到 a¹ 音，如下例：

例 179

另一种调音法是用十二平均律纯五度和大三度（*400*音分）而调音。从c^1音（以$a^1=440\,Hz$，$c^1=216.63Hz$）下生低八度c音，从c音连续上生两个大三度e音和#g音；继而从#g音下生纯五度#c音，从#c音连续上生两个大三度#e(=f)音和a音（f—a音之间插入〔*c*〕音，用作检查纯四度*f*—c）。如此上下相生，最后达到b音，如下例：

例 180

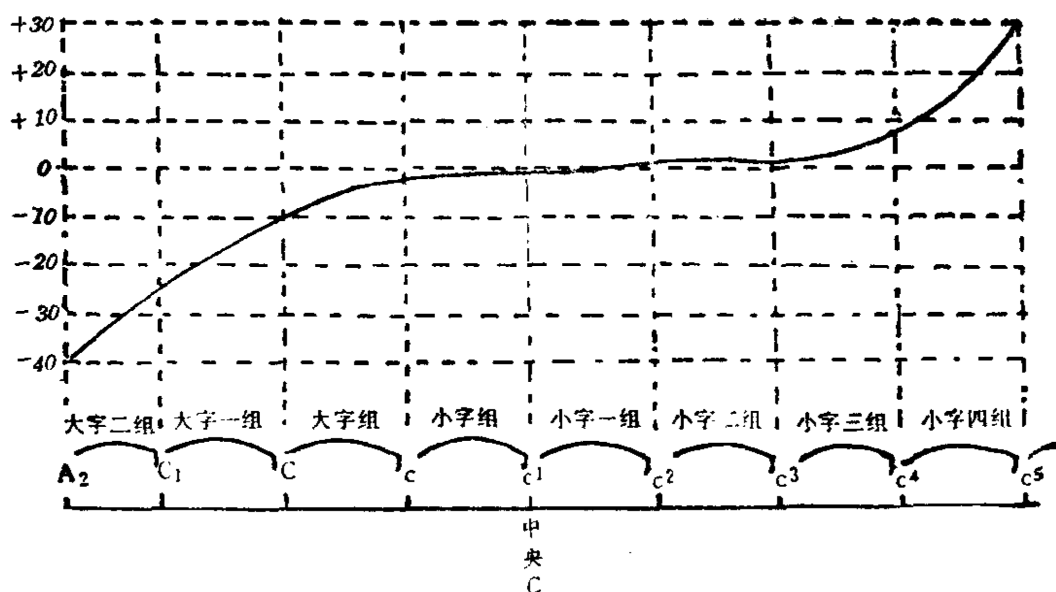


§ 302. 钢琴调好基础的八度（或一组）之后，并非全按基础八度内各音机械地向上方照高八度（*1200* 音分）迭加、向下方照低八度迭加而调音，而是在一定组位，上方高于八度、下方低于八度来调音，从而形成"偏差音"(inharmonicity)。偏差音主要因琴弦的性质而起。高音方面，琴弦张力极大，使弦变得坚硬，振动时掺入棒振动〔§5(4)〕的性质，导致琴弦频率偏大。反之，低音方面多用缠弦，而缠弦要比粗细或重量相同的实心弦柔软（与高音琴弦的坚硬相反），导致琴弦频率偏小。现在用图式表明立式小钢琴的一般偏差现象如下例181①。偏差数值习惯用表示音高的音分值来表示。例中上方左侧数字即为表示偏差数值的音分值。横向曲线为"偏差曲线"。从偏差曲线可知，钢琴高低两极的小字四组和大字一组，偏差特别大；b^4 音偏高 *30* 音分，A_2 音偏低 *40* 音分。

偏差音全凭优秀的调音师以其训练有素的听觉来调整。调音师和音乐家的不同爱好以及钢琴的不同结构，都会使偏差音发生变化。美国马萨诸塞州芝加哥公司提供的钢琴偏差音处理资料表明，在低音与在高音一样，也偏向高方；同时不同类型的钢琴，其偏

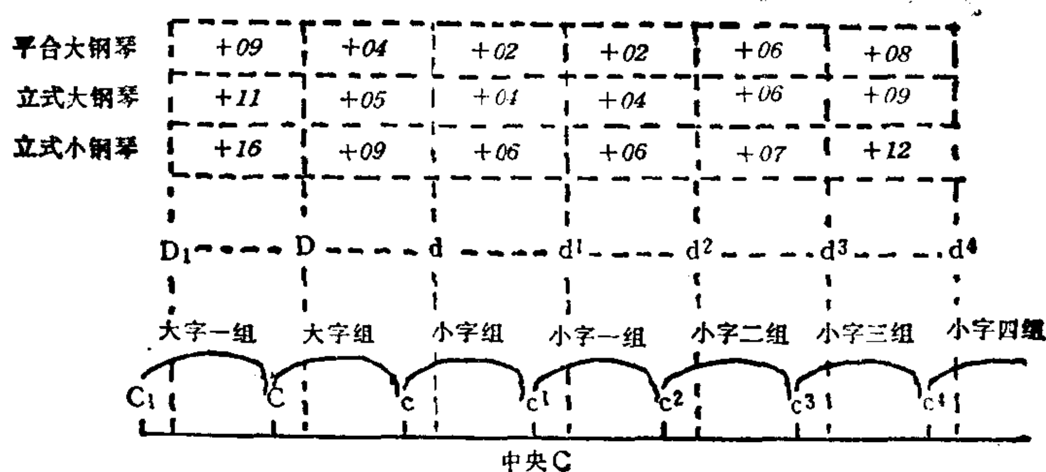
① 见美国声学家罗辛(Thomas D. Rossing)所著《声音的科学》，1982年。

例 181



差音亦各异，而以平台大钢琴偏差最小。作图式如下例。例中上方数字表示在一定的组位内高于八度（*1200* 音分）的音分值。

例 182



今日德国汉堡斯坦韦(Steinway)公司制造的平台大钢琴，据称不存在偏差音。

§ 303. 今天钢琴全都依照十二平均律来调音。少数的例外是，有的演奏家为了保持 17、18 世纪作曲家的原有风格，要求钢琴

依照中庸全音律〔见§190〕来调音，用以演奏 17 世纪时英国和意大利的作曲家的奏鸣曲（这种乐曲当时是用中庸全音律写的），以及与 J. S. 巴赫同时代的作曲家为管风琴写的前奏曲和赋格曲（在巴赫时代〔1700～1750〕管风琴尚未用十二平均律调音），甚至莫扎特（Wolfgang Amadeus Mozart，1756～1791）的奏鸣曲和钢琴协奏曲。

管弦乐队的音律

§304. 小提琴等弦乐器的音律，侧重于五度相生律而又接触到十二平均律和纯律〔§289、§290〕，这种情况必然带进了管弦乐队。管弦乐队中的各种木管乐器，构造上基本上应用十二平均律，但是可以通过不同的指法和吹法（包括嘴唇和气息的调整），把音高稍加改变，以便适应它种律制。铜管乐器由于经常应用超吹〔见§10〕（视乐器构造的不同而异其超吹的音数），易于发生纯律的音，但是在乐队中仍能适应它种律制。

管弦乐队是由集合各类乐器而成的综合体，当然不容许各类乐器各行其是，诸律并作。尽管各类乐器各自具有中心的律制，但是它们在音律上都能在一定限度内作适当的“变通”，以便适应它种律制。

管弦乐队的指挥者在训练乐队演奏时，发挥乐队在音律上的有利条件，注意调整乐队的音律，始终是指挥者的任务之一。指挥者可以根据乐曲或乐曲段落的性质来决定用某种律制或侧重于某种律制。例如，演奏钢琴协奏曲时，要求乐队适应十二平均律。曲调性很强，而且主要用弦乐器来演奏的乐曲或段落，可以用五度相生律。和声性突出而且主要用铜管乐器来吹奏的乐曲或段落，要求产生纯律效果的和弦。

§ 305. 对于德国作曲家瓦格纳 (Richard Wagner, 1813～1883)的富于“变化和弦”(chromatic chord)和“等音转调”(enharmonic modulation)的音乐，又对于法国作曲家德彪西〔§ 210〕的根据十二平均律的“全音音阶”(whole-tone scale)的作品，要求乐队用十二平均律来演奏，是很自然的，也是合理的。在贝多芬的作品中遇到等音转调，也会要求用十二平均律来处理。

奥地利籍匈牙利指挥家尼基什 (Arthur Nikisch, 1855～1922) 指挥演出贝芬的《英雄交响曲》时，要求对第三乐章(“谐谑曲”〔scherzo〕)中段，第 235、236 小节处用三支圆号吹奏的七和弦〔见下例〕，用自然七度〔见 § 85)吹奏和弦的七音。

例 183



上例中，七和弦开始于第三小节第三拍，其七音($\flat d^1$ 音)在低音部。

上举的段落，和声性突出而又由易于产生纯律音程的圆号吹出，所以指挥者作了这样的处理，能产生美好的效果。

在爵士乐(jazz)乐队中常用小号 (trumpet)或短号 (cornet)以超吹〔§ 10〕吹出特性音“布鲁斯七度”(blues seventh)，也就是上述的自然七度。

① 这里不照圆号的移调记谱法来记谱，而照音的实际高度来记谱。

八度近似性

§307. 前面我们讲某一种律制、音阶和调式时，总是限于一个八度之内；对超过八度，高八度或低八度的那些音，认为与基本八度内的音相同，不给以区别。但是相隔八度(包括两个或更多的八度)的两音，——即处于八度关系的两音，既然在音律的物理方面存在着频率数据成倍或数倍地增减的事实，则其所发之音不可能没有差异。八度关系的两音既有相同的一面，又有差异的一面，它处于近似的状态。所以，八度关系称为"八度近似性"(Oktave-nähnlichkeit〔德〕)。

赫尔姆霍茨〔§26〕认为，八度近似性由于高低两音有着共同的倍音所致。

在音乐实践中普遍存在着八度近似性。例如，一首女高音独唱的歌曲由钢琴伴奏演唱，这首歌曲可以不改变伴奏而由男高音演唱。器乐上也有类似的情况。这时，独唱独奏的高八度或低八度的曲调，在音的高度关系方面，能适应于同一的伴奏；但是曲调由于高低八度的移动，在同一伴奏衬托下，显示出曲调处于较高或较低的音区，从而产生不同的音响效果。

同一曲调在距离较远的高低不同的音区上出现时，可以产生远为不同的音响效果。这是由于，在低音区，一个音的"起音"和"刹音"的运动过程都较为迟缓，不像在高音区一个音的起音和刹音的运动过程较为迅速。下例引自贝多芬的《命运交响曲》第三乐章"诣谑曲"。曲调由于出现在低音区，因此特别在第一、二小节，短音连接出现，其各音的起音和刹音的运动过程都显得迟缓。如果把这段曲调移到高音区演奏，曲调进行的音响效果就显得不同，由迟缓变成敏捷了。

例 184



音乐中快速的经过句，一般都放在高音区，即由于上述的原因。

§308. 下面就和弦方面来观察八度近似性。各种转位和弦固然可以归于同一和弦〔见§218〕,但是，各种转位和弦由于构成和弦的各音所处的高低八度的地位不同，必然影响和弦的音响效果；特别是和弦的低音是什么音（和弦的根音、三音或五音），对和弦的结构起决定性的作用，从而对和弦的音响效果也起决定性的作用。

八度近似性出现在和弦上的时候，还由于高低音区的殊异，使同一和弦产生不同的音响效果。例如，同一*c*—*e*—*g* 和弦，在低音区奏出，成为 C—E—G 时，与在相隔较远的高音区奏出，成为 c^2—e^2—g^2 或 c^3—e^3—g^3 时，音响效果就大不相同；前者有嘈杂的感觉，后者有明朗的感觉。产生这种不同音响效果的原因是，在高低不同的音区，和弦中各音的排列法，在“疏密关系”上应有所不同。在高音区，和弦中各音可以作密集的排列；而在低音区，和弦中各音须作开离的排列。这种现象与倍音列〔见§7-例2〕的自然排列法有关；倍音列的自然排列法，就是低方音开离，高方音密集。现在的 *c*—*e*—*g* 和弦是一个密集和弦，它适应于高音区，而不适应于低音区。所以在低音区出现这个和弦时，会产生不自然的音响，给人以嘈杂的感觉。在和声学，和弦中各音一般要求高方音作密集排列，低方音作开离排列，即根据上述的疏密关系，亦即根据倍

音列的自然排列法。

上举的实例，除表明八度近似性的存在之外，并表明八度近似性由于高低音区的距离拉远，可以使近似性中的相同成份减少，同时差异成份增多。

我国民族音乐的律制问题

§ 309. 我国今天的音乐，出于移调和转调等方面的需要，因而有采用十二平均律为中心的趋向。这种趋向不仅有利于我国民族音乐的提高和发展，而且有助于我国音乐与外国音乐的交流。

有人认为，属五度相生律体系的三分损益律是我国传统的律制，应予保存，并提出实例说，在钢琴上弹奏戏曲，风格完全不同。著者认为，十二平均律是能够适应我国民族音乐风格的；钢琴上弹奏戏曲，风格所以不同，主要由于乐器构造的关系（虽然钢琴这乐器仍能表现民族风格），而不是律制的问题。今天的琵琶，在乐器制作（相和品的定位）上采用十二平均律，但是并未影响民族风格。因为琵琶采用十二平均律为标准，并不意味着拒绝三分损益律和纯律的"加味"。琵琶弹奏时，由于左手按弦的力量可以增减，因此能够稍微变动音高，使之适应于它种律制。其它定音乐器，如筝，也有类似的情况。即这类定音乐器，在十二平均律的基础上有适应它种律制的可能。

由于采用十二平均律，会不会导致三分损益律的衰亡？音乐实践证明，迄今为止，没有迹象表明这种情况的可能发生〔参见§ 287〕。

目前在民族音乐律制上比较突出的问题，是中立音问题。在兼用民族乐器和小提琴等乐器的"混合乐队"里，两类乐器在中立

四度和中立七度等的处理上，往往各行其是，造成乐队在音高方面显著不协调的现象。解决这个问题，主要看所演奏的乐曲的性质；如果所演奏的乐曲，中立音是主要的特点，去掉了中立音，就有损于民族风格，那么可以在保存中立音的前提下，由作曲者或编曲者在配器上加以调整，使中立音仅出现在民族乐器上，而不出现在西方乐器上。如果是钢琴之类定音乐器的独奏，那就只有把中立音按其偏高或偏低的程度，纳入一般升降音的范围之内了。

§ 310. 民族音乐的音律方面的研究，是民族音乐研究中重要的一环。在已取得成就〔§ 167〕的基础上，还须作进一步的开展。利用现代先进的测音技术或自制测音工具〔§25〕，对我国各族人民的民族民间音乐和戏曲音乐等进行广泛的音律测算和律制核定，例如，对各种传统乐器演奏上律制的测定和研究，对戏曲音乐的调式结构的测定，又如对各方面的演奏演唱者的演出进行音律分析，得出我国民族音乐中装饰音、装饰滑音和吟音等的规律，等等，都是今天律学研究的重要任务。完成好这项任务，对进一步推动我国民族音乐向前发展，将起一定的作用。

附录一　音分值和频率对照表

说　　明

1. 本表以十二平均律为标准，但可以查出任何律制的任何音；既可以从音分查出频率，也可以从频率查出音分。

2. 本表在 c^1 音（中央C音）至 c^2 音的一个八度内，从 *1* 至 *1200* 音分，顺次列出相应的频率。超过 c^1—c^2 音的范围，较高一组（c^2 音以上）的各音的频率，除以 2；较低一组（c^1 音以下）的各音的频率，乘以 2，即得符合本表的频率。

3. 欲根据频率，求音阶或调式中各音的音分值时，其计算法见正文 § 49、§ 50。

音分值和频率对照表(一)

0—100 (c^1)				100—200 (♯c^1)			
0	261.630	50	269.296	100	277.187	150	285.310
1	261.781	51	269.452	101	277.347	151	285.474
2	261.932	52	269.608	102	277 508	152	285.639
3	262.084	53	269.763	103	277.668	153	285.804
4	262.235	54	269.919	104	277.829	154	285.970
5	262.387	55	270.075	105	277.989	155	286.135
6	262.538	56	270.231	106	278.150	156	286.300
7	262.690	57	270.387	107	278.310	157	286.465
8	262.842	58	270.544	108	278.471	158	286.631
9	262.994	59	270.700	109	278.632	159	286.797
10	263.146	60	270.856	110	278.793	160	286.962
11	263.298	61	271.013	111	278.954	161	287.128
12	263.450	62	271.169	112	279.115	162	287.294
13	263.602	63	271.326	113	279.277	163	287.460
14	263.754	64	271.483	114	279.438	164	287.626
15	263.907	65	271.640	115	279.560	165	287.792
16	264.059	66	271.797	116	279.761	166	287.959
17	264.212	67	271.954	117	279.923	167	288.125
18	264.364	68	272.111	118	280.084	168	288.291
19	264.517	69	272.268	119	280.246	169	288.458
20	264.670	70	272.425	120	280.408	170	288.625
21	264.823	71	272.583	121	280.570	171	288.791
22	264.976	72	272.740	122	280.732	172	288.958
23	265.129	73	272.898	123	280.894	173	289.125
24	265.282	74	273.056	124	281.057	174	289.292
25	265.435	75	273.213	125	281.220	175	289.459
26	265.589	76	273.371	126	281.382	176	289.627
27	265.742	77	273.529	127	281.544	177	289.794
28	265.896	78	273.687	128	281.707	178	289.961
29	266.049	79	273.845	129	281.870	179	290.129
30	266.203	80	274.004	130	282.032	180	290.297
31	266.357	81	274.162	131	282.195	181	290.464
32	266.511	82	274.320	132	282.358	182	290.632
33	266.665	83	274.479	133	282.522	183	290.800
34	266.819	84	274.637	134	282.685	184	290.968
35	266.973	85	274.796	135	282.848	185	291.136
36	267.127	86	274.955	136	283.012	186	291.304
37	267.282	87	275.114	137	283.175	187	291.473
38	267.436	88	275.273	138	283.339	188	291.641
39	267.590	89	275.432	139	283.502	189	291.810
40	267.745	90	275.591	140	283.666	190	291.978
41	267.900	91	275.750	141	283.830	191	292.147
42	268.055	92	275.909	142	283.994	192	292.316
43	268.210	93	276.069	143	284.158	193	292.485
44	268.365	94	276.228	144	284.322	194	292.654
45	268.520	95	276.388	145	284.487	195	292.823
46	268.675	96	276.548	146	284.651	196	292.992
47	268.830	97	276.707	147	284.816	197	293.161
48	268.985	98	276.867	148	284.980	198	293.331
49	269.141	99	277.027	149	285.145	199	293.500
50	269.296	100	277.187	150	285.310	200	293.670

音分值和频率对照表(二)

200—300 (d¹)				300—400 (#d¹)			
200	293.670	250	302.275	300	311.132	350	320.249
201	293.840	251	302.450	301	311.312	351	320.434
202	294.009	252	302.624	302	311.492	352	320.619
203	294.179	253	302.799	303	311.672	353	320.805
204	294.349	254	302.974	304	311.852	354	320.990
205	294.519	255	303.149	305	312.032	355	321.175
206	294.689	256	303.324	306	312.212	356	321.361
207	294.860	257	303.450	307	312.393	357	321.547
208	295.030	258	303.675	308	312.573	358	321.732
209	295.200	259	303.850	309	312.754	359	321.918
210	295.371	260	304.026	310	312.935	360	322.104
211	295.542	261	304.201	311	313.115	361	322.290
212	295.712	262	304.377	312	313.296	362	322.477
213	295.883	263	304.553	313	313.477	363	322.663
214	296.054	264	304.729	314	313.658	364	322.849
215	296.225	265	304.905	315	313.840	365	323.036
216	296.396	266	305.081	316	314.021	366	323.223
217	296.568	267	305.258	317	314.202	367	323.409
218	296.739	268	305.434	318	314.384	368	323.596
219	296.910	269	305.611	319	314.566	369	323.783
220	297.082	270	305.787	320	314.747	370	323.970
221	297.257	271	305.964	321	314.929	371	324.157
222	297.425	272	306.141	322	315.111	372	324.345
223	297.597	273	306.318	323	315.293	373	324.532
224	297.769	274	306.495	324	315.476	374	324.720
225	297.941	275	306.672	325	315.658	375	324.907
226	298.113	276	306.849	326	315.840	376	325.095
227	298.286	277	307.026	327	316.023	377	325.283
228	298.458	278	307.203	328	316.205	378	325.471
229	298.630	279	307.381	329	316.388	379	325.659
230	298.803	280	307.559	330	316.571	380	325.847
231	298.976	281	307.736	331	316.754	381	326.035
232	299.148	282	307.914	332	316.937	382	326.224
233	299.321	283	308.092	333	317.120	383	326.412
234	299.494	284	308.270	334	317.303	384	326.601
235	299.667	285	308.448	335	317.486	385	326.789
236	299.840	286	308.626	336	317.670	386	326.978
237	300.014	287	308.805	337	317.853	387	327.167
238	300.187	288	308.983	338	318.037	388	327.356
239	300.360	289	309.162	339	318.221	389	327.545
240	300.534	290	309.340	340	318.405	390	327.735
241	300.708	291	309.519	341	318.589	391	327.924
242	300.881	292	309.698	342	318.773	392	328.113
243	301.055	293	309.877	343	318.957	393	328.303
244	301.229	294	310.056	344	319.141	394	328.493
245	301.403	295	310.235	345	319.326	395	328.683
246	301.577	296	310.414	346	319.510	396	328.872
247	301.752	297	310.594	347	319.695	397	329.062
248	301.926	298	310.773	348	319.879	398	329.253
249	302.100	299	310.953	349	320.064	399	329.443
250	302.275	300	311.132	350	320.249	400	329.633

音分值和频率对照表(三)

400—500 (e¹)				500—600 (f¹)			
400	329.633	450	339.292	500	349.234	550	359.467
401	329.824	451	339.488	501	349.436	551	359.675
402	330.014	452	339.684	502	349.638	552	359.883
403	330.205	453	339.881	503	349.840	553	360.091
404	330.396	454	340.077	504	350.042	554	360.299
405	330.587	455	340.273	505	350.244	555	360.507
406	330.778	456	340.470	506	350.447	556	360.715
407	330.969	457	340.667	507	350.649	557	360.924
408	331.160	458	340.864	508	350.852	558	361.132
409	331.351	459	341.061	509	351.054	559	361.341
410	331.543	460	341.258	510	351.257	560	361.550
411	331.734	461	341.455	511	351.460	561	361.759
412	331.926	462	341.652	512	351.663	562	361.968
413	332.118	463	341.849	513	351.866	563	362.177
414	332.310	464	342.047	514	352.070	564	362.386
415	332.502	465	342.245	515	352.273	565	362.596
416	332.694	466	342.442	516	352.477	566	362.805
417	332.886	467	342.640	517	352.680	567	363.015
418	333.078	468	342.838	518	352.884	568	363.224
419	333.271	469	343.036	519	353.088	569	363.434
420	333.463	470	343.235	520	353.292	570	363.644
421	333.656	471	343.433	521	353.496	571	363.854
422	333.849	472	343.631	522	353.706	572	364.065
423	334.042	473	343.830	523	353.905	573	364.275
424	334.235	474	344.028	524	354.109	574	364.485
425	334.428	475	344.227	525	354.314	575	364.696
426	334.621	476	344.426	526	354.519	576	364.907
427	334.814	477	344.625	527	354.723	577	365.118
428	335.008	478	344.824	528	354.928	578	365.329
429	335.201	479	345.024	529	355.133	579	365.540
430	335.395	480	345.223	530	355.339	580	365.751
431	335.589	481	345.422	531	355.544	581	365.962
432	335.783	482	345.622	532	355.749	582	366.173
433	335.977	483	345.822	533	355.955	583	366.385
434	336.171	484	346.021	534	356.161	584	366.597
435	336.365	485	346.221	535	356.366	585	366.809
436	336.559	486	346.421	536	356.572	586	367.021
437	336.754	487	346.622	537	356.778	587	367.233
438	336.948	488	346.822	538	356.984	588	397.445
439	337.143	489	347.022	539	357.191	589	367.657
440	337.338	490	347.223	540	357.397	590	367.870
441	337.533	491	347.423	541	357.604	591	368.082
442	337.728	492	347.624	542	357.810	592	368.295
443	337.923	493	347.825	543	358.017	593	368.508
444	338.118	494	348.026	544	358.224	594	368.721
445	338.314	495	348.227	545	358.431	595	368.934
446	338.509	496	348.428	546	358.638	596	369.147
447	338.705	497	348.629	547	358.845	597	369.360
448	338.900	498	348.831	548	359.052	598	369.573
449	339.096	499	349.032	549	359.260	599	369.787
450	339.292	500	349.234	550	359.467	600	370.001

音分值和频率对照表(四)

600—700 (♯f^1)				700—800 (g^1)			
600	370.001	650	380.843	700	392.002	750	403.489
601	370.214	651	381.063	701	392.229	751	403.722
602	370.428	652	381.283	702	392.455	752	403.955
603	370.642	653	381.503	703	392.682	753	404.188
604	370.857	654	381.723	704	392.909	754	404.422
605	371.071	655	381.944	705	393.136	755	404.656
606	371.285	656	382.165	706	393.363	756	404.889
607	371.500	657	382.386	707	393.590	757	405.123
608	371.714	658	382.606	708	393.818	758	405.357
609	371.929	659	382.828	709	394.045	759	405.592
610	372.144	660	383.049	710	394.273	760	405.826
611	372.359	661	383.270	711	394.501	761	406.060
612	372.574	662	383.492	712	394.729	762	406.295
613	372.790	663	383.713	713	394.957	763	406.530
614	373.005	664	383.935	714	395.185	764	406.765
615	373.220	665	384.157	715	395.413	765	407.000
616	373.436	666	384.379	716	395.642	766	407.235
617	373.652	667	384.601	717	395.870	767	407.470
618	373.868	668	384.823	718	396.099	768	407.706
619	374.084	669	385.045	719	396.328	769	407.941
620	374.300	670	385.268	720	396.557	770	408.177
621	374.516	671	385.490	721	396.786	771	408.413
622	374.733	672	385.713	722	397.015	772	408.649
623	374.949	673	385.936	723	397.245	773	408.885
624	375.166	674	386.159	724	397.474	774	409.121
625	375.382	675	386.382	725	397.704	775	409.357
626	375.599	676	386.605	726	397.934	776	409.594
627	375.816	677	386.829	727	398.164	777	409.831
628	376.034	678	387.052	728	398.394	778	410.067
629	376.251	679	387.276	729	398.624	779	410.304
630	376.468	680	387.500	730	398.854	780	410.541
631	376.686	681	387.723	731	399.085	781	410.779
632	376.903	682	387.947	732	399.315	782	411.016
633	377.121	683	388.172	733	399.546	783	411.254
634	377.339	684	388.396	734	399.777	784	411.491
635	377.557	685	388.620	735	400.008	785	411.729
636	377.775	686	388.845	736	400.239	786	411.967
637	377.993	687	389.070	737	400.470	787	412.205
638	378.212	688	389.294	738	400.702	788	412.443
639	378.430	689	389.519	739	400.933	789	412.681
640	378.649	690	389.744	740	401.165	790	412.920
641	378.868	691	389.970	741	401.396	791	413.158
642	379.087	692	390.195	742	401.628	792	413.397
643	379.306	693	390.420	743	401.860	793	413.636
644	379.525	694	390.646	744	402.093	794	413.873
645	379.744	695	390.872	745	402.325	795	414.114
646	379.964	696	391.097	746	402.557	796	414.353
647	380.183	697	391.323	747	402.790	797	414.593
648	380.403	698	391.550	748	403.023	798	414.832
649	380.623	699	391.776	749	403.256	799	415.072
650	380.843	700	392.002	750	403.489	800	415.312

音分值和频率对照表(五)

800—900 ($^{\sharp}g^1$)				900—1000 (a^1)			
800	415.321	850	427.481	900	440.007	950	452.901
801	415.552	851	427.728	901	440.262	951	453.162
802	415.792	852	427.975	902	440.516	952	453.424
803	416.032	853	428.223	903	440.771	953	453.686
804	416.272	854	428.470	904	441.025	954	453.948
805	416.513	855	428.718	905	441.280	955	454.211
806	416.754	856	428.965	906	441.535	956	454.473
807	416.994	857	429.213	907	441.790	957	454.736
808	417.235	858	429.461	908	442.045	958	454.998
809	417.476	859	429.709	909	442.301	959	455.261
810	417.718	860	429.958	910	442.556	960	455.524
811	417.959	861	430.206	911	442.812	961	455.787
812	418.200	862	430.455	912	443.068	962	456.051
813	418.442	863	430.703	913	443.324	963	456.314
814	418.684	864	430.952	914	443.580	964	456.578
815	418.926	865	431.201	915	443.836	965	456.842
816	419.168	866	431.450	916	444.093	966	457.106
817	419.410	867	431.700	917	444.349	967	457.370
818	419.652	868	431.949	918	444.606	968	457.634
819	419.895	869	432.199	919	444.863	969	457.899
820	420.138	870	432.448	920	445.120	970	458.163
821	420.380	871	432.698	921	445.377	971	458.428
822	420.623	872	432.948	922	445.635	972	458.693
823	420.866	873	433.198	923	445.892	973	458.958
824	421.109	874	433.449	924	446.150	974	459.223
825	421.353	875	433.699	925	446.406	975	459.488
826	421.596	876	433.950	926	446.665	976	459.754
827	421.840	877	434.200	927	446.924	977	460.019
828	422.083	878	434.451	928	447.182	978	460.285
829	422.327	879	434.702	929	447.440	979	460.551
830	422.571	880	434.954	930	447.699	980	460.817
831	422.815	881	435.205	931	447.957	981	461.083
832	423.060	882	435.456	932	448.216	982	461.350
833	423.304	883	435.708	933	448.475	983	461.616
834	423.549	884	435.960	934	448.734	984	461.883
835	423.793	885	436.212	935	448.994	985	462.150
836	424.038	886	436.464	936	449.253	986	462.417
837	424.283	887	436.716	937	449.513	987	462.684
838	424.528	888	436.968	938	449.772	988	462.952
839	424.774	889	437.221	939	450.032	989	463.219
840	425.019	890	437.473	940	450.292	990	463.487
841	425.265	891	437.726	941	450.552	991	463.755
842	425.510	892	437.979	942	450.813	992	464.022
843	425.756	893	438.232	943	451.073	993	464.291
844	426.002	894	438.485	944	451.334	994	464.559
845	426.248	895	438.739	945	451.595	995	464.827
846	426.495	896	438.992	946	451.855	996	465.096
847	426.741	897	439.246	947	452.117	997	465.365
848	426.988	898	439.499	948	452.378	998	465.633
849	427.234	899	439.753	949	452.639	999	465.902
850	427.481	900	440.007	950	452.901	1000	466.172

音分值和频率对照表(六)

1000—1100 ($\sharp a^1$)				1100—1200 (b^1)			
1000	466.172	1050	479.832	1100	493.892	1150	508.364
1001	466.441	1051	480.109	1101	494.177	1151	508.658
1002	466.711	1052	480.386	1102	494.463	1152	508.951
1003	466.982	1053	480.664	1103	494.748	1153	509.245
1004	467.250	1054	480.941	1104	495.034	1154	509.540
1005	467.520	1055	481.219	1105	495.320	1155	509.834
1006	467.790	1056	481.497	1106	495.606	1156	510.129
1007	468.060	1057	481.776	1107	495.893	1157	510.423
1008	468.331	1058	482.054	1108	496.179	1158	510.718
1009	468.601	1059	482.332	1109	496.466	1159	511.013
1010	468.872	1060	482.611	1110	496.753	1160	511.309
1011	469.143	1061	482.890	1111	497.040	1161	511.604
1012	469.414	1062	483.169	1112	497.327	1162	511.900
1013	469.685	1063	483.448	1113	497.614	1163	512.196
1014	469.957	1064	483.728	1114	497.902	1164	512.491
1015	470.228	1065	484.007	1115	498.190	1165	512.788
1016	470.500	1066	484.287	1116	498.477	1166	513.084
1017	470.772	1067	484.566	1117	498.765	1167	513.380
1018	471.044	1068	484.846	1118	499.054	1168	513.677
1019	471.316	1069	485.127	1119	499.342	1169	513.974
1020	471.588	1070	485.407	1120	499.630	1170	514.271
1021	471.861	1071	485.687	1121	499.919	1171	514.568
1022	472.133	1072	485.968	1122	500.208	1172	514.865
1023	472.406	1073	486.249	1123	500.497	1173	515.163
1024	472.679	1074	486.530	1124	500.786	1174	515.460
1025	472.952	1075	486.811	1125	501.075	1175	515.758
1026	473.226	1076	487.092	1126	501.365	1176	516.056
1027	473.499	1077	487.374	1127	501.655	1177	516.354
1028	473.773	1078	487.655	1128	501.945	1178	516.653
1029	474.046	1079	487.937	1129	502.235	1179	516.951
1030	474.320	1080	488.219	1130	502.525	1180	517.250
1031	474.594	1081	488.501	1131	502.815	1181	517.549
1032	474.868	1082	488.783	1132	503.106	1182	517.848
1033	475.143	1083	489.066	1133	503.396	1183	518.147
1034	475.417	1084	489.348	1134	503.687	1184	518.446
1035	475.692	1085	489.631	1135	503.978	1185	518.746
1036	475.967	1086	489.914	1136	504.269	1186	519.046
1037	476.242	1087	490.197	1137	504.561	1187	519.346
1038	476.517	1088	490.480	1138	504.852	1188	519.646
1039	476.792	1089	490.764	1139	505.144	1189	519.946
1040	477.068	1090	491.047	1140	505.436	1190	520.246
1041	477.344	1091	491.331	1141	505.728	1191	520.547
1042	477.619	1092	491.615	1142	506.020	1192	520.848
1043	477.895	1093	491.899	1143	506.312	1193	521.149
1044	478.171	1094	492.183	1144	506.605	1194	521.450
1045	478.448	1095	492.467	1145	506.898	1195	521.751
1046	478.724	1096	492.752	1146	507.191	1196	522.052
1047	479.001	1097	493.037	1147	507.484	1197	522.354
1048	479.278	1098	493.321	1148	507.777	1198	522.656
1049	479.554	1099	493.606	1149	508.070	1199	522.958
1050	479.832	1100	493.892	1150	508.364	1200	523.260

附录二　音律表

音　分	频率比	名　称
0	1:1	同度音程。
1.845		钱乐之音差〔§142〕。
1.95(或2)	32805:32768	斯基斯马、小微音差〔§214(1)〕。
3.6	177147:176776	京房音差〔§140〕。
8.1	15625:15552	克来斯马、大微音差〔§214(2)〕。
22(21.506)	81:80	普通音差〔§52-例18；§77〕。
22.64		五十三平均律的一律〔§212；§213〕。阿拉伯音差〔§283〕。
24(23.46)	531441:524288 (或81.0915:80)	最大音差〔§52-例18；§69〕。
27.91		四十三平均律的一律〔§213〕。
29.27		四十一平均律的一律〔§213〕。
30	3125:3072	小第西斯〔§185〕。
38	46:45	四分音四音列中一种音程〔§179-例86(3)〕。
38.71		三十一平均律的一律〔§212〕。
41	128:125	大第西斯〔§185〕。
44	40:39	四分音〔§179-例86(1)〕。
45	39:38	四分音〔§179-例86(1)〕
50	246:239	二十四平均律的一律〔§232〕。
54.5		印度二十二平均律的一律、什鲁蒂〔§260〕。
55	32:31	四分音〔§179-例86(2)〕。
57	31:30	四分音〔§179-例86(2)〕。
63	28:27	三分音〔§179-例85(3)(4)〕。
63.15		十九平均律的一律〔§212〕。
71	25:24	纯律小半音〔§97〕。
74	24:23	倍音列〔例2〕中二十三至二十四倍音的音程〔§179-例86(3)〕。
89	20:19	倍音列〔例2〕中十九至二十倍音的音程〔§179-例85(2)〕。
90	256:243	五度律小半音、林马半音〔§61〕。
92	135:128	一种纯律小半音〔§102-例43(3)〕。

音　分	频率比	名　　称
94	19:18	倍音列〔例2〕中十八至十九倍音的音程〔§179-例85(2)〕。
99	18:17	欧洲文艺复兴前一种十二平均律的一律〔§206〕。
100	89:84	十二平均律的一律〔§107〕。
105	17:16	倍音列〔例2〕中十六至十七倍音的音程。
112	16:15	纯律大半音〔§79〕。
114	2187:2048	五度律大半音、阿波托美半音〔§66〕。
117	183:171	四分之一音差中庸全音律半音〔§190〕。
119	15:14	倍音列〔例2〕中十四至十五倍音的音程〔§179-例85(4)〕。
120—146		中立小二度〔§243-例130〕。
128	14:13	倍音列〔例2〕中十三至十四倍音的音程。
133	27:25	一种纯律大半音〔§102-例43(5)〕。
135	37:40	中立小二度〔§243-例130〕。
139	13:12	倍音列〔例2〕中十二至十三倍音的音程。
141	243:224	四分之三音〔§179-例85(3)〕。
143	88:81	四分之三音〔§225〕。
151	12:11	倍音列〔例2〕中十一至十二倍音的音程。四分之三音〔§225〕。
152		中立大二度〔§243-例130〕。
160—180		中立大二度〔§243-例130〕。
165	11:10	倍音列〔例2〕中十至十一倍音的音程〔§179-例84(3)〕。
171.4		七平均律的一律〔§279、§280、§281〕
180	65536:59049	五度律减三度〔§73-例27(5)〕。
182	10:9	小全音〔§79〕。
193	57:51	四分之一音差中庸全音〔§191〕。
200	449:400	十二平均律全音〔§107〕。
204	9:8	大全音〔§60〕。

续表

音分	频率比	名称
224	256:225	纯律减三度〔§102-例43(8)〕。
231	8:7	倍音列〔例2〕中七至八倍音的音程。
240	85:74	五平均律的一律〔§270,§271〕。
275	75:64	纯律增二度〔§89〕。
294	32:27	五度律小三度〔§63〕。
298	19:16	十九倍音〔§90〕。
300	44:37	十二平均律小三度、增二度〔§107、§299〕。
303	81:68	波斯中指 *e* 音〔§224〕。
316	6:5	纯律小三度〔§87〕。
318	19683:16384	五度律增二度〔§64〕。
347	11:9	中立三度、中国中指〔§246、§250〕。
355	27:22	中立三度、札尔札尔中指〔§224〕。
384	8192:6561	五度律减四度〔§73-例27(9)〕。
386	5:4	纯律大三度〔§75〕。
400	63:50	十二平均律大三度〔§107〕。
408	81:64	五度律大三度〔§60〕。
427	32:25	一种纯律减四度〔§102-例43(14)〕。
471	21:16	以 *c* 音为主音时，*g* 音上的自然七度〔§85〕。
476	320:243	纯律狭四度〔§273〕。
480	23:25	五平均律第一律至第三律的音程〔§273〕。
498	4:3	纯四度〔§60〕。
500	303:227	十二平均律纯四度〔§107〕。
520	27:20	纯律宽四度〔§82〕。
522	117147:131072	五度律增三度〔§73-例27(12)〕。
551	11:8	中立四度、十一倍音〔§84、§246〕。 阿尔卑斯号筒fa音〔§248〕。 中立四度、中国中指〔§246、§248、§249、§250〕。
569	25:18	一种纯律增四度〔§102-例43(14)〕。
588	1024:729	五度律减五度〔§62〕。
590	45:32	纯律增四度〔§81〕。

音分	频率比	名称
600	140:99	十二平均律增四度、减五度〔§107、§111〕。
610	64:45	纯律减五度〔§81〕。
612	729:512	五度律增四度〔§62〕。
631	36:25	一种纯律减五度〔§102-例43(21)〕。
678	262144:177147	五度律减六度〔§73-例27(15)〕。
680	40:27	纯律狭五度〔§82〕。
695		三分之一音差中庸全音律纯五度〔§193-例99〕。
696		七分之二音差中庸全音律纯五度〔§193-例99〕。
697	299:200	四分之一(九分之二)音差中庸全音律纯五度〔§190、§193-例99〕。
698		五分之一音差中庸全音律纯五度〔§193-例99〕。
700	433:289 (或2.9966:2)	十二平均律纯五度〔§107〕。
702	3:2	纯五度〔§60〕。
773	25:16	纯律增四度〔§102-例43(24)〕。
792	128:81	五度律小六度〔§64〕。
794	405:256	纯律增五度〔§89〕。
800	100:63	十二平均律增五度、小六度〔§107、§300〕。
801	27:17	波斯中指 *a* 音〔§224〕。
814	8:5	纯律小六度〔§87、§88〕。
816	6561:4096	五度律增五度〔§64〕。
841	13:8	十三倍音〔§84〕。
853	18:11	中立六度、札尔札尔中指〔§224〕。
882	32768:19683	五度律减七度〔§64〕。
884	5:3	纯律大六度〔§75、§78〕。
900	37:22	十二平均律大六度〔§107〕。
906	27:16	五度律大六度〔§60〕。
919	17:10	倍音列〔例2〕中十至十七倍音构成的一种纯律减七度音程。

续表

音　分	频率比	名　　称
925	128:75	纯律减七度[§89]。
969	7:4	自然七度、和声七度[§85、§213]。布鲁斯七度[§306]。
977	225:128	纯律增六度[§102-例43(30)]。
996	16:9	五度律小七度[§63]。
1000	98:55	十二平均律小七度[§107]。
1018	9:5	纯律小七度[§87、§88]。
1020	59049:32768	五度律增六度[§73-例27(22)]。
1049	11:6	中立七度[§246]。
1067	50:27	一种纯律大七度[§102-例43(33)]。
1086	4096:2187	五度律减八度[§73-例27(23)]。
1088	15:8	纯律大七度[§75、§78]。
1100	168:89	十二平均律大七度[§107]。
1110	243:128	五度律大七度[§60]。
1129	48:25	纯律减八度[§102-例43(36)]。
1200	2:1	八度[§60]。
1224	531441:524288	五度律增七度[§69,注①]。

附录三　本书专名和人名索引

a

b

C

d

e

m

n

t

W

x

y

附录四　本书历次版本所用主要参考书

中　文

王光祈著　《东方民族之音乐》，1929年；《中国音乐史》，1934年。

杨荫浏著　《中国音乐史纲》，1952年；《中国古代音乐史稿》，上下册　，1977年。

日　文

田边尚雄著　《音乐原论》，1935年；《音乐音响学》（即音乐声学），1950年。

岸边成雄等监修《音乐大事典》六卷，1983年。

俄　文

加尔布佐夫（Николай Александрович Гарбузов）**著**《音乐声学》（Музыкальная Акустика），1940年初版，1954年再版。

德　文

克雷尔（Stephan Krehl）**著**《音乐通论》（Allgemeine Musiklehre），1920年，（《音乐理论和作曲法丛书》第一卷。日文译本，1927年。

英　文

埃利斯（Alexander. J. Ellis）**著**《各民族的音阶》（On the

Musical Scales of Various Nations)，1885 年。日文译本，1951 年。

西肖尔(Carl E. Seashore)著 《音乐心理学》(Psychology of Music)，1938 年初版，1967 年再版。

萨迪埃(Stanley Sadie) 编《新格罗夫音乐和音乐人名词典》(The New Grove Dictionary of Music and Musicians) 20 卷，1980 年。